Ex Bibliotheca ecclesiæ
Collegiatæ Lateranensis ad
S. Nicolaum prope Passavium.

<36627969740010

<36627969740010

Bayer. Staatsbibliothek

Mayen

Mathesis. Geometria applicata

443

Math. A. 162 F

R

und

ausführlicher Unterricht

zur

praktischen

Geometrie.

entworfen

von

M. Johann Tobias Mayer.

Erster Theil,

mit 7 Kupfertafeln.

Göttingen,

im Verlage der Wittwe Vandenhoek, 1777.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München.

Hochgebohrnen Freyherrn,

Herrn

Albrecht Friedrich von Lenthe,

Königlich-Großbrittannischen und Chur-Braunschweigisch-Lüneburgischen Hochbetrauten

Wirklichem Geheimten Rathe

und

Kammerpräsidenten.

Meinem Gnädigsten Herrn.

Kön

Hochgebohrnen Freyherrn,

Herrn

Ludwig Eberhard

von Gemmingen,

Königlich-Großbrittannischen und Chur-Braunschweigisch-Lüneburgischen Hochbetrauten

Wirklichem Geheimten Rathe

und

Großvoigte.

Meinem Gnädigsten Herrn.

Hochgebohrne Freyherrn,

Gnädigste Herrn,

Hochgebietende Herrn

Geheimteräthe.

Ew. Hochfreyherrl. Excellenzen gnädigste Fürsorge für die Ausbreitung der Wissenschaften, und insbesondere für das Wohl der hiesigen

Akademie, die das Glück hat, unter Dero hohen Schutz zu blühen, müssen in jedem eifrigen Freunde der Wissenschaften, die feurigsten Wünsche erregen, etwas zur Ausbreitung nützlicher Kenntnisse beyzutragen.

Ich habe auf hiesiger Akademie gesucht, durch bisher ertheilten Privatunterricht in den mathematischen Wissenschaften, nach möglichstem Bestreben nützlich zu seyn, und gegenwärtige Probe eines Theiles meiner Beschäftigungen, die Ew. Hochfreyherrl. Excellenzen, unter der zuversichtlichen

Hoff-

Hoffnung einer gnädigen Aufnahme, als ein öffentliches Merkmahl meiner tiefsten Ehrerbietung zuzueignen mich erkühne, hat besonders einen von denen praktischen Theilen der Mathematik zum Gegenstande, der wegen seines allgemeinen und sichtbaren Nutzens, sich vorzüglich empfiehlet.

Daß die göttliche Vorsicht Ew. Hochfreyherrl. Excellenzen zum Schutze und zur Wohlfarth des Staats und der Wissenschaften, alles ersinnliche Wohlergehen noch viele Jahre in dem reichsten Maaße angedeihen lasse, da-

hin gehen die eifrigsten Wünsche, mit denen ich in tiefster Ehrfurcht verharre

Hochgebohrne Freyherrn
Gnädigste Herrn,
Ew. Hochfreyherrl. Excellenzen

Göttingen,
im September
1777.

unterthänigstgehorsamster Knecht,
Johann Tobias Mayer,

Vorbericht.

Wenn man die beträchtliche Anzahl, der Anleitungen zur Feldmeßkunst, in Betrachtung ziehet, so möchte es wohl unnütz scheinen, selbige noch durch einen neuen Unterricht in dieser Wissenschaft zu vermehren. Eben diese Bedenklichkeit hätte mich beynahe abgehalten, gegenwärtiges Werk auszuarbeiten, und dem Drucke zu übergeben. Allein, da ich auf hiesiger Universität verschiedentlich auch in der practischen Geometrie Unterricht zu ertheilen hatte, und aus dieser Ursache mir die meisten Schriften davon anschaffte, so fand ich

gar

gar bald, daß die meisten Werke, die diesen Gegenstand der praktischen Mathematik behandeln, sehr unvollkommen sind, und entweder nur auf gewisse Werkzeuge allein sich einschränken, oder wenn ja die Messungsart mit mehreren Instrumenten vorgetragen ist, solches nur auf eine kurze, unvollständige, oft nicht gründliche Weise geschiehet. So zum Beyspiel enthält, des auch in Astronomie berühmten Hrn. Marinoni Werk de Re ichnographica. Viennae 1751. einen sehr vollständigen Unterricht von der verschiedenen Messungsart mit dem Meßtische; allein, von anderen Instrumenten, dem Astrolabio u. s. w. wird in dem erwähnten Buche fast gar nichts beygebracht. Eben so enthalten die neulich von Hrn. Kap. Hogreve herausgegebenen Landesvermessungen blos den Gebrauch des Meßtisches. Die Zollmannische Geodäsie erwähnt freylich mehrerer Werkzeuge, allein, es wird doch hauptsächlich nur auf die Meßscheibe Rücksicht genommen. Penthers Feldmeßkunst, enthält zwar auch die Messungsart mit mehreren Instrumenten, allein, meiner Meinung nach, nicht auf eine gehörig gründliche

che und zuverläßige Weise. Auch ist in dem letztern Werke, ausser einigen Zeichnungen, gar keine entwickelte Beschreibung, und Theorie der Werkzeuge gegeben. Und so wird man finden, daß die meisten Schriftsteller die praktische Geometrie nicht allgemein genug abhandeln, ja, was die eigentliche Behandlung der Werkzeuge. d. h. die Art, mit denselben so umzugehen, wie es der Zusammensetzung ihrer einzeln Theile gemäß, geschehen müßte, anbelangt, ferner die Methode, die Fehler ihrer Werkzeuge gehörig ausfindig zu machen, und deren Einfluß auf zusammengesetzte Messungen zu schätzen, die im jeden Falle geschickte Wahl der äussern Umstände einer vorzunehmenden Messung zu beurtheilen, von allen diesen Dingen, sucht man in den meisten Werken, vergebens einige Anleitung. Daß aber diese Dinge einem Feldmesser unumgänglich nothwendig sind, wenn er besonders große Messungen, die oft auf die Geographie Einfluß haben, anstellen will, braucht keiner weitläuftigen Erläuterung.

Das oben erwähnte Marinonische Werk, ist die einzige Anleitung zur Feldmeßkunst,

die

die ich kenne, wo die Folge der Fehler in den Messungen etwas vollständig abgehandelt ist. Indessen verdient sein syntheti-scher Vortrag kürzer und faßlicher gemacht zu werden; Herr Prof. Lambert hat die Theorie davon, in seinen Beyträgen zur praktischen Geometrie analytisch aus einander gesetzt; anderer einzelner Abhandlungen zu geschweigen; Uebrigens verdient die Theorie der Fehler, in den systematischen Anleitungen zur Feldmeßkunst, allerdings ihre Stelle.

Meines Erachtens ist der kein gründlicher Feldmesser, der nicht zugleich die Richtigkeit seiner Messungen zu beurtheilen weiß, der nicht einen ohngefähren Ueberschlag machen kan, unter welchen Umständen, er mehr oder weniger vorsichtig handeln müsse.

Nach der Art, wie ich mir nun die ausübende Geometrie vorstelle, wird freylich zu einem geschickten Feldmesser etwas mehr Theorie erfordert, als wohl gemeiniglich voraus g setzt zu werden pflegt. Ich habe um einige allgemeine Begriffe von den Kenntnissen eines Feldmessers beyzubringen, meistens schon davon im 4ten §. dieses Buchs

gere-

geredet. Viele glauben, ein Feldmesser brauche weiter nichts zu wissen, als etwas Rechenkunst und gemeine Geometrie.

Wie nöthig aber besonders die Lehre von Decimalbrüchen, Logarithmen, von der Lage der ebenen Flächen gegen einander, nebst Trigonometrie einem Feldmesser sind, davon wird man an vielen Stellen dieses Buches überzeugt werden; Und ich bin genöthiget, sie durchaus bey meinen Lesern zum voraus-zusetzen; ohne diese Kenntnisse wird freylich verschiedenes unverständlich vorkommen, allein ich rathe, sich vorher die nöthigen Sätze etwa aus dem Kästnerischen oder Karstenschen Handbuche zu erwerben.

Eben diese Kenntnisse, besonders mit Buchstabenrechenkunst verbunden, sezten dann freylich einen Feldmesser in den Stand, sich in vorkommenden schwürigen Fällen leichter zu helfen, als ohne sie geschehen könte, und Aufgaben aufzulösen, wo man mit den gemeinen Regeln der Feldmesser nicht ausreichen würde; die folgenden Theile dieses Buchs, werden an verschiedenen Orten den Nutzen davon mit mehrerem darstellen. Ich hoffe übrigens nicht,

daß

daß einige algebraische Ausdrückungen, die ich, ohne in wörtliche Weitläuftigkeit zu verfallen, nicht gut entbehren konte, viele meiner Leser abschrecken werden.

Ich habe nun bey gegenwärtiger Anleitung zur praktischen Feldmeßkunst, die Absicht, das wichtigste, was einem Feldmesser nützlich ist, auf eine etwas vollständigere Art abzuhandeln, und aus diesem Gesichtspunkte betrachtet, wird man bey mir verschiedenes finden, was sonst eben in keinen Anleitungen zur Feldmeßkunst umständlich vorkömt z. E. die Theorie des Vernier, der Micrometerschraube, und überhaupt solcher Einrichtungen, wodurch geometrische Werkzeuge einen grössern Grad von Vollkommenheit erhalten, und sich von ältern Werkzeugen dieser Art unterscheiden. Eben diese Kenntnisse werden denenjenigen alsdann auch nützlich seyn, die grössere Werkzeuge, die besonders zum geographischen Landmessen, gebraucht zu werden pflegen, und von denen z. E. in den Werken eines Bouguer, Maupertuis. Liesganig u. s. w. Nachricht ertheilet wird, näher kennen lernen wollen. Ich will nun kürzlich

zeigen,

zeigen, was in diesem ersten Theile hauptsächlich der Gegenstand der Abhandlungen ist.

Dieser ist vorzüglich mit Ausmessung gerader Linien und Winkel, sowohl auf dem Papiere als auf dem Felde, beschäftiget; Es ist klar, daß die Entwerfung ganzer Landschaften, hauptsächlich auf diesen Dingen beruhe, und wenn man hierinnen es zu einer Fertigkeit gebracht hat, so werden sich zusammengesetzte Messungen desto leichter begreifen, und vorstellen lassen. Im I, II, III, IV, V, VI Kapitel sind besonders der Gegenstand der praktischen Geometrie, die Ausmessnng gerader und krummer Linien, sowohl auf dem Felde als auf dem Papiere, die dazu gehörigen Instrumente, und die nöthigen Vorsichten bey ihrem Gebrauche abgehandelt. In eben diesen Kapiteln kommen sehr viele andere damit verwandte Untersuchungen vor, die beym Winkelmessen ihren Nutzen haben, und hier ihre gehörige Stelle fanden.

Ich hätte die Messung gerader Linien auf dem Papiere wohl der Ordnung gemäß, vor der Messung auf dem Felde abhandlen

müssen; allein da beyde Messungen auf dem Papiere und dem Felde, nicht auf einander beruhen, so ist es gleichgültig in welcher Ordnung sie vorgetragen sind.

Das VII Kapitel behandelt verschiedene Werkzeuge zur Winkelmessung auf dem Felde.

Das angegebene Astrolabium ist meines Erachtens so beschaffen, daß man vermittelst desselben, mit weit mehrerer Zuverlässigkeit einen Winkel auf dem Felde ausmessen kan, als mit den meisten bisher sogenannten Astrolabiis. Dieses leisten besonders zwo von einander unabhängige Abtheilungen des Randes, mit ihrem Vernier, und die Micrometerschraube, nebst den übrigen Vorrichtungen, wodurch dem Werkzeuge, ausser den groben Bewegungen auch die nöthigen sanften ertheilet werden, und wenn die angegebenen einzeln Theile dieses Astrolabii, die ausser dem Stative beynahe insgesammt von Messing seyn müssen, von einem Mechanico gut und fleissig gearbeitet sind, so wird das Werkzeug, sehr gute Dienste leisten. Es ist klar, daß verschiedene einzelne Vorrich-

tungen, die ich, um die Menge der Figuren zu ersparen, nicht mitgezeichnet habe, nach Willkühr von einem geschickten Mechanico von selbst erfunden werden können. Z. E. eine Vorrichtung, wodurch sich etwa durch Stellschrauben, die Axe des Gewindes, um die das Fernrohr auf und nieder beweglich ist, nach Gefallen, genau mit der Fläche des Werkzeugs parallel stellen liesse, damit das Fernrohr, genau in einer auf dem Werkzeuge senkrechten Ebene, auf und nieder beweglich sey. u. s. w.

Ich habe zwar zwo Abtheilungen auf dem Rande angebracht; es erhellet aber, daß man auch die 96 Theilung des Winkelmessers weglassen könne, wenn etwa die doppelte Abtheilung eines Randes, für ein blos geometrisches Werkzeug zu viel gesuchte Genauigkeit zu seyn scheinen möchte. Indessen würde ich doch allemahl auch die 96 Theilung anrathen, da sie sich auf eine leichte Art, durch eine fortgesetzte Halbirung des Bogens von 60° erhalten läst, und zur Berichtigung der Gradabtheilungen dienen kan.

Das angegebene Meßtischgen wird alle Bedingungen erfüllen, die von einem solchen geometrischen Werkzeuge erfordert werden.

Ich hielt es nicht für unnütz, auch einige Begriffe von geometrischen Werkzeugen, wo Spiegel angebracht sind, beyzubringen, da heut zu Tage verschiedentlich ähnliche Werkzeuge, von geschickten Künstlern zum geometrischen Gebrauche verfertigt werden.

Im VIII Kapitel handle ich von der practischen Behandlung der beschriebenen Werkzeuge, und zeige wie die einzeln Theile derselben, bey würklicher Ausmessung eines Winkels gebraucht werden.

Uebrigens habe ich gesucht, so viel als möglich, die Bücher anzuführen, aus denen man mehreren Unterricht schöpfen kan besonders in solchen Fällen, wo Raum und Absicht mir nicht verstatteten, weitläuftiger zu seyn.

Was an der Ordnung der vorgetragenen Sätze, an einigen Stellen wohl zu tadlen seyn mögte, läst sich damit entschuldigen, daß ich Leser zum voraussetze, die Theorie

genug

genug wissen um auch Lehren ausser dem Zusammenhange zu verstehen, und überhaupt sind, bey practischen Wissenschaften kleine Fehler in der oft willkürlichen Ordnung nicht von solcher Beträchtlichkeit als in den theoretischen Theilen der Mathematik. So z. E. habe ich die Beschreibung des Astrolabii, als eines etwas zusammengesetztern Werkzeugs, eher gegeben, als die des Meßtischgens. Dies geschah aber theils des nähern Zusammenhangs halber mit den vorhergehenden Lehren, als auch, weil verschiedene Vorrichtungen an dem Meßtischgen, mit einigen an dem Astrolabio, Aehnlichkeit haben, und mir folglich dieses verstattete, bey der Beschreibung des Meßtischgens kürzer zu seyn.

Dies ist es, was ich überhaupt von dem Isten Theile dieses Werks, zu erinnern hatte. Den IIten Theil hoffe ich, wenn es meine übrigen Geschäfte erlauben, sobald als möglich nachfolgen zu lassen. Ich werde darinnen sowohl einige Prüfungen der Werkzeuge, als auch selbst noch verschiedene andere Vorrichtungen beschreiben, die beym Feldmessen nützlich sind, und dann Anwen-

dungen auf würklich zusammengesetzte Messungen. Ueberhaupt wird diese ganze Anleitung zur practischen Geometrie, etwa 3 bis 4 Theile, jeder ohngefähr von gegenwärtiger Grösse, stark werden.

Die wichtigsten Druckfehler habe ich sorgfältig gesammlet, und sind dem Ende des Buchs beygefügt.

Göttingen den 29. Sept. 1777.

Joh. Tobias Mayer.

Inhalt dieses ersten Theils.

Inhalt der trigonometrischen und andern Lehrsätze.

Verwandlungen der trigonometrischen Linien, so wie sie in den Sinustafeln angegeben sind, in die welche dem Halbmesser = 1 zugehören Art. I II.

Die Anzahl von Secunden zu finden, die einem gegebenen Kreisbogen zugehören, welcher in Decimaltheilen des Halbmessers = 1 gegeben ist. Art. IV.

Die Quadratwurzel aus 1 ± x zu ziehen, wenn x sehr klein ist. Art. VIII.

Ausdruck für den Kosinus eines sehr kleinen Winkels. Art. X.

Einfache trigonometrische Formeln. Art. XI.

Zusammengesetzte. Art. XII.

Quadratwurzeln, vermittelst der Sinustafeln auszuziehen. Art. XVI.

In einem Dreyecke aus zwo Seiten, und dem eingeschlossenen Winkel, die dritte Seite analytisch zu finden. Art. VII.

Wie man die Rechnung bequem machen könne. Art. XVIII.

Ein Vortheil bey Berechnung der Proportionaltheile. Art. XIX.

Aus drey Seiten eines Dreyecks einen Winkel zu finden. Art. XXIII.

Wie man in einem Dreyecke, die Stücken auf der Grundlinie berechnen könne, die von einem Perpendickel aus der Spitze, auf ihr abgeschnitten werden. Art. XXIII.

* * *

Inhalt des I. Kapitels.

Erklärung der Feldmeßkunst. §. 1
Wie man sich bey der Projection unebener Flächen verhält. §. 4
Profilrisse. §. 5
Reduction der Linien und Winkel auf den Horizont. §. 6
Wahre Entfernung. Horizontalabstand. §. 7
Ursachen, warum man unebene Flächen auf den Horizont und keine andern Ebenen reduciret. §. 9
Gränzen der gemeinen Feldmeßkunst. §. 11
Die nöthigsten Kenntnisse eines Feldmessers. §. 12. 13

II. Kapitel.

Verwandlung der Längenmaasse in einander, in Absicht ihrer Grösse, und eine Tafel der Fußmaasse §. 14
Gebrauch dieser Tafel. §. 15
Verschiedene Eintheilungen der Längenmaasse. §. 18
Formeln sie in einander zu verwandeln. §. 19
Verwandlung der Flächenmaasse und Formeln dazu. §. 25

III. Ka

III. Kapitel.

Ausmessung gerader Linien auf dem Felde. §. 30
Absteckung der Verticalflächen, oder der geraden Linien, und Werkzeuge dazu. §. 31
Eine Verticalfläche abzustecken, oder zu erweitern; Ueber ebene und krumme Flächen. §. 32
Nöthige Vorsichten dabey. Vortheilhafte Lage des Auges. Fehler die aus der schiefen Stellung der Stäbe, und ihrer Dicke zu befürchten sind. §. 33
Messung gerader Linien; Werkzeuge dazu. §. 34
Bestimmung der Längen durch Schritte. §. 35
Messung mit der Kette auf ebenen Boden. §. 37
Vorsichten dabey. § 38
Messung auf nicht sehr unebenen Boden, mit Maaßstäben. §. 39
Auf einem sehr abhängigen Boden; mit Stäben. §. 41
Mit der Kette. §. 47
Fehler bey Messung gerader Linien, wegen Unvollkommenheit der Werkzeuge. §. 45
Fehler aus Unvorsichtigkeit. §. 46
Abweichung von der geraden Richtung. §. 47
Folgerungen daraus. §. 48
Fehler bey Messung mit Maaßstäben. §. 49
Einfluß der Wärme und Kälte auf die Werkzeuge. §. 50
Einige Methoden Weiten ohngefähr zu bestimmen. §. 51
Allgemeine Betrachtungen über das Augenmaaß, und Mittel, es zu prüfen. §. 52
Die Kettenlinie. §. 53

IV. Kapitel.

Bestimmung krummer Linien auf dem Felde; vorläufige Begriffe und Erklärungen. §. 54

Die Abmessungen einer krummen Linie zu bestimmen.
§. 55

V. Kapitel.

Perpendiculärlinien auf dem Felde zu ziehen, blos mit Maaßstäben und der Kette. §. 58
Parallellinien zu ziehen. §. 59
Wie weit entlegene Objekte dazu dienen. §. 60
Einige Anwendungen §. 61

VI. Kapitel.

Zeichnung und Theilung gerader Linien auf dem Papier. Werkzeuge dazu, und deren gute Eigenschaften. § 62
Perpendiculärlinien auf dem Papiere zu ziehen. §. 63
Parallellinien. §. 64.
Zeichnung des verjüngten Maaßstabes. §. 65
Gebrauch desselben. §. 67
Linien in gegebenen Verhältnissen zu theilen, die Zahlen der Verhältnisse mögen rational, sehr groß, oder auch irrational seyn. § 69
Krumme Linien, für die man die Abmessungen auf dem Felde gefunden hat, auf dem Papiere zu entwerfen. §. 70
Hrn. Mech. Branders System von Maaßstäben §. 72.
Theorie des Nonius oder Vernier. §. 73
Anwendung davon auf Theilung gerader Linien §. 75. 76
Auf Theilung der Zirkelbogen. §. 77
Beschaffenheit des Vernier, wenn er den Grad von 2 zu 2 Minuten theilen soll. (das. X)

Thei-

Theilung der Zirkelbogen, oder der ihnen zugehörigen Winkel, durch Transversallinien. §. 80
Der Proportionalzirkel und dessen Gebrauch. §. 81
Verschiedene Einrichtungen desselben. §. 82
Ein verfahren das Verhältniß zwoer oder mehrerer Linien zu finden, wenn man keinen verjüngten Maaßstab oder andere Mittel bey der Hand hat. §. 83
Hrn. Hogrevens Prisma, auf dessen Seitenflächen Maaßstäbe verzeichnet sind. §. 84
Ueber die Zuverläßigkeit beym Abtragen und Messen gerader Linien, und insbesondere von den Fehlern die aus der Unvollkommenheit des Gesichts entstehen. §. 85

VII. Kapitel.

Von den zur Ausmessung der Winkel auf dem Felde gehörigen Werkzeugen; allgemeine Begriffe von Winkelmessern. §. 87
Die unbewegliche Platte beym Astrolabio. §. 88
Theilung des Winkelmessers, durch den Stangenzirkel u. s. w. §. 89
Ueber die Feinheit der Theilstriche. §. 90
Verschiedene Arten des eingetheilten Randes. §. 91
Ueber die Theilung des Quadranten in 90 oder 96 Theile, nebst andern dahin gehörigen Betrachtungen. Römers Methode einen Winkelmesser zu theilen. §. 92
Die Unbeweglichen Dioptern an dem Winkelmesser. §. 93
Gebrauch der Dioptern. §. 94
Nothwendige Eigenschaften derselben. §. 95
Fehler, die aus der Excentricität eines Winkelmessers entstehen. §. 96

Fernröhre statt der Dioptern. §. 97. 98
Beschreibung eines Astrolabii §. 99
Vortheile und Unbequemlichkeiten, wenn das Fernrohr in einer Verticalfläche auf und nieder beweglich ist. §. 100
Gebrauch der Micrometerschraube. wie der Werth der Umdrehungen zu finden. u. s. w. §. 101
Nähere Vorstellung der Vernierplatte, und wie die Abtheilungen auf dem Vernierbogen, für das Werkzeug, welches §. 99 beschrieben worden, seyn müssen. §. 102
Wie Vernier und Micrometerschraube, in Verbindung mit einander, zur genauen Ausmessung eines Winkels dienen, und gebraucht werden müssen. §. 103
Einrichtung des Fernrohrs an dem Winkelmesser. §. 104
Tob. Mayers Recipiangle. §. 105
Der geradelinigte Transporteur. § 106
Der Meßtisch. § 108
Einige Einrichtungen desselben von Hrn. Marinoni Mechanicus Brander u. s. w. §. 109
Die dioptrische Regel für den Meßtisch; zweyerley Arten derselben; und ob der Fehler beträchtlich sey, wenn die Visirlinie, durch die Mitte der Regel gehet. §. 111
Fernröhre statt der Diopterliniale, auf dem Meßtische. §. 112
Die Wasserwaage. §. 113
Der Erfinder des Meßtisches. §. 115
Vorzüge eines Mestisches. §. 115
Die Zollmannische Scheibe; in wie fern sie sich vom Meßtische unterscheide, und ob sie unentbehrlich sey. §. 116

Gebrauch der Magnetnadeln in der Feldmeßkunst; Lehrsätze dazu aus der mathematischen Geographie. §. 117
Folgerungen daraus, in Absicht auf den Gebrauch der Magnetnadel zu Ziehung der Mittagslinien, paralleller Linien u. s. w. §. 118
Die Boussole. §. 119
Nothwendige Eigenschaften guter Magnetnadeln. §. 120
Gebrauch der Magnetnadel auf dem Meßtische. §. 121
Geometrische Werkzeuge mit Spiegeln. §. 122
Deren Einrichtung und Gebrauch. §. 123. 124
Vortheile solcher Werkzeuge. §. 126
Erwähnung noch verschiedener sowohl älterer als neuerer Werkzeuge zum Winkelmessen. §. 127.

VIII. Kapitel.

Messung der Winkel auf dem Felde, vermittelst des Meßtisches. §. 128
Gewöhnliche Absicht beym Gebrauche des Meßtisches. §. 129
Wenn auf dem Meßtischgen eine gerade Linie schon vorgegeben ist, den Winkel auf dem Felde, an einen gegebenen Punkt dieser Linie zu bringen. §. 130
Nöthige Vorsichten bey Bestimmung der Winkel auf dem Meßtische. Versicherungsdioptern an dem Meßtischgen angebracht, um den unverückten Stand desselben zu erfahren. Prüfung der Stellung des Meßtisches durch Zurückvisiren, und durch die gezogene Richtung der Magnetnadel §. 131
Einen Winkel auf dem Felde mittelst des Astrolabii zu messen. §. 132

Was

Was man dabey noch bemerken muß. §. 133
Wie man denen Kreuzlinien, die im Brennpunkte des Fernrohrs auf einem ebenen Glasse eingerissen sind, eine solche Lage geben könne, daß eine davon in einer auf der Alhidadenregel senkrechten Ebene liege. §. 134
Tob. Mayers Methode einen Winkel auf dem Felde sehr genau auszumessen, wenn gleich der Rand des Werkzeugs nicht sehr richtig getheilt wäre. §. 135
Anmerkungen über dies Verfahren. Tafel um wie viel man im Visiren, bey einer gegebenen Länge des Fernrohrs fehlen könne. §. 136
Einen Winkel auf dem Felde vermittelst der Boussole auszumessen. §. 137
Anmerkungen darüber: und noch einige Methoden die Winkel auf dem Felde bloß vermittelst ihrer Chorden, die man mit der Meßkette misset, zu bestimmen. §. 138

IX. Kapitel.

Noch einige Methoden die Winkel auf dem Papiere zu messen und zu verzeichnen. §. 139
Daselbst art. I. jeder tausendtheiligte Maaßstab ist zugleich ein geradelinigter Transporteur. Wie man dadurch einen Winkel sowohl verzeichnen als messen könne.
Das. art. II. wie Sinus, Kosinus und Tangenten zum Abtragen und Messen der Winkel dienen.
Das. art. III. Noch eine andre Methode, einen Winkel auf dem Papiere zu messen.

Eini-

Einige Trigonometrische und andere Sätze die in Rechnungen häufig gebraucht werden.

I. Alle trigonometrische Linien, als Sinus, Tangenten, Secanten, u. s. w. sind in denen Sinustafeln für den Sinus totus = 10000000 zu finden. Es ist aber in vielen Rechnungen vortheilhafft den Sinus totus = 1 zu setzen. Alsdenn aber werden alle Sinus, und Cosinus, Brüche. Will man überhaupt die trigonometrische Linien für den Sinus totus = 1 finden, so darf man nur diejenigen die in den Tafeln angegeben sind mit 10000000 dividiren, d. h. von der rechten Hand gegen die Lincke 7 Decimalstellen abschneiden. Z. E. in den Tafeln ist für den Sin. tot = 10000000, der Sinus von 28° = 4694716; der Sinus von 28° für den Sinus tot. = 1 würde also folgende Zahl 0, 4694716 seyn.

II. Da nun in den Tafeln der Logarithme des Sinus totus = 10 gesetzt wird, so erhellet aus (I) daß man von dem Logarithmen der in denen Tafeln einer gewissen trigonometrischen Linie zugehört nur die Zahl 10 abziehen müsse, um den Logarithmen dieser trigonom. Linie für den Sinus totus = 1 zu erhalten. Z. E in den Tafeln ist log sin 28° = 9, 6716093; also wäre log sin 28° = 9, 671603 — 10 = — 0, 3289907, wenn der Sin. tot = 1 angenommen würde.

Umgekehrt, hat man den Log. einer trigonometrischen Linie für den sin tot = 1, so addirt man 10 hinzu um den Logarithmen derselben für den sin tot = 10000000 zu bekommen.

III. Wenn der Halbmesser eines Kreises = 1 ist, so ist bekantermaasen die halbe Peripherie = 3, 141592 .... der Logarithme dieser Zahl ist = 0, 4971498.

IV. Wenn in einem Kreise dessen Halbmesser = 1 ist, ein gewisser Bogen in Theilen des Halbmessers gegeben ist so kann man die Anzahl von Secunden finden die dieser Bogen hält, wenn man ihn mit der Zahl 206264 multipliciret.

Denn die halbe Peripherie eines Kreises hält 180 . 60 . 60 oder 648000 Secunden. Wenn man nun den gegebenen Bogen in Theilen des Halbmessers = a, und die diesem Bogen zugehörige Anzahl von Secunden = x nennt, so schliest man nach der Regel de Tri

3;

$$3,141592 : a = 648000'' : x''$$

also $x = \frac{648000}{3,141592} . a$; Dividirt man nun 648000 würcklich mit 3, 141592, so kömt 206264 zum Quotienten, und es ist daher

$$x = 206264 . a$$

V. Auch ist log 206264 = log 648000 — log 3, 141592 = 5, 8115750 — 0, 4971498 (III) = 5, 3144252 folglich log x = 5, 3144252 + log a

Wie viel Secunden hält ein Bogen der = 0, 3246 des Halbmessers ist. Also ist hier a = 0, 3246 Mithin

log a	= 3, 5113485	— 4
addirt	5, 3144252	
log x	= 4, 8257737	Daher
x	= 66954, 3 Sec.	= 18°35'.53'',3

VI. Eben diese gefundenen 18° 35' . 53'', 3 würden auch das Maaß des Winkels seyn der dem Bogen a am Mittelpunkte des Kreises zugehörte.

VII. Wenn in einem Kreise dessen Halbmesser = 1 ist, α einen sehr kleinen Bogen, z. E. nur von einigen wenigen Minuten bedeutet, so kan man so wohl den Sinus, als auch die Tangente dieses kleinen Bogens, ohne mercklichen Irthum diesem kleinen Bogen selbst gleich setzen, oder es ist alsdann

$$\sin \alpha = \alpha$$
$$\text{tang}\, \alpha = \alpha$$

das will sagen, so viel Theilgen des Halbmessers auf den Sinus oder die Tangente dieses Bogens gehen, eben so viel dergleichen Theilgen, wird auch ohne mercklichen Fehler der Bogen selbst halten.

In Secunden wäre aber dieser Bogen $= 206264. \alpha$ nach IV.

VIII. Es ist bekantermaaßen $(1+x)^2 = 1+2x+x^2$: Nimmt man nun für x einen sehr kleinen Bruch an, so ist x^2 in Vergleichung mit $1+2x$ als unendlich gering anzusehen, und man kan daher in solchem Falle blos setzen $(1+x)^2 = 1+2x$.

Man setze $2x = m$ also $x = \frac{1}{2} m$ so ist $(1+\frac{1}{2}m)^2 = 1+m$

Daher $\sqrt{(1+m)} = 1+\frac{1}{2}m$

Wenn also m einen sehr kleinen Bruch bedeutet, so ist ohne merklichen Fehler

$$\sqrt{(1+m)} = 1+\tfrac{1}{2}m$$

IX. Ist m negativ so wird

$$\sqrt{(1-m)} = 1-\tfrac{1}{2}m$$

Anmerk. Völlig genau läst sich $\sqrt{(1+m)}$, was auch m ist, durch eine unendliche Reihe ausdrücken und es ist

$$\sqrt{(1+m)} = 1+\tfrac{1}{2}m-\tfrac{1}{8}m^2+\tfrac{1}{16}m^3-\tfrac{5}{128}m^4 \&c.$$

S. Hr. H. Kästners Anal. d. Unendl. im 50 §. der neusten Ausgabe 1770.

X.

X. Da $\text{col}\,\alpha = r\,(1 - \sin\alpha^2)$ ist, wenn man den Sinum totum $= 1$ setzet, so wird unter der Voraussetzung daß α sehr klein ist, $\sin\alpha = \alpha$ (VII) Mithin

$$\text{col}\,\alpha = r\,(1 - \alpha^2) = 1 - \tfrac{1}{2}\alpha^2 \text{ (IX)}$$

XI. Einfache trigonometrische Formeln.

Wenn man $\sin\text{tot} = 1$ setzet, und β einen gewissen Winkel oder Bogen bedeutet, so ist bekantermaaßen

1) $\sin\beta^2 = 1 - \text{col}\,\beta^2$; oder $\sin\beta = \sqrt{(1 - \text{col}.\,\beta^2)}$

2) $\text{col}\,\beta = r\,(1 - \sin\beta^2)$

3) $\text{tang}\,\beta = \dfrac{\sin\beta}{\text{col}\,\beta}$

4) $\cot\beta = \dfrac{1}{\text{tang}\,\beta} = \dfrac{\text{col}\,\beta}{\sin\beta}$

5) $\sec\beta = \dfrac{1}{\text{col}\,\beta} = \sqrt{(1 + \text{tang}\,\beta^2)}$

6) $\text{cosec}\,\beta = \dfrac{1}{\sin\beta} = \sqrt{(1 + \cot\beta^2)}$

XII. Zusammengesetzte trigonom. Formeln.

1) $\sin(\beta + \gamma) = \sin\beta\,\text{col}\,\gamma + \sin\gamma\,\text{col}\,\beta$

2) $\sin(\beta - \gamma) = \sin\beta\,\text{col}\,\gamma - \sin\gamma\,\text{col}\,\beta$

3) $\text{col}\,(\beta + \gamma) = \text{col}\,\beta\,\text{col}\,\gamma - \sin\beta\sin\gamma$

4) $\text{col}\,(\beta - \gamma) = \text{col}\,\beta\,\text{col}\,\gamma + \sin\beta\sin\gamma$

5) $\text{tang}\,(\beta + \gamma) = \dfrac{\text{tang}\,\beta + \text{tang}\,\gamma}{1 - \text{tang}\,\beta\,\text{tang}\,\gamma}$

$$6)\ \text{tang}(\beta - \gamma) = \frac{\text{tang.}\,\beta - \text{tang}\,\gamma}{1 + \text{tang}\,\beta\,\text{tang}\,\gamma}$$

Diese Sätze findet z. E. in Hr. H. Kästners Trigonometrie 19 Satz u. f. f.

Es lassen sich aber aus diesen 6 Lehrsätzen, die außerordentlich fruchtbar sind, noch eine Menge anderer herleiten, die insgesamt von häufiger Anwendung sind, und einem Geometer zur Erfindung neuer Wahrheiten, und zur Ausbreitung seiner Wissenschafft unendlichen Vortheil leisten. Wir wollen aus denen angeführten 6 Formeln noch folgende herleiten.

XIII. Wenn man in XII, die Formeln 1, 2, zusammen addirt oder sie von einander abziehet, so wird

$$7)\ \text{sin}(\beta + \gamma) + \text{sin}(\beta - \gamma) = 2\,\text{sin}\,\beta\,\text{cos}\,\gamma$$

$$8)\ \text{sin}(\beta + \gamma) - \text{sin}(\beta - \gamma) = 2\,\text{sin}\,\gamma\,\text{cos}\,\beta$$

Eben dieses mit denen Formeln 3, 4, vorgenommen giebt

$$9)\ \text{cos}(\beta + \gamma) + \text{cos}(\beta - \gamma) = 2\,\text{cos}\,\beta\,\text{cos}\,\gamma$$

$$10)\ \text{cos}(\beta - \gamma) - \text{cos}(\beta + \gamma) = 2\,\text{sin}\,\beta\,\text{sin}\,\gamma$$

Wenn man $\beta + \gamma = \varphi$; $\beta - \gamma = \psi$ mithin $\beta = \frac{\varphi + \psi}{2}$; $\gamma = \frac{\varphi - \psi}{2}$ setzt, so verwandeln sich die Formeln 7, 8, 9, 10, in folgende

$$11)\ \text{sin}\,\varphi + \text{sin}\,\psi = 2\,\text{sin}\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right)\text{cos}\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right)$$

12)

12) $\sin\varphi - \sin\psi = 2\cos\left(\frac{\varphi+\psi}{2}\right).\sin\left(\frac{\varphi-\psi}{2}\right)$

13) $\cos\varphi + \cos\psi = 2\cos\left(\frac{\varphi+\psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi-\psi}{2}\right)$

14) $\cos\varphi - \cos\psi = -2\sin\left(\frac{\varphi+\psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\varphi-\psi}{2}\right)$

Aus 11, 12 wird

15) $\frac{\sin\varphi+\sin\psi}{\sin\varphi-\sin\psi} = \frac{\sin\left(\frac{\varphi+\psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi-\psi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi+\psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\varphi-\psi}{2}\right)}$

$= \operatorname{tang}\left(\frac{\varphi+\psi}{2}\right)\cot\left(\frac{\varphi-\psi}{2}\right)$

Aus 13, 14, wird eben so

16) $\frac{\cos\psi-\cos\varphi}{\cos\psi+\cos\varphi} = \operatorname{tang}\left(\frac{\varphi+\psi}{2}\right).\operatorname{tang}\left(\frac{\varphi-\psi}{2}\right)$

Und wenn man in 11, 12, statt ψ setzet $90^\circ - \psi$ so wird

17) $\sin\varphi + \cos\psi = 2\sin\left(\frac{\varphi-\psi+90}{2}\right).$

$\cot\left(\frac{\varphi+\psi-90^\circ}{2}\right)$

18) $\sin\varphi - \cos\psi = 2\cos\left(\frac{\varphi - \psi + 90°}{2}\right)$.

$\sin\left(\frac{\varphi + \psi - 90°}{2}\right)$

Aus 11. 13, wird

19) $\frac{\sin\varphi + \sin\psi}{\cos\varphi + \cos\psi} = \text{tang}\left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right) =$

$\frac{\cos\psi - \cos\varphi}{\sin\varphi - \sin\psi}$ (12, 14)

Aus 12. 13 erhält man

20) $\frac{\sin\varphi - \sin\psi}{\cos\varphi + \cos\psi} = \text{tang}\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right.$

Aus 1. 2, wird, $\gamma = \beta$ gesetzt,

21. $\sin 2\beta = 2\sin\beta\cos\beta$

22. $\cos 2\beta = \cos\beta^2 - \sin\beta^2 = 2\cos\beta^2 - 1$

$= 1 - 2\sin\beta^2$

Aus 22 wird, wenn man statt 2β den Buchstaben φ setzt

$\cos\varphi = 2\cos\frac{1}{2}\varphi^2 - 1$. Mithin $1 + \cos\varphi =$ $2\cos\frac{1}{2}\varphi^2$ und

23) $\cos\frac{1}{2}\varphi = r\left(\frac{1 + \cos\varphi}{2}\right)$

Eben so wird aus 22 wegen $\cos\varphi = 1 - 2\sin\frac{1}{2}\varphi^2$

24) $\sin\frac{1}{2}\varphi = \surd\left(\frac{1 - \cos\varphi}{2}\right)$

Und

Und wenn man in 23, 24 statt φ setzt $90° - \varphi$ so wird

25) $\text{col.}(45° - \frac{1}{2}\varphi) = \sqrt{\left(\frac{1 + \sin\varphi}{2}\right)}$

26) $\sin(45° - \frac{1}{2}\varphi) = \sqrt{\left(\frac{1 - \sin\varphi}{2}\right)}$

Aus 20 wird, $\psi = 0$ gesetzt,

27) $\text{tang}\,\frac{1}{2}\varphi = \frac{\sin\varphi}{1 + \text{col}\,\varphi} = \frac{1 - \text{col}\,\varphi}{\text{sin}\,\varphi}$ aus (19)

28) $\cot\frac{1}{2}\varphi = \frac{1 + \text{col}\,\varphi}{\sin\varphi} = \frac{\sin\psi}{1 - \text{col}\,\varphi}$

Endlich aus 19. 20, wird, wenn man $90° - \psi$ statt ψ setzt

29) $\frac{\sin\varphi + \text{col}\,\psi}{\text{col}\,\varphi + \sin\psi} = \text{tang}\left(\frac{\varphi - \psi + 90°}{2}\right)$

30) $\frac{\sin\varphi - \text{col}\,\psi}{\text{col}\,\varphi + \sin\psi} = \text{tang}\left(\frac{\varphi + \psi - 90°}{2}\right)$

XIV. Dieses sind beiweiten noch nicht alle trigonometrische Formeln. Aus denen bisher angeführten, und am meisten brauchbaren, läst sich mit geringer Mühe noch eine grosse Menge anderer herleiten, die freylich nicht alle gleich brauchbar sind, von denen es aber doch gut ist, eine vollständige Sammlung zu haben.

Nur mus man in einer solchen Samlung eine gewisse Ordnung halten, damit man weis wo man jede Formel aufsuchen müsse In dem Falle ist es gut die Formeln nach gewissen Gestalten zu ordnen, welches leicht wird geschehen können, da eine große Menge derselben einige Aehnlichkeit in Absicht ihres Ausdrucks untereinander haben. Ich habe mir eine solche Samlung verfertiget, die ziemlich vollständig ist, und mir wegen ihrer Einrichtung das Aufsuchen sehr erleichtert.

XV. Ohnerachtet ich die gewöhnliche trigonometrische Auflösung der Dreyecke bey meinen Lesern zum voraus setzen muß, so können doch Fälle vorkommen, wo analytische Auflösungen theils brauchbarer theils bequemer sind. Ich werde hie kürzlich ein paar Formeln hersetzen, vermittelst derer man aus zwo Seiten und den eingeschlossenen Winckel: oder aus drey Seiten eines Dreyecks sehr leicht die übrigen unbekanten Stücke desselben berechnen könne. Vorher mus ich aber folgendes beybringen.

XVI. 1. Wenn B und A ein paar Zahlen sind, und $A < B$ ist, so läst sich $\surd (B^2 - A^2)$ vermittelst derer Sinustafeln berechnen denn es ist

$$\surd (B^2 - A^2) = B \surd \left(1 - \frac{A^2}{B^2}\right)$$

Da

Da nun $A < B$ mithin $\frac{A^2}{B^2} < 1$ ist, so läst sich, wenn die 1 den Sinum totum bedeutet, der Bruch $\frac{A}{B}$ allemahl als Sinus eines gewissen Winkels ansehen den ich ψ nennen will. Man suche also einen Winkel dessen Sinus $= \frac{A}{B}$ ist so wird

$$\sqrt{\left(1 - \frac{A^2}{B^2}\right)} = \sqrt{(1 - \sin \psi^2)} = \cos \psi$$

Mithin

$$\sqrt{(B^2 - A^2)} = B \cos \psi$$

wo man sowohl $\sin \psi = \frac{A}{B}$ als auch $B \cos \psi$ durch Logarithmen berechnen kan.

2. Eben so läst sich auch $\sqrt{(B^2 + A^2)}$ durch die Sinustafeln finden. Denn es ist

$$\sqrt{(B^2 + A^2)} = B\sqrt{\left(1 + \frac{A^2}{B^2}\right)}$$

Hier suche man also einen Winckel dessen Tangente $= \frac{A}{B}$ ist, oder man setze $\tang \psi = \frac{A}{B}$

so wird $\sec \psi = \sqrt{\left(1 + \frac{A^2}{B^2}\right)}$

Mithin $\sqrt{(B^2 + A^2)} = B \sec \psi$

Dieses

Dieses zum vorausgesetzt so seyen

XVII. In dem Dreyecke DAF fig XXIII die Seiten . AD = a, AF = b, der eingeschlossene Winckel DAF = φ
Man soll die dritte Seite DF = c finden.

Aufl. Man fälle von D auf AF die Perpendiculär-Linie DC herab, so ist in dem rechtwinklichten Dreyecke ADC, wenn man sin tot = 1 setzt,

$$AD : DC = 1 : \sin \varphi$$
$$AC : DC = 1 : \cos \varphi$$

Mithin $DC = AD \sin \varphi = a \sin \varphi$; $AC = a \cos \varphi$
Folglich $CF = AF - AC = b - a \cos \varphi$, daher in dem rechtw. Dreyecke DCF ; $DF^2 = DC^2 + CF^2$
oder

$$c^2 = a^2 \sin \varphi^2 + (b - a \cos \varphi)^2 =$$
$$a^2(\sin \varphi^2 + \cos \varphi^2) + b^2 - 2ab \cos \varphi$$

aber $\sin \varphi^2 + \cos \varphi^2 = 1$ (XI. 1) folglich

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \varphi$$

XVIII Diese Formel giebt aus denen gegebenen, a, b, φ, das Quadrat der dritten Seite c; um aber c würcklich zu berechnen, und sich die Ausziehung der Quadratwurzel zu ersparen, so kan man folgende Einrichtung gebrauchen
Es ist auch $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab - 2ab - 2ab \cos \varphi$
oder

$$c^2 = (a + b)^2 - 2ab(1 + \cos \varphi)$$

aber

aber $1 + \cos\varphi = 2\cos\frac{1}{2}\varphi^2$, (XIII. 23) daher

$$c^2 = (a+b)^2 - 4ab\cos\tfrac{1}{2}\varphi^2$$

$$c = \sqrt{((a+b)^2 - 4ab\cos\tfrac{1}{2}\varphi^2)}$$

diese Formel läst sich nun mit der (XVI. 1) vergleichen wenn das dortige B^2 hier $(a+b)^2$; und A^2 hier $4ab\cos\frac{1}{2}\varphi^2$ bedeuten läst.

Mithin hat man $B = a+b'$; $A = \sqrt{4abcos\frac{1}{2}\varphi^2}$ $= 2\cos\frac{1}{2}\varphi\sqrt{ab}$. Man suche also einen Winkel $= \varphi$ dessen Sinus $= \frac{A}{B}$ oder hier $= \frac{2\cos\frac{1}{2}\varphi\sqrt{ab}}{a+b}$ ist so wird $c = B\cos\psi = (a+b)\cos\psi$

Will man alles durch Logarithmen rechnen, so wird erstlich

$$\log\sin\psi = \log 2 + \log\cos\tfrac{1}{2}\varphi + \tfrac{1}{2}(\log a + \log b) - \log(a+b)$$

und dann

$$\log c = \log(a+b) + \log\cos\psi$$

Ex. Es sey $a = 100$; $b = 87$, $\varphi = 30^\circ 18'$ so wird

$\log 2 =$	0, 3010300	
$\log\cos\frac{1}{2}\varphi =$	9, 9846375	— 10 (nach II)
$\frac{1}{2}(\log a + \log b) =$	1, 9697596	
	12, 2554271	— 10
abgez. $\log(a+b) =$	2, 2718416	
giebt $\log\sin\psi =$	9, 9835855	— 10

folg:

folglich weil hier 9, 9835855 — 10 der Logarithme des Sinus vom Winkel ψ ist, wenn sin tot = 1 gesetzt wird, so ist nach (11) 9, 9835855 der Logarithme von sin ψ für den gewöhnlichen sin tot = 10000000.

Wenn man also in den Sinustafeln den nur genanten Logarithmen 9, 9835855 aufsuchet so findet man dabey den Winckel ψ = 74°. 20'. + Also

log cof ψ = 9, 4314286 — 10
log (a+b) = 2, 2718416

log c = 1, 7032702
daher c = 60, 49

Ich habe in diesem Exempel die Secunden in dem Winkel ψ weggelassen; Wolte man sie auch bestimmen, so hätte man sich der gewöhnlichen Proportionaltheile bedienen müssen.

XIX. Gewöhnlich würde man sich solchergestalt zwoer Proportionen bedienen müssen, wenn man für die Secunden in dem Winkel ψ den Logarithmen von cof ψ finden wolte. Nemlich 1) würde man vermittelst der Proportionaltheile die Secunden in dem Winkel ψ berechnen. 2) Und dann vermittelst einer zwoten Proportion für die gefundene Anzahl von Secunden den log von cof ψ suchen. Eigentlich braucht man aber den Winkel ψ

ψ nicht selbst sondern blos dessen Cosinus wenn man in XVIII die Seite c berechnen will. Es ist daher nicht nöthig die Secunden in dem Winkel ψ erst würcklich zu berechnen, wenn man log cos ψ haben will, sondern man kan kürzer so verfahren. Es ist aus den Sinustafeln

M) log sin 74° 20′ = 9, 9835582
N) log sin ψ = 9, 9835855
O) log sin 74° 21′ = 9, 9835936

Um also die Secunden in dem Winkel ψ zu berechnen würde man nach der gewöhnlichen Regel so schliessen

O — M : N — M = 60″ : x″ da wäre folglich

$$x'' = \frac{N - M}{O - M} . 60''$$

Nun ist ferner

P) log cos 74° 20′ = 9, 4314286
Q) log cos 74° 21′ = 9, 4309776

da also log cos ψ = log cos (74°20′ + x″) zwischen P und Q fallen mus, so setze man log cos ψ = P — y wo y den Proportionaltheil bedeutet, der denen x″ zugehöret. Um also y zu finden schliesse man

60″ : x″ = P — Q : y oder

$$60'' : \frac{N - M}{O - M} . 60'' = P - Q : y$$ da würde also

y =

$$y = \frac{(P-Q)(N-M)}{O-M}$$ Mithin

$$O-M : N-M = P-Q : y$$

Also blos vermittelst dieser einzigen Proportion findet man sogleich den Proportionaltheil y der in dem Cos ψ denen x'' zugehört, ohne daß es nöthig ist durch eine besondere Proportion vorher die x'' selbst zu berechnen

Hier ist

$N-M = 0,0000273$
$O-M = 0,0000354$
$P-Q = 0,0004507$

Mithin die Proportion diese

$0,0000354 : 0,0000273 = 0,0004507 : y$

also $y = 0,0003475$

folglich $\log \cos \psi = P - y =$
$9,4314286 - 0,0003475$

oder

$\log \cos \psi = 9,4310811$

Daß diese Rechnung weit leichter und bequemer ist als wenn man erst würcklich die x'' und dann hieraus den Proportionaltheil y berechnen wolte, wird man leicht einsehen. Und ich habe nicht undienlich erachtet, kürzlich diesen Rechnungsvortheil der sich mit geringer Mühe auf ähnliche Fälle erstrecken läst, hie beyzubringen.

XIX.

XX. Aus der Formel XVII. nämlich

$$c^2 = a^2 - 2ab \cos\varphi + b^2$$

folgt umgekehrt

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \cos\varphi$$

$$1 - \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = 1 - \cos\varphi \text{ oder}$$

$$\frac{c^2 - (a-b)^2}{2ab} = 1 - \cos\varphi \text{ und}$$

$$\frac{c^2 - (a-b)^2}{4ab} = \frac{1 - \cos\varphi}{2} = \sin\tfrac{1}{2}\varphi^2 \text{ XIII. 24}$$

Aber $c^2 - (a-b)^2$ ist $= (c + a - b)(c - a + b)$

Es wird also $r \frac{(c + a - b)(c - a + b)}{4ab} = \sin\tfrac{1}{2}\varphi$

oder durch Logarithmen

$$\tfrac{1}{2}\log(c + a - b) + \tfrac{1}{2}\log(c - a + b) -$$
$$\tfrac{1}{2}(\log a + \log b + \log 4) = \log\sin\tfrac{1}{2}\varphi$$

diese Formel dienet aus drey Seiten eines Dreyecks, oder aus denen gegebenen a, b, c den Winkel φ zu berechnen, der der Seite c gegenüber steht. Man muß aber zu dem Werthe wodurch man $\log\sin\frac{1}{2}\varphi$ bekömt, noch 10 hinzu addiren damit man $\log\sin\frac{1}{2}\varphi$ für den sin tot $=$ 10000000 erhält. (I)

Ex. Es sey a = 300 b = 200; c = 210
so ist

c+a—b=310; $\frac{1}{2}$ log (c+a—b) = 1, 2456808
c—a+b=110; $\frac{1}{2}$ log (c—a+b) = 1, 0206963
addiret 10 = 10, 0000000

Summe = 12, 2663771
abgezogen $\frac{1}{2}$ (loga+logb+log4) = 2, 6901056

giebt log sin $\frac{1}{2}\varphi$ = 9, 5762715
Und durch Proportionaltheile $\frac{1}{2}\varphi$ = 22°. 8'. 39"
folglich φ = 44°. 17' 18"

Es ist gar kein Zweifel daß diese Rechnung aus drey Seiten eines Dreyecks einen Winkel zu finden weit kürzer und bequemer ist, als die gewöhnliche Regel, die in denen gemeinen Elementen der Trigonometrie angegeben wird.

XXI. Aus XVII ist in dem Dreyecke DCF

$$\frac{CD}{CF} = \text{tang } F = \frac{a \sin \varphi}{b - a \cos \varphi}$$

und folglich

$$\cot F = \frac{1}{\text{tang } F} = \frac{b - a \cos \varphi}{a \sin \varphi} = \frac{b}{a \sin \varphi}$$

— cot φ

welche

welche Formel dienet, aus zwo Seiten und dem eingeschlossenen Winkel eines Dreyecks, oder aus denen gegebenen a, b, φ, sogleich den Winkel F zu finden der der Seite a gegenüber stehet.

Hier kan man nun den Quotienten $\frac{b}{a \sin \varphi}$ durch Logarithmen berechnen; cot φ hat man aber sogleich aus denen Tafeln; Nur muß man von der zugehörigen Zahl 7 Decimalstellen abschneiden, damit man, wie hier erfordert wird, cot φ für den Sinus totus $= 1$ bekömt (I).

Ex. Es sey $a = 100$; $b = 120$; $\varphi = 30$ so ist

	$\log b =$	2, 0791712
abgezogen	$\log a + \log \sin \varphi =$	1, 6989700
läst	$\log \frac{b}{a \sin \varphi} =$	0, 3802112
Mithin	$\frac{b}{a \sin \varphi} =$	2, 4000000
abgezogen	$\cot \varphi =$	1, 7320508
giebt	cot F =	0, 6679492

und F = 56° 15′ +

XXII. Es ist zu bemerken, daß wenn $\varphi > 90°$ ist, sowohl tang φ als auch cot φ negativ werden.

Es sey $\varphi = 90° + \alpha$ also um α größer als $90°$

so ist $\cot \varphi = \cot (90° + \alpha) = \frac{1}{\text{tang}(90° + \alpha)} =$

$$\frac{1}{-\text{tang}(90° - \alpha)} = \frac{1}{-\cot \alpha} = -\text{tang}\ \alpha .$$

Und alsdann in XXI

$$\cot F = \frac{b}{a \sin (90° + \alpha)} + \text{tang}\ \alpha$$

oder wegen $\sin (90° + \alpha) = \sin (90° - \alpha) = \cos \alpha$

$$\cot F = \frac{b}{a \cos \alpha} + \text{tang}\ \alpha .$$

XXIII. Wenn fig. XXIII von der Spitze eines Dreyecks auf die Grundlinie AF eine Perpendicularlinie DC herabgefället wird so ist $DC^2 = AD^2 - DC^2$

Und eben so $DC^2 = DF^2 - CF^2 = DF^2 - (AF - AC)^2$

Mithin

$$AD^2 - AC^2 = DF^2 - (AF - AC)^2$$

oder

$$AD^2 - AC^2 = DF^2 - AF^2 + 2AF.AC - AC^2$$

oder weil sich AC^2 auf beyden Seiten aufhebt, $AD^2 = DF^2 - AF^2 + 2AF.AC$

also

also

$$AC = \frac{AD^2 + AF^2 - DF^2}{2\,AF}$$

Diese Formel bestimt also aus denen 3 Seiten AD, AF, DF eines Dreyecks, das Stück AC der Grundlinie AF, welches von einer Perpendicular-knie DC, auf AF abgeschnitten wird,

Eben so wird das andere Stück $CF = AF - AC$

oder

$$CF = \frac{AF^2 + FD^2 - AD^2}{2\,AF}$$

Der Gebrauch dieser Formel zeigt sich in der Folge bey Gelegenheit verschiedener geometrischen Auflösungen.

XXIII. Die bisherigen Sätze habe ich kürzlich hie zum voraus schicken müssen, weil in den folgenden Theilen dieser practischen Geometrie durchgehends Gebrauch davon gemacht wird. Ich hielte es für nützlich sie hier beysammen zu haben, weil ich sonst durch häufige Lehnsätze den ordentlichen Vortrag der practischen Lehren zu oft hätte unterbrechen müssen.

Statt der gewöhnlichen Lehrsätze aus der gemeinen Geometrie, die man oft denen practischen Anleitungen zur Feldmeskunst voraus zu schicken pflegt, hielte ich das bisherige für fruchtbarer und

nützlicher. Und was die gemeine Geometrie anbelangt, die muß ich bey meinen Lesern völlig zum voraussetzen.

Wer von der Elementargeometrie weiter nichts weis, als die wenigen Lehrsätze, die man gewöhnlich ohne Beweis denen Anleitungen zur practischen Geometrie vorauszuschicken pflegt, der wird nie im Feldmessen eine nur mittelmäßige Kentnis erlangen; eben so müssen einem Geometer auch die wichtigsten Sätze der Arithmetik, z. E. von Decimalbrüchen, Logarithmen u. s. w. zureichend bekant, und geläufig seyn.

Anmerk. Wenn ich mich in der Folge auf die bisher beygebrachten trigonometrischen Sätze berufe, so wird dieses unter folgender Bezeichnung Trig. S. geschehen.

Die

Die practische Geometrie

Erster Theil

I. Kapitel

Allgemeine Betrachtungen über den Gegenstand der practischen Feldmeßkunst, und über die nöthigsten Kenntnisse eines Feldmessers

§. 1.

Erklärung.

Die Feldmeßkunst (Geodaesia) ist eine Wissenschaft, die Figur eines kleinen Stücks unserer Erdfläche auf dem Papiere zu entwerfen, und zeigt überhaupt, wie man die theoretischen Lehren der Geometrie, anwenden könne, Abmessungen auf unserer Erdfläche auf leichteste und

vortheilhafteste zu bestimmen und mit einander zu vergleichen.

Die nähere Vorstellung davon ist diese:

Man gedenke sich z. E. auf dem Felde die Krümmung eines Flusses, die Gränzen einer Waldung, eines Gebürges, die Lage einer gewissen Menge von Oertern u. d. g. so geben diese Dinge allemahl eine gewisse Figur.

Gesetzt es seyen die Punkte A, B, C, D, E, F, fig I Oerter auf der Erdfläche. Man verbinde solche in Gedanken durch gerade Linien mit einander, so ergiebt sich auf dem Felde die Figur ABCDEF. Diese Figur nun auf dem Papiere zu entwerfen, das will sagen, auf dem Papiere eine kleinere Figur abcdef Fig. II zu verzeichnen, die der ABCDEF sowohl im ganzen als in ihren Theilen, so viel als möglich, und der jedesmahligen Absicht gemäß, ähnlich ist, und alle Abmessungen, die dabey erfordert werden aufs leichteste und vortheilhafteste zu bestimmen, dieses ist der Gegenstand der Geodäsie. Und die hierzu erforderlichen Lehren aus der theoretischen Geometrie, verbunden mit einer genauen Kentniß und Behandlung der practischen Werkzeuge, machen die Wissenschaft eines Feldmessers aus.

Erklärung.

Wenn eine Figur abcdef auf dem Papiere der ABCDEF auf dem Felde, völlig ähnlich ist, folglich die Winkelpunkte a, b, c, d, e, f, eben die Lage gegen einander haben, wie die Winkelpunkte A, B, C, D, E, F, der Figur auf dem Felde, und die Seiten ab, bc, u. s. w. sich untereinander so verhalten wie die AB, BC, u. s. w; Mit einem Worte, wenn alle Theile der Figur auf dem Felde, in eben der Ordnung, Verhältniß und Lage, auch im kleinen sich bey der Figur auf dem Papiere vorfinden, dann sagt man die Figur auf dem Papiere sey ein Grundriß, ein topographischer Entwurf, oder auch eine Karte von der Figur auf dem Felde, oder von dem kleinen Stücke der Erdfläche.

Anmerkung.

§. 2. Eine solche geometrische Karte unterscheidet sich von einer geographischen, in folgenden Stücken.

Die erstere stellt nicht nur allein die Gränze und Figur eines kleinen Stücks der Erdfläche dar, sondern auch die einzeln Theile derselben, als: die Größe, Lage, und Figur der Städte, Dörfer, Flecken, die Richtung der Wege, Flüsse, die Eintheilung und Gränzen der Gebürge, Waldungen, Wiesen und Felder; kurz in einer geometrischen Karte, werden alle einzeln und merk-

würdigen Punkte einer Gegend im kleinen vorgestellt, so daß man alles auf ihr angemerkt findet, was zu einer gewissen Absicht, und zur genauern Kenntnis eines Landes dienlich seyn kan.

Hingegen eine geographische Karte, stellt meistens ein sehr großes Stück der Erdfläche dar, ohne Angabe aller kleinen einzeln merkwürdigen Punkte die sich darauf befinden: So z. E. nur die Figur eines ganzen Landes, die Hauptrichtung der Flüsse, die Lage der Städte u. s. w.

Zusatz.

§. 3. Man sieht aus dem bisherigen, daß die Lehre von der Aehnlichkeit der Figuren, in der Feldmeßkunst von unendlichen Gebrauche seyn müsse, da diese Lehren im großen auf dem Felde ausgeübt werden. Allein die gehörige Anwendung der theoretischen Lehren von der Aehnlichkeit der Figuren, hat auf dem Felde oft unendliche Schwürigkeiten, und eine gewisse Art auf dem Papiere ein paar Figuren einander ähnlich zu machen, läst sich in manchen Fällen auf dem Felde gar nicht gebrauchen. So z. E. kan man ohne Schwürigkeit, auf dem Papiere ringsherum alle Seiten und Winkel einer Figur messen, und solche nachher in eben der Verhältniß und Ordnung, nur nach einem andern Maasstabe verzeichnen, also die zwote Figur der erstern ähnlich machen.

Allein

Allein mit diesem Verfahren lasst sich auf dem Felde oft gar nichts ausrichten; man kan nicht immer wegen vorkommender Hindernisse auf dem Felde die Theile einer Figur an ihrem Umkreise unmittelbar messen; Auch würde es oft unendlich mühsam seyn, wenn man an die auszumessenden Entfernungen, den Maasstab oder die Meskette so oft anlegen wolte als es angienge.

Man kan also eine gewisse Methode, ein paar Figuren einander ähnlich zu machen, nicht in jedem Falle auf dem Felde mit Vortheil gebrauchen, sondern man mus unter denen verschiedenen Methoden diejenige auszuwählen wissen, vermittelst der man am leichtesten seinen Endzweck erreichet.

Ferner müssen auch in der Geodäsie die Mittel angegeben werden, aus gewissen gegebenen, oder willkührlich angenommenen Datis, diejenigen Umstände und Abmessungen einer Figur zu bestimmen, die man entweder gar nicht, oder nur durch sehr viele Mühe und Arbeit unmittelbar finden könte.

Die Auflösung solcher schweren Fälle, erhält man vermittelst einer gehörigen Anwendung der theoretischen Geometrie, wo gezeigt wird, wie man Größen durch Schlüsse herausbringen, und mit einander vergleichen könne. Und in solchen Fällen unterscheidet sich der wissenschaftliche Feldmesser, von dem sogenannten handwerksmäßi-

mäßigen, welcher aus Mangel nöthiger Kenntnisse, oft entweder gar nichts, oder mit unbeschreiblicher Mühe nur etwas sehr unvollkommenes leistet.

Anmerkung.

§. 4. Das Papier, auf dem man eine gewisse Figur auf dem Felde zu entwerfen hat, ist eine ebene Fläche; Nun aber liegen die Theile einer Figur auf dem Felde, sehr selten in einer einzigen Ebene. Es frägt sich daher wie man in solchen Fällen sich die Sache vorstellen müsse. Denn das läst sich leicht übersehen, daß es unmöglich sey, auf einer ebenen Fläche, eine Figur einer andern ähnlich zu machen, deren Theile nicht alle in einer einzigen Ebene liegen.

Um nun diese Schwürigkeit gehörig ins Licht zu setzen, und zu zeigen wie man sich bey ihr verhält, so mus ich vorher kürzlich folgende Sätze, die in der Feldmeskunst überal gebraucht werden zum voraus schicken.

Es lehret die Erfahrung, daß die Richtungen zweener oder mehrerer Fäden, an denen man schwere Körpergen z. E. Bleykugeln herabhängen läst, so genau als man es bemerken kan, mit einander gleichlaufend sind. Eine ebene Fläche die man sich auf die Richtungen dieser Fäden, welche man **Verticallinien** nennet, senkrecht vor-

vorstellet, heist eine Horizontalfläche, und jede andere Fläche eine schiefe.

So z. E. sind die schrägen Abdachungen der Berge keine Horizontalflächen, denn jeder Versuch wird zeigen, daß die verticale Richtung einer herabhängenden Kugel, mit der Anhöhe eines Bergs schiefe Winkel machet.

Hingegen die Oberfläche eines stillstehenden Wassers, wie auch die Ebene des sogenannten platten oder flachen Landes wird horizontal seyn.

So kan man sich an jedem Orte wo man sich befindet, eine Horizontalfläche gedenken, und solche nach allen Gegenden soweit man will erweitert vorstellen.

Auch werden alle Horizontalflächen mit einander parallel seyn, weil sie insgesamt auf den parallelen Richtungen der Verticallinien senkrecht stehen.

Diese Horizontalflächen sind in der practischen Geometrie von unendlichen Gebrauche, weil man sie in jedem Falle vermittelst eines mit Wasser angefüllten Gefäßes sinnlich machen kan.

Um nun nach diesen Betrachtungen die im Anfange dieses §. gedachte Schwürigkeit zu heben, so überlege man folgendes.

Man

Man stelle sich vor die Punkte a, b, c, d, e, (fig. III) auf dem Felde, seyen nicht alle in einer einzigen Ebene, sondern nach Gefallen einer über den andern erhöhet, wie wenn z. E. die erwähnten Punkte, Spitzen verschiedener Gebürge wären.

Nun gedenke man sich auf dem Felde, wo man will eine Horizontalfläche.

Die Ebene des Papiers worauf sich die III Figur befindet mag diese Horizontalfläche vorstellen, und die Punkte a, b, c, d, e seyen also nach Gefallen über dieselbe erhaben.

Man fälle von denen Punkten a, b, c, d, e, auf die Horizontalfläche die Perpendiculär- oder Verticallinien $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$, $d\delta$, $e\varepsilon$, herab.

Die Punkte α, β, γ, δ, ε, wo diese Perpendiculärlinien in die Horizontalfläche eintreffen, nennet man die **Projectionen** der Punkte a, b, c, d, e, auf die Horizontalfläche, oder man sagt, α, β, γ, δ, ε, seyen die auf den **Horizont reducirten** Punkte a, b, c, d, e. Die Linien $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ u. s. w. heisen die auf den **Horizont reducirten Linien** ab, bc, u. s. w.

So begreift man also leicht, wie man sich überhaupt eine ganze Figur auf dem Felde mit allen ihren Theilen auf die Horizontalfläche reducirt vorstellen könne.

Eine

Eine solche auf dem Horizont gebrachte Figur $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$, deren Theile nun alle in einer einzigen Ebene liegen, ist es eigentlich um die man sich in der Feldmeßkunst bekümmert, und von der man auf dem Papiere einen Grundriß verfertigen kan.

Eine Figur auf dem Papiere die also der auf den Horizont reducirten Figur $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ ähnlich ist, heist eigentlich der Grundriß der Figur a b c d e.

So würde also der Grundriß eines Gebürges, diejenige Figur auf dem Papiere vorstellen, welche derjenigen ähnlich ist, welche man erhielte, wenn man die Gränzen und die ganze Oberfläche desselben auf die Horizontalfläche reducirt hätte.

Und so erhellet ferner was z. E. der Grundriß eines ganzen Landes sagen will.

Zusatz.

§. 5. Ein Grundriß kan also nicht die verschiedenen Erhöhungen der einzeln Theile einer Figur über der Horizontalfläche angeben, sondern er bestimmt blos den Raum, den eine gegebene Figur auf der Horizontalfläche einnimt.

Von den Grundrissen unterscheidet man zum Gegentheil die **Profilrisse**, welche diejenige Figur vorstellen, welche man erhielte, wenn man z. E. eine bergigte Gegend, mit einer auf der Horizontal-

talfläche senkrechten Ebene, mit einer Verticalfläche durchschnitte.

Zusatz.

§. 6. Einige nöthige Betrachtungen über das vorhergehende, werde ich nun hie noch beybringen.

Man setze es werde (fig. III) durch den über der Horizontalfläche $\alpha\beta\gamma\delta$. erhabenen Punkt e, die Linie en mit $\varepsilon\gamma$ und ei mit $\varepsilon\delta$ parallel gezogen, so sind die Linien en, ei, horizontal, und der Winkel ien $= \delta\varepsilon\gamma$. Auch liegt en in der Verticalfläche durch $e\varepsilon$, $c\gamma$; und ei in der durch $e\varepsilon$, δd.

Es ist daher der Winkel ien $= \delta\varepsilon\gamma$ das Maaß des Neigungswinkels den die Verticalfläche durch die beyden Gegenstände e, d, mit der Verticalfläche macht, in der die Gegenstände e und c liegen.

Wenn man also im Stande ist auf dem Felde bey e den Winkel ien zu messen, den ein paar Horizontallinien ei, en in denen erwähnten Verticalflächen durch e u. d, und durch e und c, mit einander machen, so hat man den Winkel $\delta\varepsilon\gamma$, den die drey Gegenstände d, e, c im Grundrisse mit einander machen müssen.

Wenn e, d, ein paar Punkte sind durch welche eine Verticalfläche gelegt ist, so werde ich in der Folge

Folge dieſe Verticalfläche bloß durch e d bezeichnen, nemlich bloß durch zweene Buchſtaben, die ſich auf die Punkte oder Gegenſtände e, d, beziehen, durch welche man ſich eine Verticalfläche vorſtellet.

Zuſatz.

§. 7. Man verlängere die horizontale ei bis ſie bey m in die Verticallinie ∂d einſchneidet ſo iſt em = e∂

Es iſt alſo ed die wahre Entfernung der beyden Gegenſtände e, d.

em = e∂ iſt aber die Entfernung der beyden Punkte e, d, nach der Horizontallinie gerechnet, oder ihr Horizontalabſtand, und dieſe em oder e∂ iſt es eigentlich die man im Grundriſſe für den Abſtand der beyden Oerter e und d angiebt.

Zuſatz.

§. 8. Der Triangel dme iſt bey m rechtwinklicht, und eine Ebene durch ihn, ſtehet auf der Horizontalfläche ſenkrecht:

Auch drückt das Stück dm aus, um wie viel der Ort d niedriger als e, oder um wie viel e höher liegt als d.

Wäre alſo in dem Dreyecke dme, die wahre Entfernung ed, (§. 7) und die Tiefe des Punkts d unter e, oder dm gegeben, ſo könte man daraus

em = s^d, oder die auf den Horizont reducirte Entfernung der beyden Gegenstände e, d berechnen, denn es wäre

$$em = s\delta = r(ed^2 - md^2)$$

Auch ließe sich der Winkel dem berechnen; für ihn wäre

$$\sin dem = \frac{md}{de}$$

Es ist aber dem die Neigung des Schenkels ed, oder der wahren Weite beyder Objekte e, d, gegen die Horizontallinie em.

Hat man eben so auch die Neigung des Schenkels ec gegen die Horizontallinie en, so kan man aus denen gegebenen Neigungen der beyden Schenkel ec, ed, nebst den Winkel dec, den sie mit einander machen, den Horizontalwinkel men = $\delta\varepsilon\gamma$, durch die sphärische Trigonometrie finden. Von dieser Auflösung aber, die in der practischen Feldmeskunst von großer Wichtigkeit ist, werde ich in der Folge reden.

Anmerkung.

§. 9. Die bisherigen Betrachtungen zeigen den Grund von verschiedenen Aufgaben und Operationen auf dem Felde.

Die Ursache warum man eine Figur auf die Horizontalfläche reduciret, ist:

1)

I) Weil sich die Lage und Richtung einer horizontalen Ebene, weit leichter angeben, und sinlich machen läst, als jede andere die gegen den Horizont geneigt wäre. Denn man darf sich an einem gewissen Orte nur eine Wasserfläche, oder die Oberfläche eines mit Wasser angefüllten Gefässes gedenken, so hat man sogleich daselbst eine horizontale Ebene.

II) Weil man den natürlichen Werth eines Grundstückes, oder überhaupt eines Landes, nach dem Raume beurtheilt, den solches auf der Horizontalfläche einnimt; Da nämlich die Erfahrung lehret, daß alle Früchte und Gewächse nach verticalen, oder auf der Horizontalebene senkrechten Richtungen wachsen, so schliest man, daß auf denen erhabenen, gewölbten und ungleichen Hügeln einer bergigten Gegend nicht mehr Gewächse stehen können, als auf dem flachen Lande.

In wie ferne dieser Schluß gegründet ist, will ich hie nicht untersuchen. Man kan mehreres davon in Wilkens Landesvermessungen §. 229. Penthers pract. Geom. und andern Schriftstellern nachlesen. In den Abhandl. der Holländ. Ges. d. Wissenschaften zu Harlem 1774, sucht besonders Hr. Carrard in einer Abhandlung das Gegentheil der gewöhnlichen Voraussetzung darzuthun.

Zusatz.

§. 10. Eine der nöthigsten Vorschriften eines Feldmessers bestehet also darinnen, alle Abmessungen der Theile einer Figur, auf den Horizont zu reduciren; und je unebener das Stück der Erdfläche ist, auf dem man misset, desto wichtiger ist diese Vorschrift.

Die Gränzen der gemeinen Geodäsie.

§. 11. Diese gehen eigentlich nur so weit, als die Erfahrung §. 4 wahr ist. Wenn man annimmt, daß unsere Erde die Gestalt einer Kugel hat, so werden die Richtungen der Schwere an zweenen sehr weit von einander entlegenen Oertern, nicht mehr einander parallel seyn, und folglich auch nicht die auf denen Verticallinien senkrecht stehende Horizontalflächen. Man setze unsere ganze Erde sey mit Wasser umgeben, so wird aus physicalischen Ursachen, die Oberfläche des Wassers nicht eine ebene, sondern eine sphärische Gestalt annehmen, und das würde ein Bild von der eigentlichen Figur der Erdfläche seyn, welche man wohl von derjenigen unterscheiden muß, so wie sie gewöhnlich mit ihren höckerigten und bergigten Stellen in die Augen fällt.

Ist nun $\alpha\ \beta$ fig IV ein kleines Stückgen von der eigentlichen Oberfläche unserer Erdkugel, so kan man annehmen, daß solches in Absicht der gan-

ganzen Erdfläche, keine merkliche Krümmung habe, und folglich als eben angesehen werden könne.

Nun sey e über dem Stückgen $\alpha\beta$ nach Gefallen erhaben, z. E e die Spitze eines Bergs, und man gedenke sich bey e eine Wasserfläche (§. 9. 1) so wird da auf ihr perpendicular, des Orts e Verticallinie seyn.

Weil aber, wie ebenfalls in der Naturlehre gezeigt wird, die Wasserfläche eines beliebigen Orts e, mit dem kleinen Stückgen $\alpha\beta$ der eigentlichen Erdfläche, über welchem der Ort erhaben ist, parallel läuft, so wird de auch auf $\alpha\beta$ senkrecht stehen, und es ist daher ein sehr kleines Stückgen der Erdfläche selbst eine Horizontalebene.

Nun sey an einem andern Orte i, welcher sich über dem Stückgen $\gamma\delta$ der Erdfläche befindet, ebenfalls ik, eine auf der Wasserfläche, und folglich auf $\gamma\delta$ senkrechte Linie. Weil also de, auf $\alpha\beta$, und ik auf $\gamma\delta$ senkrecht stehen, so müssen offenbar beyde Verticallinien de, ki, nach dem Mittelpunkte der Erdkugel c, hinlaufen.

Auf diese Art kommen eigentlich alle Verticallinien in dem Mittelpunkte der Erdkugel zusammen, und sind daher wie oben § 4 zum vorausgesetzt worden, nicht parallel. Weil aber der Mittelpunkt der Erde von der Oberfläche derselben,

ohngefähr um 860 deutsche Meilen entfernt ist, und man Linien die sich in einem so weit entlegenen Punkte, und unter einem sehr kleinen Winkel durchschneiden, ohne grossen Fehler als parallel ansehen kan, so erhellet, daß, wenn die beyden Oerter e, und i, nicht sehr weit von einander entfernt sind, und folglich ihre Verticallinien ed, ik, bey c nur unter einem sehr kleinen Winkel eci zusammentreffen, man auch ohne merklichen Irrthum berechtigt sey, die Richtungen dieser Verticallinien selbst, so weit man es durch die Sinne bemerken kan, wie auch daher die auf ihnen senkrecht stehende Horizontalflächen, als gleichlaufend, und den Theil der eigentlichen Erdfläche, der zwischen e, und i liegt, als eben, oder ohne merkliche Krümmung zu betrachten. In so ferne ist also die Erfahrung §. 4 richtig und so weit gehen auch nur die Gränzen der gemeinen Feldmeßkunst.

Sie erstrecket sich also nur auf ein sehr kleines Stückgen der Erdfläche, in soferne es keine merkliche Krümmung hat, und lehret, wie die Figur desselben, auf dem Papiere entworfen werden könne.

Hätte man ein sehr großes Stück der Erdfläche auf dem Papiere zu entwerfen, so gehören dazu Kenntniße der höheren Mathematik und Astronomie, die aber, so lange man nur ein kleines Stück der Erdfläche betrachtet, nicht unumgäng-

gänglich nothwendig sind. Man könte denken, weil sich nach den Regeln der gemeinen Feldmeskunst, ein jedes kleines Stückgen der Erdfläche vermessen läst, so dürfte man nur alle diese kleinen Stückgen zusammen setzen, um den Grundriß oder die Projection eines sehr großen Theils der Erdfläche zu erhalten.

Allein man überlege, daß dieses wegen der Krümmung unserer Erde, so gerade hin nicht angehet, sondern daß auch hiezu Reductionen und Kenntniße erfordert werden, die man wohl meistens bey Feldmessern nicht voraussetzen kan.

Indessen aber erstrecket sich die gemeine Geodäsie schon auf eine beträchtliche Weite. Denn unsere Erde ist so groß, daß man einen Distrikt von 12 bis 15 Quadratmeilen wohl ohne merklichen Irthum als eben ansehen, und ihn also nach den Regeln der gemeinen Geodäsie vermessen und entwerfen kan. Wenigstens läst sich der von der sphärischen Gestalt der Erdfläche herrührende Fehler, sehr leicht beurtheilen, wie in der Folge näher erhellen wird.

Die nothwendigsten Kenntnisse eines Feldmessers.

§. 12. Diese sind:

1) Eine vollständige Kenntniß der theoretischen Elementargeometrie, und insbesondere des-

jenigen was darinnen von der Aehnlichkeit der Figuren bewiesen wird.

2) Die Kenntniß trigonometrischer Rechnungen; ohne welche bey Vermessungen die nur einigermaaßen ins Große gehen, wenig oder gar nichts geleistet werden kan. Hauptsächlich dienen die bekannten trigonometrischen Formeln, für die Zusammensetzung der Sinusse und Cosinusse u. s. w. zu vielen wichtigen Abkürzungen und Vortheilen, in denen in der Geodäsie vorkommenden und nothwendigen Rechnungen.

3) Die ersten Gründe von der Algebra werden auch mit unendlichen Nutzen gebraucht werden können.

4) Da bey denen geodätischen Vermessungen, immer gewisse Linien und Winkel unmittelbar gemessen werden müssen, um andere unbekannte Stücke daraus herleiten zu können, so verstehet es sich von selbsten, daß man allen möglichen Fleiß und Sorgfalt anwenden müsse, solche Dinge die zur Bestimmung anderer dienen sollen, so genau als möglich zu messen: Und hierzu gehöret eine gewisse natürliche oder durch Uebung erlangte Fertigkeit, auf eine gehörige und leichte Art mit denen Werkzeugen umzugehen, und also dadurch wenigstens

die

die groben Fehler zu vermeiden, die eine Trägheit, und Ungeschicklichkeit der Hände zur Quelle haben.

5) Der Feldmesser muß genau die Natur und Einrichtung der Werkzeuge kennen, mit denen er Messungen anstellt: Er muß ihre Fehler zu beurtheilen und zu prüfen wissen.

Fehler die eine ungeschickte Behandlung der Werkzeuge zum Grunde haben, werden allemal auf die Rechnung des Feldmessers gesetzt: Hingegen solche Fehler die aus der Unvollkommenheit der Werkzeuge (z. E. bey einem Winkelmesser aus der Unmöglichkeit einen Kreis völlig genau einzutheilen u. s. w.) entspringen, kan wohl kein Feldmesser vermeiden: Er muß aber doch aus der Natur eines Instruments zu beurtheilen wissen, wenigstens wahrscheinlicher Weise, wie genau er mit einem gegebenen Werkzeuge messen könne; ob die unvermeidlichen Fehler in den gemessenen Stücken, auf die Bestimmung der unbekanten, einen beträchtlichen Einfluß haben oder nicht.

Mit einem Worte er muß den Grad der Zuverläßigkeit einer Vermessung, wenn es verlangt wird, anzugeben wissen.

6) Da ferner bey einer Vermessung es immer eine der Hauptabsichten eines Geometers seyn muß, mit der Arbeit, so bald als möglich fertig zu werden, so erhellet daß man nicht mehr Stücke unmittelbar messen müsse, als unumgänglich nothwendig sind, die übrigen unbekannten daraus herzuleiten.

Man erspart dadurch nicht nur sehr viele überflüßige Arbeit, sondern auch oft große Unkosten. Besonders muß man auch dahin trachten, diejenigen Stücke zur Bestimmung der unbekannten auszuwählen, die nicht nur am bequemsten gemessen werden können, sondern von denen auch die geringsten Fehler in Absicht auf die Folge zu befürchten sind.

Daß hierin die Feldmesser sehr oft fehlen, die Arbeit länger als nothwendig aufhalten, ist kein Wunder, wenn man überlegt, daß oft nicht nur bloße Unwissenheit, sondern würklich noch öfterer, die Begierde Geld zu gewinnen zum Grunde liegt.

7) Da eine genaue Messung der Linien und Winkel, immer die Hauptsache in der Geodäsie ist, so muß sich ein Feldmesser außer den Fehlern, die von der Unvollkommenheit der Werkzeuge entspringen, noch um andere physicalische Ursachen bekümmern, die unsere Messungen unsicher machen, und

zu

zu Fehlern Gelegenheit geben, und die besonders bey wichtigen Vermessungen eine nöthige Sorgfalt empfehlen;

Dahin gehören z. E.

a) **Fehler** die von der **Undeutlichkeit** entfernter **Gegenstände** herrühren: Nemlich es lehret die Erfahrung daß man Gegenstände die sehr weit weg liegen, nicht mehr deutlich unterscheiden kan. Die Ursache hievon liegt sowohl in unserm Auge selbst, als auch darinnen, daß die sich zwischen unserm Auge und dem Gegenstand befindliche Athmosphäre, einen großen Theil der von dem Objeckte aus fahrenden Lichtstrahlen aufhält. Es hängt aber die undeutliche Empfindung entlegener Gegenstände, noch von mehreren Umständen ab, die ich hie nicht alle erklären kan.

Die Folge aber hieraus, ist diese:

Wenn man in einer gewissen Entfernung ein Objeckt, das z. E. unter einem Winkel von 2 Minuten ins Auge fällt, nicht mehr deutlich erkennen kan, so können die Dioptern eines Winkelmessers, nach dem Augenmaaße zu urtheilen, nach dem Gegenstande noch so genau gerichtet zu seyn scheinen, und es bleibt doch mit der Ungewisheit einer Minute unentschieden, ob man die Diopteren nicht noch um etwas verrücken soll.

b)

b) Fehler die von den Strahlenbrechungen herrühren. Nemlich ein Lichtstrahl der von einem erhabenen Objeckte durch die Luft in unser Auge kömmt, gehet in keiner geraden Linie fort; und daher erfordern besonders Winkel die solche Gegenstände an unserm Auge machen, einige Verbesserungen.

c) Fehler die aus der Voraussetzung herrühren, daß alle Mittagslinien, wie auch die Richtungen der Magnetnadel, sich beständig parallel sind. Doch hierüber werde ich mich erst in der Folge näher erklären können.

8) Ueberhaupt sind aber auch aus der Ursache, einem Geometer die vornemsten Kenntniße der Naturlehre wichtig, weil verschiedene Vorrichtungen an denen Werkzeugen, wie auch einige practische Arbeiten selbst ohne sie nicht verstanden werden können.

Insbesondere sind die optischen Wissenschaften, von sehr großen Gebrauche in der Feldmeßkunst.

Auch selbst bieten die Eigenschaften der natürlichen Körper dem Geometer oft wichtige Vortheile an, besonders in solchen Fällen, wo man nur eine ohngefähre Bestimmung der unbekanten Stücke verlangt. So z. E.

die-

dienen der Schatten, die Geschwindigkeit des Schalles u. s. w. wenn man Entfernungen nur beyläufig bestimmen will.

Hr. **Lambert** hat in seinen vortreflichen Beyträgen zur practischen Geometrie, nicht nur die Data und Vortheile erzählt, die die Geodäsie aus der Physick erhält, sondern solche auch in Classen geordnet, den Grad ihrer Zuverläßigkeit, und die Absicht bey ihrem Gebrauche, zu bestimmen gesucht.

9) Da fast jedes geometrisches Werkzeug gewissen Fehlern, in Absicht dessen Einrichtung und Zusammensetzung unterworfen ist, so verstehet es sich doch von selbsten, daß der Geometer, wenn er anders was genaues zu Stande bringen will, immer dasjenige Werkzeug auszuwählen wisse, welches denen damit vorzunehmenden Vermessungen, am angemessensten, nicht zu zusammengesetzt, im ganzen sowohl, als in allen seinen Theilen fleisig ausgearbeitet, dauerhaft, und wo möglich zu mehreren als einem Endzwecke dienlich ist.

10) Endlich muß ich noch erinnern, daß man bey jeder Vermessung sich allemal nach dem Grad ihrer Wichtigkeit verhalten müsse. Man muß zu beurtheilen wissen, in welchen Fällen es der Mühe werth sey, mehr oder we-

weniger Vorsichtigkeit zu beobachten, und in wie ferne man dadurch unnöthige Mühe und Arbeit ersparen könne.

Wenn z. E. ein Feldmesser bey der Ausmessung eines Ackers oder Wiesenstücks von von unbeträchtlicher Größe, alle kleinen Fehler, die sowohl, aus Unvorsichtigkeit, als aus dem Baue der Werkzeuge, und andern physikalischen Ursachen entspringen, in Betrachtung ziehen wolte, so würde dieses eine Mühe seyn, die ihm niemand belohnen würde. Ja es würde eine Thorheit seyn, wenn man in solchen Fällen, so genau verfahren wolte.

Hingegen je wichtiger eine Messung ist, und je mehr sie ins Große gehet, desto vorsichtiger mus der Geometer verfahren, und sich keine, auch die kleinsten Fehler vorsetzlich erlauben; weil viele kleine Fehler sich häufen, und bey einer großen Figur, am Ende oft eine große Unrichtigkeitnach sich ziehen.

Noch einige nothwendige Erinnerungen.

§. 13. I) Ich habe schon im vorhergehenden gesagt, daß die Hauptsache auf dem Felde darinnen bestehe, gerade Linien und Winkel auszumessen und daraus andere unbekante Dinge herzuleiten. Ferner, daß man

man nicht mehrere Stücke unmittelbar ausmessen müsse, als zur Bestimmung der unbekanten, unumgänglich nothwendig sind.

Indessen aber pflegt man doch unterweilen, ein oder mehrere Stücke auszumessen, die an sich überflüßig sind; aber aus welchen man den Grad der Zuverläßigkeit einer Vermessung beurtheilen will.

Z. E. Hätte man in einem Dreyecke auf dem Felde die beyden Seiten nebst dem eingeschlossenen Winkel gemessen, so reichen diese Data zu, um den ganzen Triangel auf dem Papiere zu verzeichnen, und die übrigen unbekanten Theile desselben entweder durch Zeichnung oder Rechnung zu finden.

Hätte man aber in Messung der erwähnten drey Stücke irgend wo einen Fehler begangen, so würde sich dieses zeigen, wenn man in dem Dreyecke noch ein viertes Stück mäße, und solches mit eben dem Stück vergliche, wie es sich aus den erstern drey datis nach der Berechnung ergäbe. Zeigte sich, daß dieses zum Ueberfluß gemessene vierte Stück des Dreyecks, mit der Berechnung nicht übereinstimmt; so sind folgende drey Fälle möglich.

Entweder ist bloß in denen drey ersten Datis, die zur Bestimmung des Dreyecks nothwendig waren, ein Fehler vorgefallen.

Oder: Die ersten drey Data sind richtig gemessen worden, und es ist nur ein Fehler in dem zur Prüfung der Arbeit gemessenen Stücke begangen worden.

Oder: man hat, sowohl in der Messung der erstern drey, als auch des vierten Stücks gefehlet.

Findet der erste Fall statt, so würde freylich das vierte richtig gemessene Stück, die fehlerhafte Bestimmung der erstern drey anzeigen.

Bey dem zweyten und dritten Falle würde sich aber aus dem zur Prüfung gemessenen Stücke, nichts auf die Richtigkeit der ganzen Arbeit schließen lassen: Und wir leiten daraus diese Folge her: Daß, wenn man aus einigen zum Ueberfluß gemessenen Dingen, von der Richtigkeit einer ganzen Vermessung ein Urtheil fällen will, man solche Stücke selbst mit aller möglichen Sorgfalt bestimmen müsse; Denn sonst könte man die Fehler, die man in deren Messung begangen hat, als eine Folge der Unrichtigkeit in Absicht auf die ganze Figur ansehen.

II)

II) Es lasst sich leicht zeigen, daß ein Fehler, der in Messung der gegebenen, oder willkürlichen Theile einer Figur vorgefallen ist, nicht durchgehends auf jedes der unbekanten Stücke gleich groſsen Einfluß habe: sondern daß die Folge eines Fehlers, bald gröſser bald kleiner seyn könne, je nach dem die Theile einer Figur eine gewisse Lage gegen einander haben. Ja es giebt Fälle, daß man gerade ein Stück zur Prüfung misset, auf welches die begangene Fehler, gar keinen Einfluß gehabt. — Wie würde sich also aus einem solchem Stücke beurtheilen lassen, ob irgendwo in der Figur eine Unrichtigkeit stecke?

Ueberhaupt muß also ein Feldmesser ohngefähr wissen, dasjenige Stück zur Prüfung auszuwählen, auf welchem die Folge der begangenen Fehler am sichtbarsten ist, und woraus sich am meisten etwas auf die Richtigkeit des Ganzen schliessen läst.

III) Wenn man in jedem Falle, würklich die wahre Gröſse des Fehlers angeben könte, den man in Ausmessung eines jeden einzeln Stücks begangen hat, so würde man ohne Schwürigkeit die auf die ganze Figur erfolgende Verbesserung berechnen können, und es würde so gut seyn, als wenn man gar

keinen Fehler begangen hätte, wenn man dessen Größe kennet.

Allein da eben diese, bey allen practischen Arbeiten vorfallende, und nicht zu vermeidende Unrichtigkeiten bald größer bald kleiner seyn können, so bleibt weiter kein Hülfsmittel als folgendes übrig:

Man nimt an, daß man einen Fehler begangen hat, beurtheilt dessen Möglichkeit, und wahrscheinliche Größe, aus der Einrichtung und der Schärfe des Werkzeugs, mit dem man misset, und schätzt daraus dessen Folge, in Absicht auf die ganze Figur: das will sagen: Wenn man z. E. einen Winkelmesser gebrauchte, bey dem man für einen Fehler von 4′ nicht gut stehen könte, so nimmt man an, man begehe bey der Messung eines jeden Winkels einen Fehler von 4′, und sucht zu berechnen, was daraus in Absicht der unbekanten Stücke und der ganzen Figur für eine Unrichtigkeit erfolgt, und schätzt also daraus die gröste mögliche Zuverlässigkeit einer Vermessung. Denn ob man gleich vielleicht einen kleinern Fehler als 4′ begehen kan, so ist man doch darinnen ungewiß, weil das Werkzeug keine größere Genauigkeit zuläst. Aus der Möglichkeit also einen solchen Fehler zu begehen,

gehen, muß man den Grad der Zuverläßigkeit beurtheilen.

IV) Die Theorie, die Zuverläßigkeit einer Vermessung zu berechnen, die Wahl solcher Umstände auf dem Felde zu treffen, bey denen man die geringsten Folgen zu befürchten hat und andere dahin gehörige nützliche Betrachtungen machen wenigstens für einen Feldmesser der nur einigermaaßen sich über die gemeinen Kenntnisse erheben will, eine sehr nöthige und nützliche Beschäftigung aus, und ich werde in der Folge mehreres hievon reden.

II. Kapitel.

Von Verwandlung und Vergleichung der Fußmaasse untereinander.

§. 14. Ehe wir die Ausmessung gerader Linien auf dem Felde vornehmen werden, so müssen wir erstlich zeigen, wie die hierzu gehörigen Maaße beschaffen sind, und wie man solche mit einander vergleichen könne.

Was nun die Maaße anbelangt, so ist darinnen bis jetzo nichts allgemeines festgesetzt, und es

herscht bey dieser Bestimmung eine unendliche Verschiedenheit, sowohl in Absicht der Größe als Eintheilung.

Jedes Maaß ist an sich willkürlich, und eben dieses willkürliche, hat fast an jedem Orte, eine andere Grösse und Eintheilung desselben verursacht. Es wäre zu wünschen daß man durchgängig einerley Länge zur Messung gerader Linien eingeführt hätte, so würden manche Zwistigkeiten, die die Verschiedenheit der Maaße oft zu verurchen pflegt, wegfallen. In der That haben einige berühmte Männer als Bouguer a), Condamine b) u. s. w. den Vorschlag eines allgemeinen Maaßes, bekannt gemacht; allein man hat bishero dieser nützlichen Ermahnung noch kein Gehör geben wollen.

Diejenige Länge, die man einen Fuß nennet ist an jedem Orte so verschieden, daß es für einen Geometer unumgänglich nothwendig ist, die eigentliche Größe desselben zu wissen, und da er nicht jedes Fußmaaß würklich besitzen kan, wenigstens doch die Verhältnisse derselben zu wissen, um solche mit dem Maaße, dessen er sich gewöhnlich zu bedienen pflegt, vergleichen zu können. Folgende Tafel stellet die verschiedenen Verhältnisse der Fußmaaße, in Absicht des Pariser Fußes, vor Augen.

Wenn

a) Fig. de la Terre. p. 300.
b) Voy. de la Riviere des Amazons. p. 202. suiv.

Fu		
Anspache	-	4, 0993353
Augspur	2. -	4, 1205739
Baseler	Tab. II	4, 1182316
Berliner	-	4, 1205435
Bayerisch	-	4, 1376705
Berner	- -	4, 1118671
	-	4, 1189257
Bologneſe	nde Aſtron.	
Braunſchw		4, 2268576
Bremer	-	4, 1020905
Breslauer	-	4, 1078880
Brüßler	-	4, 1003705
Calenberge	-	4, 1105897
= = =	157 -	4, 1111279
= = =	. p. 536	4, 1136091
Cölner	-	4, 1123703
Conſtantino		4, 0860037
Cracauer	-	4, 4969296
Däniſche	-	4, 1986571
Danziger	nſ. pag. 96	4, 1471814
Erfurther	-	4, 1043163
Eßlinger	-	4, 0972573
= Stadtſ		
= Feldſchu	-	4, 1072100
Florentiniſch	Tab. II	4, 0864665
= Bracci		
Frankfurther	Aſtr. a. a. O)	4, 4123765
Genever	-	4, 1038037
Gieſenſche	-	4, 3350565
Griegiſche	-	4, 1205739
Haager	Aſtr. a. a. O)	4, 1353234
Hälliſche	-	4, 1583625
Hamburger	-	4, 1215598
Hannöveriſch	-	4, 1038037
Harlemer	-	4, 1123703
Heydelberger	-	4, 1027766
Hildesheimer	-	4, 0890215
Holſteiner	-	4, 0949948
	-	4, 1263262

Königs=

ag 326	4, 1307048
Trans. V. 42. p. 541)	4, 1308417
ed. Abh. 1740 p. 255)	4, 1307417
- -	4, 1095785
- -	4, 1094097
- -	4, 1102529
- -	4, 1080573
a Lande Astr. a. a. O)	4, 0650191
Eisenschmid p. 95)	4, 1292708
- -	4, 0925451
d'ogni Genere. 1760	4, 2785250
- -	4, 1583625
sures itener. p. 116	4, 1258065
et Mens. a. a. O.	4, 1434207
adopt. T. IV. p. 313	4, 1436302
Lande Astr. a. a. O)	4, 1435861
d. Abh. 1740. p. 255	4, 1506336
- -	4, 0849336
is an. 1757.	4, 1169396
nville Mes. it. p. 12.)	4, 1159432
(de la Lande Astr.	
	3, 9957668
- -	4, 1078880
- -	4, 1409791
- -	4, 3775976
Mens. -	4, 1194208
p. 120 -	4, 1192559
Paris (an. 1714)	4, 1197496
w. Abh. 1740. p. 255	4, 1192229
- -	4, 0979511
pag. 95 -	4, 1079150
ia (de la Lande Astr.)	4, 3573630
- -	4, 1123703
re d'ogni Genere	4, 1875207
chwed. Abhandl. 1740	4, 1874078
(de la Lande)	4, 1464907
ens. Grad. p. 18	4, 1465000
ath. Atlas T. II.	4, 1065309
- - -	4, 1238516

Die-

Dieses sind die Verhältnisse der Fußmaaße, so wie ich sie aus angeführten Schriftstellern insgesamt aufs Pariser Maaß reducirt habe. Die mit Kr. bezeichnet sind, habe ich aus Krusens Kontoristen genommen. Bey denen gar kein Schriftsteller angeführt ist, die sind als arithmetische Mittel zwischen solchen Angaben, die ich bey verschiedenen andern Schriftstellern für die wahrscheinlichsten und übereinstimmigsten hielte, zu betrachten. Ich glaube daher daß meine Zahlen von der Wahrheit nicht gar sehr abweichen werden.

Schriftsteller, die außer den angeführten noch von Verhältnissen der Fußmaaße reden, sind folgende:

C. *Arbuthnot's* Tables of ancient Coins, Wheigts and Measures (London 1727). *Snellii* Eratho stenes Batauus. Lib. 2. *Riccioli* Geographia reformata. Lib. 2. *Ed. Bernard* de Mensuris et ponderibus antiquis. Lib. 1. u. s. w.

Gebrauch dieser Tafel.

§. 15. Die Zahlen dieser Tafel, drücken die verschiedenen Größen der Fußmaaße in Absicht des Pariser Fußes aus.

So ist z. E. Paris. Fuß: Reinl. F. = 14400 : 13918, 30

Vermittelst der angegebenen Verhältnisse läst sich nun leichte ein Fusmaaß in das andre verwandeln; Ich werde die Art dieser Berechnung jetzo durch ein Exempel erläutern.

Ex. Man frägt, wie viel betragen 125 Reinländische Fus an londner Fußen?

Weil aus der Tafel der Reinländische Fus, sich zum londner Fus verhält wie
13918,30 : 13511,54 so sind

13918,30 londn. F. = 13511,54 Reinl. F.

also

$\frac{13918,30}{13511,54}$ londn. F. = 1 Reinl. F.

folglich

$\frac{13918,30}{13511,54} \cdot 125$ londn. F. = 125 Reinl. F.

Um nun dieses zu berechnen, kan man mit Vortheil die Logarithmen gebrauchen,

Und die Berechnung wird folgendergestalt geführt:

log 13918,30 = 4, 1435861
log 125 = 2, 0969100

6, 2404961
log 13511,54 = 4, 1307048

2, 1097913 hierzu gehört

die

die Zahl 128, 763; also so viel Londner Fus machen 125 Reinländische.

Zusatz.

§. 16. Um bequemerer Rechnung willen, habe ich denen Zahlen, wodurch die Verhältnisse der Fusmaaße ausgedrückt werden, ihre Logarithmen beygefügt, damit man nicht nöthig habe, sie erst in jeden besondern Falle zu suchen.

Zusatz.

§. 17. Diese Verwandlung der Fußmaaße in einander, muß man wissen, wenn man eine Meskette, oder einen Maasstab gebraucht, der an dem Orte, wo man misset, nicht gewöhnlich ist; denn jedes Land verlangt allemal, die Ausmessungen in dem daselbst eingeführten Maaße.

Eintheilungen der Fußmaaße.

§. 18. Um die Abmessungen noch in kleinern Theilen als Fußen angeben zu können; so theilet der Geometer zu dieser Absicht den Fuß ferner in 10 gleiche Theile, und nennet dieses Zolle; der zehnte Theil eines Zolles heist eine Linie, der zehnte Theil einer Linie, ein Scrupel u. s. w.

Diese Decimaleintheilung hat man durchgängig in der practischen Geometrie eingeführt; und man erhält dadurch besondere Bequemlichkeiten und Vortheile.

Im gemeinen Leben, pflegt man sonst auch die zwölf, oder 16 theiligte Eintheilung zu gebrauchen. Dergestalt daß z. E. bey der ersten

der Fuß in 12 Zolle

der Zoll in 12 Linien

u. s. w.

eingetheilt wird. Allein diese Eintheilungen sind in der Ausübung mit einigen Unbequemlichkeiten verbunden.

Weil nämlich 1 Fuß = 12 Zoll = 12 . 144 Linien = 144 . 12 = 1728 Scrupel ist, so muß man, mit den Zahlen 12 ; 144 ; 1728 multipliciren wenn man den Fuß auf Zolle, Linien oder Scrupel bringen will; und umgekehrt muß man mit diesen Zahlen dividiren wenn man die niedrigern Einheiten auf die höhern bringen will.

Ueberhaupt muß man bey der Reduction, der höhern Einheiten auf die nächst niedrigen, oder umgekehrt, allemal mit 12 multipliciren oder dividiren, und dieses ist etwas beschwerlich.

Hingegen bey der zehntheiligten Eintheilung der Feldmesser, hat man, nur die Multiplication oder Division mit 10 zu verrichten; und dieses ist weit bequemer als mit 12 solches vorzunehmen. Auch ist die Decimaleintheilung deswegen sehr vortheilhaft, weil die niedrigern Einheiten lauter Decimalbrüche der höhern sind.

Ex.

Ex. 3 Zoll = $\frac{3}{10}$ Fuß = 0, 3 Fuß
253 Lin. = 25, 3 Zoll = 2, 53 Fuß.

Man gebraucht bey den Vermessungen auch die Ruthe, welche bey dem Geometer allemahl aus 10 Fußen besteht; An einigen Orten aber, werden 12, 15, 16, und mehrere Fusse auf eine Ruthe gerechnet.

Und ehe also ein Feldmesser an irgend einem Orte Vermessungen anstellet, muß er sich vorhero genau erkundigen, was für Fußmaaße daselbst gebräuchlich sind, und wie viel Fuß auf eine Ruthe gerechnet werden.

Die Ruthen, Fusse, Zolle, Linien u. s. w. werden durch die Zeichen, 0, I, II, III u. s. w. angedeutet.

Zusatz.

§. 19. 1) Da bey der Decimaleintheilung der Fuß in 10 Theile; bey der Duodecimaleintheilung aber die nämliche Länge, in 12 Theile getheilet wird, so muß man wissen, wie beyde Eintheilungen auf einander reducirt werden können.

2) Da nemlich ein Decimalzoll $\frac{1}{10}$ eines Fußes und ein Duodecimalzoll = $\frac{1}{12}$ eines Fußes ist; so erhellet von selbsten, daß der Decimalzoll größer seyn müsse als der zwölftheiligte

ligte, und man kan daher fragen; was eine gewisse Anzahl von Duodecimalzollen, an Decimalzollen beträgt und umgekehrt.

3) Diese Aufgabe bequem aufzulösen, überlege man folgende Betrachtungen.

Man bezeichne beym Decimalmaaße, die Zolle, Linien, Scrupel, Quarten u. s. w. mit den großen Buchstaben Z, L, S, Q. Beym Duodecimalmaaße aber, die ähnlichen Dinge mit den kleinen Buchstaben, z, l, s, q u. s. w.

4) So hat man aus dem vorhergehenden erstlich folgende Gleichungen.

$$1\text{ Fuß} = 10 . Z = 12 . z$$
$$1\text{ Fuß} = 100 . L = 144 . l$$
$$1\text{ Fuß} = 1000\, S = 1728 . s$$
u. s. w.

5) Also $Z = \frac{12}{10} z = z + \frac{2}{10} z$;

Weil aber $z = 12\, l$ ist, so wird

$$Z = z + \frac{2}{10} . 12\, l = z + \frac{24}{10} l = z + 2l + \frac{4}{10} l$$

und eben so wegen $l = 12\, s$; wird ferner

$$Z = z + 2l + 4l + \frac{8}{10} s$$

also endlich, wenn man nur bis auf Quarten gehen will, findet sich

$$Z = z + 2l + 4s + 9,6\, q$$

6)

6) Nach eben dem Verfahren, wird aus der Gleichung 10 L = 144 l; gefunden

L = l + 5 ſ + 3, 3 · q

Und aus 1000 S = 1728 ſ

7) S = ſ + 8, 7 q.

8) So drücken also die gefundenen Formeln, für Z, L, S, u. ſ. w. das Decimalmaas in Theilen des Duodecimalmaaßes aus.

Wenn man also eine gewisse Menge von Decimalzollen, u. ſ. w. in Duodecimaltheilen ausdrücken will, so braucht man nur, das was rechter Hand der Gleichheitszeichen, in den Formeln für Z, L, S, stehet, mit der gegebenen Zahl von Decimalzollen u. ſ. w. zu multipliciren.

Ex. Man soll 9 Z + 8 L + 4 S auf die Duodecimal Eintheilung bringen: also ist

9 Z =	10 z	+ 9 l	+ 7 ſ	+ 2, 4 · q aus (5)
8 L =		11 l	+ 6 ſ	+ 2, 4 · q aus (6)
4 S =			6 ſ	+ 10, 8 · q aus (7)

also

9 Z + 8 L + 4 S = 11 z + 9 l + 8 ſ + 3, 6 · q

oder

9 Dec. Zoll + 8 Dec. L. + 4 Dec. S. machen
11 Duod. Z. + 9 Duod. L. + 8. Duod. S. + 3, 6 Duod. q

Die-

Dieses ist die bequemste Methode die Decimaleintheilung auf die zwölftheiligte zu bringen.

Zusatz.

§. 20. Man kan sich aber auch folgender Methode bedienen;

Weil 1000 Decimal Sc. = 1728 Duodecimal Scrup. so schliese man nach der Regel detri, für die Zahlen des vorigen Exempels

1000 S : 1728 . ſ = 984 S : x . ſ

also

$$x = \frac{1728 \cdot 984}{1000}$$

Man muß also hier im Zähler die beyden Zahlen 1728; 684 mit einander multipliciren, und vom Produckte drey Decimalstellen abschneiden. — Man kan aber auch, um den Werth x zu berechnen, sich der Logarithmen bedienen

log 1728 = 3, 2375437
log 984 = 2, 992995 1

6, 2305388
log 1000 = 3,

log x = 3, 2305388
log x = 1700

folglich

984 S = 1700 ſ = 11 z + 9 l + 8 ſ; wie vorhin (§. 19)

wenn

wenn man nämlich die 1700 ſ durch eine fortgeſetzte Diviſion mit 12 auf die höhern Einheiten bringt.

Zuſatz.

§. 21. So kan man auch umgekehrt die Duodecimaleintheilung auf die Zehntheiligte bringen.

Denn aus 10 Z = 12 . z folgt

$\frac{10}{12}$ Z = z oder

$\frac{10}{12}$. 10 L = z wenn man nun ſo weiter fortgehet und L durch 10 S ; S durch 10 Q u. ſ. w. ausdrückt, ſo findet ſich endlich

z = 8 L + 3 S + 3, 3 Q

und aus 100 L = 144 l

wird l = 6 S + 9, 4 Q

und aus 1000 S = 1728 ſ findet ſich

ſ = 5, 7 Q u. ſ. w.

Der Gebrauch dieſer Formeln iſt der nemliche wie in §. 19.

Ex. Geſetzt man habe 8 z + 3 l + 5 ſ ins Decimalmaas zu verwandeln ſo wird

8 z =	6 Z +	6 L +	6 S +	6, 4 Q
3 l =		2 L +	0 S +	8, 2 Q
5 ſ =			2 S +	8, 5 Q
also 8z+3l+5ſ =	6 Z +	6 L +	0 S +	3, 1 . Q

Zuſatz

Zusatz.

§. 22. So erhellet wie man sich überhaupt Formeln, für jede beliebige Eintheilung des Fusmaaßes verfertigen könne, und es würde daher sehr überflüssig seyn eine dergleichen für die Reduction der 16 theiligten Eintheilung auf die Zehntheiligte hieher zu setzen.

Zusatz.

§. 23. Es kan vorkommen daß an einem gewissen Orte, wo ein Feldmesser misset, nicht allein die Eintheilung sondern auch die Größe des Fußmaaßes an sich selbst, von demjenigen unterschieden ist, dessen sich der Feldmesser gewöhnlich zu bedienen pflegt. Wie man also in solchen Falle die Reduction anstellen müsse wird folgendes Beyspiel weisen.

Gesetzt man soll finden, was 5′ 1″ 2‴ reinländisches Decimalmaas, an Londner Duodecimalmaas beträgt. Hier verwandele man also erstlich die 5′ 1″ 2‴ oder 5, 12 Reinländische Fuß in Londner nach §. 15.

log	13918,30	= 4, 1435861
log	5, 12	= 0, 7075702
Summa		= 4, 8511563
abzuziehen log	13511,54	= 4, 1307048
Rest		= 0, 7204515

Zu

Zu diesem Logarithmen 0, 7204515 gehört nun die Zahl 5, 253 und so viel Londner Fuß betragen also 5, 12 Reinländische.

Diese gefundenen 5, 253 Londner Fuß sind aber Decimaltheile, und bedeuten, wenn man den Londner Fuß in 10 Zoll, den Zoll in 10 Linien u. s. w. eintheilt, soviel als 5 Fuß 2 Zoll 5 Lin. 3 Sc. oder nach der bisherigen Bezeichnung 5 F + 2 Z + 5 L + 3 S. Diese Größe muß nun noch nach §. 19 ins Duodecimalmaas verwandelt werden wie folget.

5 F = 5 F
2 Z = 2 z + 4 l + 9 . s + 7, 2 . q
5 L = 7 l + 2 . s + 4, 5 q
3 S = 5 s + 2, 1 q

also

5 F + 2 Z + 5 L + 3 S = 5 F + 2 z + 11 l + 16 s + 13, 8 . q

weil man aber für jede 12 q ein s für jede 12 s ein l u. s. w. setzen kan, so wird

5 F + 2 Z + 5 L + 3 S = 5 F + 3 z + 0 . l + 5 . s + 1, 8 . q

folglich sind 5′ 1″ 2‴ Reinl. Dec. M. = 5′ 2″ 5‴ 3⁗ Londn. Dec. Maas oder = 5′ 3″ 0‴ 5⁗ 1⁗′, 8 Londner Duodec. M.

Anmerkung.

§. 24. Bisher sind sowohl bey der zehen als zwölftheiligten Eintheilung, die Fuße gleich groß angenommen worden; und dadurch wurden bey der

der zwölftheiligten Eintheilung die Zolle, Linien, u. s. w. kleiner als bey der Zehntheiligten.

Nähme man aber die Ruthen gleich groß, und theilte diese einmal in 10 und dann in 12 Theile oder Fuße, so würden bey der zwölftheiligten Eintheilung selbst die Fuße kleiner seyn als bey der Zehntheiligten.

Und in diesem Falle würde man also schon für die Fuße eine Reduction nöthig haben. Indessen die obigen Formeln §. 19 werden mit einer kleinen Veränderung doch noch gelten. Denn nennet man itzt den Decimalfuß = F dtn Duodecimalfuß = f so wird, weil die Ruthen gleich groß angenommen werden,

1 Ruth = 10 F = 12 f
100 Z = 144 z
1000 L = 1718 l

u. s. w.

Mithin nach eben dem Verfahren §. 19

F = f + 2z + 4l + 9,6.f
Z = z + 5l + 3,3.f
L = l + 8,7 f

u. s. w.

Anmerkung.

§. 25. Da wir itzt gerade mit Verwandlung der Längenmaaße beschäftiget sind, so wird es Zu-

Zusammenhangswegen nicht undienlich seyn, auch die Verwandlung der Flächenmaaße in einander hie kurz zu erläutern.

Es ist bekannt, daß zu Ausmessung der Flächen auch eine gewisse Fläche zum Maaß angenommen werden müsse, und daß dieses Maaß die Fläche eines Quadrats sey, dessen Seitenlinie einen Fuß beträgt. Dieses Quadrat heist ein Quadratfuß. Ein Quadrat dessen Seite eine Ruthe lang ist, wird eine Quadratruthe genannt, und so erhellt die Bedeutung der Quadratzolle, Quadratlinien u. s. w. Ist ferner eines Quadrats Seite = 1 Duodecimalfuß, so heist das Quadrat ein Duodecimalquadratfuß. Ist aber die Seite desselben = 1 Decimalfuß, so wird das Quadrat dieser Seite ein Decimalquadratfuß genannt. Und so wird man leicht verstehen was Duodecimalquadratzolle, Duodecimalquadratlinien u. s. w. bedeuten. Nun erhellet, wenn die Seitenlinie einer Quadratruthe in 10 Decimalfüße getheilet wird, daß die Quadratruthe 10. 10 oder 100 Decimalquadratfüße und eben so der Quadratfuß 10. 10 oder 100 Quadratlinien u. s. w. enthalten müsse.

Hingegen bey der zwölftheiligten Eintheilung wird die Quadratruthe 12. 12 oder 144 Duodecimalquadratfuß, der Duodecimalquadratfuß 144 Duodecimalquadratzolle u. s. w. enthalten.

§. 26. 1) Bezeichnet man daher die Decimalquadratfüße, Zolle, Linien ꝛc. mit F^2, Z^2, L^2, u. s. w. Beym Duodecimalmaaße aber die ähnlichen Dinge mit f^2, z^2, l^2 u. s. w. so hat man nach dem vorh. §. folgende Ausdrückungen.

2) 1 Quadratruthe $= 100\,F^2 = 144\,f^2$

oder (wegen $F^2 = 100\,Z^2$; $f^2 = 144\,z^2$)

$100 . 100\,Z = 144 . 144\,z^2$

3) und (wegen $Z^2 = 100\,L^2$; $z^2 = 144\,l^2$)

$100 . 100 . 100 . L^2 = 144 . 144 . 144\,l^2$

u. s. w.

4) Mithin wenn man würklich multipliciret

$100\,F^2 = 144 . f^2$

$10000\,Z^2 = 20736 . z^2$

$1000000\,L^2 = 2985984 . l^2$

$100000000\,S^2 = 429981696 . f^2$

u. s. w.

5) Daher aus $100\,F^2 = 144\,f^2$ erhält man

$F^2 = \frac{144}{100} f^2 = f^2 + \frac{44}{100} f^2 = f^2 + \frac{44}{100} . 144\,z^2$

$= f^2 + 63\,z^2 + \frac{36}{100} z^2$

$= f^2 + 63\,z^2 + \frac{36}{100} . 144\,l^2 =$

$f^2 + 63\,z^2 + 51\,l^2 + \frac{84}{100} l^2$

$= f^2 + 63\,z^2 + 51\,l^2 + \frac{84}{100} . 144\,f^2 =$

$f^2 + 63\,z^2 + 51\,l^2 + 120,9\,f^2$

Völlig

Völlig nach eben dem Verfahren findet sich aus denen übrigen Gleichungen in (4)

$$Z^2 = 2z^2 + 10l^2 + 86,1..f^2$$
$$L^2 = 2l^2 + 141,9..f^2$$
$$S^2 = 4,3..f^2$$

Es verstehet sich daß ich in denen Zahlen, womit die Duodecimalquadratscrupel multipliciret sind, nur eine Decimalstelle, der Kürze halber, beybehalten habe.

Ex. Gesetzt man wolle nun z. E.

$4F^2 + 9Z^2 + 20L^2$ ins Duodecimalquadratmaaß verwandeln; Um dieses zu finden, multipliciret man in der Gleichung $F^2 = f^2 + 63z^2 + 51l^2 + 120,9f^2$ auf beyden Seiten mit 4; Hierauf die folgende Gleichung $Z^2 = 2z^2 + 10l^2 + 86,1f^2$ auf beyden Seiten mit 9, u. s. w. so giebt dieses folgende Werthe

$$4F^2 = 4f^2 + 252z^2 + 204l^2 + 483,6f^2$$
$$9Z^2 = 18z^2 + 90l^2 + 774,9f^2$$
$$20L^2 = 40l^2 + 2838,0f^2$$

Diese Zahlen die nun rechter Hand unter einander zu stehen kommen zusammenaddirt, und für jede $144\ f^2$ ein l^2, für jede $144\ l^2$ ein z^2 für jede $144\ z^2$ ein f^2 gesetzt, geben

$$4F^2 + 9Z + 20L^2 = 5f^2 + 128z^2 + 74l^2 + 64,5f^2$$

und so erhellet, wie die vorgegebene Anzahl von Decimalquadratfüßen, Zollen, Linien, in Theile des Duodecimalmaaßes verwandelt worden.

Anmerkung.

§. 27. Man könte, aber mit etwas weitläuftigerer Rechnung, die $4\,F^2 + 9\,Z^2 + 20\,L^2$, auch auf folgende Art ins Duodecimalmaaß verwandeln.

Man überlege, daß $4\,F^2 + 9\,Z^2 + 20\,L^2 = 40920\,L^2 = 4092000\,S^2$ ist; Weil nun §. 26. $100000000\,S^2 = 429981696.\,f^2$ so schließe man nach der Regel Detri $100000000\,S^2$ geben $429981696.\,f^2$ was geben $4092000\,S^2$ an Duodecimalquadratscrupeln; Man setze die 4te Proportionalzahl $= x.\,f^2$ oder x Duodecimalquadratsc. so wird x durch Logarithmen auf folgende Art gefunden.

$\log 4092000 = 6,6119356$
$\log 429981696 = 4 \log 144 = 8,6334500$

$15,2453856$
Subtr. $\log 100000000 = \quad 8,0000000$

giebt $\log x = \quad 7,2453856$

Da nun dieser Logarithme nicht unmittelbar in denen gewöhnlichen Tafeln stehet, so vermindre man die Characteristick um 4 Einheiten, und suche in

in denen Tafeln die Zahl, deren Logarithme 3, 2453856 ist. Die zugehörige Zahl multiplicire man alsdann mit einer 1 mit 4 Nullen, oder mit der Zahl 10000 so hat man x.

Wenn ich nun nach denen gewöhnlichen Regeln die Zahl für diesen Logarithmen 3, 2453856 suche, so finde ich sie = 1759, 4850; dieses also mit 10000 multipl. giebt x = 17594850 also 4092000 Decimalquadratsc. = 1759485o Duodecimalquadratsc. Diese letztere Anzahl von Dnodecimalquadratsc. kan man nun durch fortgesetzte Divisionen mit 144 auf Quadratlinien, Zolle und Fuße reduciren.

Zusatz.

§. 28. Weil 100 F^2 = 144 f^2 ist, so wird

$f^2 = \frac{100}{144} F^2 = 0,694444\, F^2 = \frac{69}{100} F^2 + \frac{44}{10000} \cdot F^2 + \frac{44}{1000000} F^2 = 69\, Z^2 + 44\, L^2 + 44,4\, S^2$;

wenn man nämlich statt

$\frac{1}{100} F^2$; $\frac{1}{10000} F^2$; $\frac{1}{1000000} F^2$

die gleichgültigen Werthe, Z^2; L^2; S setzet.

Völlig eben so wird, wegen

$\frac{10000}{20736} Z^2 = z^2$, oder wegen 0, 482204 $Z^2 = z^2$

der Werth von

$z^2 = 48\, L^2 + 22\, S^2$

und endlich wegen $\frac{100000000}{42998180976} L^2 = l^2$ erhält man

$$l^2 = 23 S^2$$

Diese gefundene Formeln dienen, umgekehrt das Duodecimalquadratmaaß ins zehntheiligte zu verwandeln.

Anmerkung.

§. 29. Das bisherige mag von Verwandlung der Maaße genug seyn. In der Folge werden wir Gelegenheit haben, mehreres von andern im gemeinen Leben eingeführten Maaßen zu reden, nach denen man die Flächeninhalte der Ländereyen, Holzungen u. s. w. anzugeben pflegt.

III. Kapitel

Von der würklichen Ausmessung gerader Linien, auf dem Felde.

§. 30. Da sich jede gerade Linie in einer Ebene befindet, und ihre Lage und Größe, durch ihre beyden Endpunkte bestimt ist, so muß man erstlich auf dem Felde die Richtung der ebenen Fläche angeben, in der man eine Linie messen will, und zweitens die Endpunkte der auszumessenden Linie durch gewisse Merkmahle bezeichnen, wenn sie nicht sonst schon kenntlich sind.

Nun erhellet aber aus demjenigen, was ich oben §. 7 gesagt habe, daß man in der Geodäsie meistens immer, wenn es nicht besondere Absichten erfordern, nur den horizontalen Abstand zweener Punkte verlangt; das will sagen, man stellet sich durch die beyden Endpunkte einer Linie, ein paar Verticallinien vor, und bestimt die horizontale Entfernung zwischen beyden.

Da aber auf dem Felde die beyden Punkte, deren Entfernung angegeben werden soll, oft so weit von einander liegen, daß man bey dem einen den andern entweder nicht deutlich, oder wegen dazwi-

schen liegender Hinderniße gar nicht sehen, und auf ihn gerade zu messen kan, so erhellet, daß man nothwendig erstlich zwischen denen beyden äusersten Punkten andere bestimmen müsse, die mit ihnen in einer Ebene, oder Verticalfläche liegen. Dieses nennen die Feldmesser eine gerade Linie abstecken.

Eigentlicher und bestimter zu reden, solte es heißen, eine Verticalfläche abstecken, in der sich die beyden Endpunkte befinden, deren horizontalen Abstand man messen will.

Dieses ist also in der Feldmeßkunst nothwendig, ehe man zur unmittelbaren Ausmessung schreiten kan, und ich werde nun zuerst die zur Absteckung der Verticalflächen erforderlichen Werkzeuge kürzlich beschreiben.

Werkzeuge zur Absteckung gerader Linien oder Verticalflächen.

§. 31. Zu dieser Absicht gebraucht 5 bis 6 Fuß hohe, und ohngefähr einen Zoll dicke, gerade cylindrische Stangen, von guten trockenen und dauerhaften Tannen- oder Buchenholze. Sie sind unten mit einer eisernen Spitze oder einer Stachel versehen, damit man sie in den Boden befestigen könne. Man nennet diese Stangen Absteckstäbe, und einige rathen, man solle sie, um sie in der Ferne gut erkennen zu können, mit einer weißen Oelfarbe anstreichen lassen.

Meß-

Meßfahnen, sind ebenfals Stangen von guten Holze, unten mit einer Spitze beschlagen, und an ihren oberen Ende mit einer ausgespanten Leinewand oder Fahne versehen. Man macht sie wohl 10 und mehrere Fuß hoch, um sie über niedrige Gebüsche und Anhöhen hervorragen zu lassen, und erkennen zu können.

Zeichenstäbe sind kleine etwa 8 Zoll lange und $\frac{1}{2}$ Zoll dicke Stäbgen; Sie sind ebenfalls mit einer Spitze versehen, und dienen, auf dem Felde Punkte zu bezeichnen.

Man kan ihr oberes Ende mit einem Spalt versehen, um in solchen zu gewissen Absichten ein Kartenblatt, oder ein Papier mit einer Nummer stecken können.

Der Vorrath von Absteckstäben, und Meßfahnen, richtet sich offenbar nach der Weitläuftigkeit einer Vermessung. Indessen darf man doch wohl nicht weniger als etwa 6 Absteckstäbe, und ein paar Fahnen besitzen.

Die Anzahl von Zeichenstäbgen muß aber beträchtlicher seyn, weil sie leicht verlohren gehen. Daher es gut ist sie in einem besonders dazu verfertigten Beutel oder in einer Kapsel zu verwahren, und die Einrichtung so zu machen daß man die Kapsel umhängen kan.

Aufgabe.

§. 32. Eine Verticalfläche auf dem Felde abzustecken oder eine bereits abgesteckte so weit man will zu erweitern;

Aufl. I) Gesetzt A u. C (Fig. V.) seyen auf dem Felde ein paar Punkte, durch die man eine Verticalfläche legen wolle.

Um dieses zu leisten hat man weiter nichts nöthig, als nur in A u. C ein paar Absteckstäbe vertical in den Boden zu befestigen, welches man vermittelst eines längst sie herabhängenden Lothes bewerkstelligen kan.

Eine ebene Fläche die man sich solchergestalt durch die Richtung der Stangen AB, CD gelegt vorstellet, wird eine Verticalfläche seyn.

II) Soll nun in die Verticalebene ABCD eine dritte Stange EF eingesetzt werden, so verfahre man auf folgende Art: Man lasse einen Gehülfen nach E hingehen, gebe ihm aber vorher den Unterricht, wenn er in die Gegend von E angekommen, daselbst ein Absteckstab frey und in verticaler Richtung zwischen zweenen Fingern herunter hängen zu lassen, und auf ein gegebenes Zeichen, und Winken, sich rechts oder links fortzubewegen.

Ist nun der Gehülfe, nach dem gegebenen Unterichte bey E angekommen, so tritt man zweene

bis

bis drey Schritt hinter die erste Stange AB, ziehet oder visiret mit dem Auge längst AB und CD vorbey, und untersuchet, ob der in der Gegend bey E, von den Gehülfen senkrecht in der Hand herunter gehaltene Stab, rechts oder links von der durch AB und CD eingebildeten Verticalfläche abweichet; Geschiehet dieses, welches sich denn in der That sehr leicht erkennen läst, so giebt man dem Gehülfen ein Zeichen, sich rechts oder links mit seiner Hand herabhangenden Stange fortzubewegen, und dieses wiederhohlet man so oft, bis endlich der Gehülfe bey E die Stange so hält, daß die Ziellinie des Auges, die an AB und CD hinausstreichet, verlängert, auch durch EF gehet; oder nach dem gemeinen Sprachgebrauche der Feldmesser, bis alle drey Stangen AB, CD, EF, einander zu decken, und dem Auge, welches sich hinter AB befindet, gleichsam nur eine einzige auszumachen scheinen.

Alsdann liegen wenigstens, AB, CD, EF, wo nicht völlig genau, doch wenigstens ohne groſsen Fehler in einer einzigen Verticalfläche.

Hierauf giebt man dem Gehülfen, nach der vorausgesetzten Verabredung ein Zeichen, in der letztern verticalen Richtung, die Stange EF senkrecht vermittelst eines längst ihr herabhängenden Lothes, in den Boden zu befestigen.

III) So hat man also die Verticalfläche ABCD gleichsam bis nach EF erweitert, und man siehet leichte wie man vermittelst dieses Verfahrens, noch eine vierte Stange GH, und überhaupt so viel man will, in die erwähnte Verticalfläche einsetzen lassen könne.

Hat man keinen Gehülfen, so kan man selbst mit einer Stange nach E hingehen, und ihr eine solche Lage geben, daß wenn man ihr hinauszielet sie die übrigen AB, CD zu decken scheinet; Man muß aber die in der Hand herabhängende Stange, so weit man kan, von dem Auge weghalten, damit wegen ihrer Dicke im Visiren kein merkliches Hinderniß entstehe.

Wenn eine Verticalfläche sehr weit hinaus erweitert werden soll, so geschiehet es oft daß man mit der vorhandenen Anzahl von Stäben nicht ausreichet; In diesem Falle kan man von denen in der Mitte bereits eingesetzten Stangen wieder einige ausziehen, und an ihrer statt etwa 2 Fuß hohe Pfähle einschlagen lassen. Mit diesen Stäben kan man alsdann die Arbeit weiter fortsetzen, und solchergestalt eine Verticalfläche so weit man will erweitern.

Nur verstehet sich, muß man bey diesem Verfahren von denen bereits eingesetzten Stäben wenigstens allemal die beyden letzten EF, GH stehen lassen, damit, wenn man mit der Verticalfläche

von

von AB bis GH gekommen ist, man alsdann hinter FF treten, an EF, GH hinausvisiren, und mit denen übrigen ausgezogenen Stäben, die Verticalfläche EFGH weiter fortsetzen könne.

IV) Gesetzt Fig VI. es befände sich zwischen A u. E auf dem Felde ein Hinderniß z. E. ein Hügel, oder es sey A von E sehr weit entfernt, so daß man bey A den Punkt E entweder gar nicht, oder nur sehr undeutlich erkennen könte, so frägt sich, wie man in solchen Falle zwischen A und E Stäbe in die Verticalfläche AE bringen könne.

Um diesen und ähnliche Fälle aufzulösen, dienet folgender Grundsatz:

Wenn die Buchstaben α, β, γ, δ, ε, η u. s. w. auf dem Felde, nach der Ordnung gewisse Punkte in die z. E. Stäbe eingesetzt worden, vorstellen und es sind die Punkte oder Stäbe

α, β, γ,
β, γ, δ,
γ, δ, ε,
δ, ε, η,
u. s. w.

je drey für sich in einer Verticalfläche, so müssen auch alle Punkte α, β, γ, δ, ε, η in einer und derselben Verticalfläche liegen.

Dieses zum vorausgesetzt, wird man zwischen A u. E, auf folgende Art Stäbe in eine Verticalfläche bringen können.

Man

Man wähle zwischen A und E einen Punkt C, wo man A und E zugleich sehen kan, und setze daselbst einen Stab senkrecht in den Boden.

Es wird gut seyn C so anzunehmen, daß der daselbst eingesetzte Stab, wenigstens nach dem Augenmaaße zu schätzen, sich beyläufig in der Verticalfläche AE befindet.

Hierauf lasse man von einem Gehülfen zwischen A u. C eine Stange B in die Verticalfläche AC, und eben so von einem andern Gehülfen auch bey D eine Stange in die Verticalfläche CE einsetzen.

So hat man hier 5 Stäbe oder Punkte A, B, C, D, E; von denen sind also

A, B, C
C, D, E

jede drey für sich, in eine Verticalfläche gesetzt worden; Wären nun auch die drey mittelsten B, C, D, in einer Ebene, so erhellet aus dem angeführten Grundsatze, daß alsdann alle 5 Stäbe oder Pnnkte A, B, C, D, E, in einer und derselben Verticalfläche liegen würden; und die Aufgabe würde also aufgelöset seyn.

Da aber nicht zu erwarten ist, daß die gleich anfangs bey C ausgesetzte Stange, sich in der That in der Verticalfläche BD befinden wird, so lasse man den Gehülfen bey D visiren. Bemerkt dieser daß die drey Stäbe B, C, D nicht in einer

Ver-

Verticalfläche liegen, so ziehe man die Stange C aus, und bringe sie nach c in die Verticalfläche BD

Weil aber anfangs A, B, C und C, D, E jede drey für sich in einer Ebene lagen, so wird weil nun der Stab C nach c hingekommen ist, B nicht in der Verticalfläche Ac, und eben so D nicht in der Verticalfläche Ec liegen können.

Man lasse also die Stäbe B, D, ausziehen, und den erstern B nach b in die Verticalfläche Ac, den andern D aber nach d in die Verticalfläche cE hinbringen.

Durch diese Operation kommen also die Stäbe in folgende Lage A, b, c, d, E, von denen sind itzt

A, b, c,
c, d, E,

jede drey für sich in einer Ebene. Wären daher itzt auch die drey mittelsten b, c, d in einer Ebene so würden alle 5 Stäbe oder Punkte A, b, c, d, E, in einer einzigen Verticalfläche liegen.

Man visire also bey d: Findet sich daß am Ende der bisher vorgenommenen Operation, c nicht mit b und d in einer Verticalfläche liegt, so muß man wieder eine neue Operation anfangen, und nach dem gewiesenen Verfahren wiederum

1) die 3te Stange mit der 2ten und 4ten
2) dann die 2te mit der 1ten und 3ten
3) und hierauf die 4te mit der 2ten und 5ten

jede

jede drey für sich, in eine Verticalfläche bringen und die Arbeit auf diese Art so oft wiederhohlen, bis endlich die Stäbe eine solche Lage wie A, β, γ, δ, E erhalten, in der nicht allein A, β, γ
und γ, δ, E
sondern auch die mitteisten β, γ, δ jede drey für sich in einer Ebene zu liegen kommen. Alsdann werden alle 5 Stäbe A, β, γ, δ, E in einer und derselben Verticalfläche stehen.

V. Daß man vermittelst dieses Verfahrens in der That endlich seinen Endzweck erreichet, erhellet daraus, weil man am Ende einer jeden Operation mit denen drey mittelsten Stäben immer näher in die Verticalfläche AE kömt, bis sie endlich völlig genau sich in ihr befinden.

VI) So würde also das bisherige Verfahren mit Vortheil in dem Falle gebraucht werden können, wenn zwischen den beyden äusersten Punkten oder Objeckten A und E z. E ein Hügel läge. Dann würde man natürlicherweise mit der Stange C auf die Spitze des Hügels gehen, von der man A und E zugleich sehen kan.

VII) Wäre der Hügel von C gegen A, und von C gegen E sehr abhängig, so wird man in diesem Falle, die Stäbe B, D, oft sehr nahe bey C annehmen müssen, weil man sonst bey B die Stange D wegen der dazwischen liegenden Anhöhe nicht würde sehen können.

VIII) Läge zwischen A und E eine Holzung, so würde sich zwischen diesen Punkten sehr selten ein Punkt C annehmen lassen, von dem man nach A und E, wie bey dem bisherigen Verfahren zum vorausgesetzt wird, zugleich hinsehen könte. In diesem Falle würde sich also das bisher gewiesene Verfahren nicht anbringen lassen. Es giebt aber andere Mittel, in diesen und ähnlichen Fällen zwischen A und E eine Verticalfläche abzustecken, von denen ich aber nur erst in der Folge Unterricht ertheilen kan. Ueberhaupt muß ich hie errinnern daß verschiedene schwere Fälle die in der Ausübung beym Abstecken der Verticalflächen vorkommen können, sich ohne Kenntnis des Winkelmessens nicht leicht auflösen lassen.

Nur noch einen dem in IV ähnlichen Fall will ich hie erläutern.

IX) Gesetzt (Fig. VII) G, und H seyen auf dem Felde zweene Hügel, über die Stäbe abgesteckt werden sollen, die mit A und E in einer Verticalfläche liegen. Ich will annehmen auf G könne man A sehen aber E nicht, und eben so auf H sey nur E sichtbar aber A nicht.

Um also in dieser Voraussetzung, zwischen A und E Stäbe in die Verticalfläche AE bringen zu können, so stecke man auf G und H willkürlich zwo Messtangen n und o ab.

Ferner zwischen A und n in die Verticalfläche An, den Stab m, uud zwischen o und E in die Verticalfläche o E den Stab p.

Dann erhellet, daß, wenn man bey m nur die übrigen drey Stäbe n, o, p sehen kan, vermittelst des in IV angeführten Grundsatzes, alle Stäbe m, n, o, p, in die Verticalfläche AE gebracht werden können.

Denn gleich beym Anfange stehen A, m, n, und o, p, E, jede drey für sich in einer Verticalfläche. Befänden sich nun auch m, n, o, und n, o, p jede drey für sich in einer Ebene, so würden alle 6 Punkte oder Stäbe, in einer und derselben Verticalfläche liegen.

Stehen also n und o nicht in der Verticalfläche mp, so müssen sie durch Hülfe einer Person, die bey m oder p visiret, in die Verticalfläche mp gebracht werden.

Aber anfangs stand m in der Verticalfläche An und p in der o E; Nachdem also die bey n und o hingesteckten Stäbe wiederum ausgezogen, und in die Verticalfläche m p gebracht worden sind, so wird bey der jetzigen Lage der 4 Stäbe m, n, o, p; der Stab m nicht mehr in der Verticalfläche A n; und p nicht mehr in der Verticalfläche o E liegen.

Man

Man ziehe also m und p aus und bringe erstern wieder in die Verticalfläche A n, den andern aber in die Verticalfläche o E.

Hiedurch kommen aber nun n und o wieder aus der Verticalfläche m p. Man ziehe daher n und o wieder aus, und setze sie zum zweitenmahle in die Verticalfläche m p.

Hierauf ziehe man m und p wieder aus, und bringe m wieder in die Verticalfläche A n, p wieder in die o E.

Auf diese Art bringe man wechselsweise immer die dritte und vierte Stange n und o, in die Verticalfläche m p der 2ten und 5ten, und darauf wieder den zweiten Stab m mit dem ersten und dritten A und n, den 5ten p aber mit dem 4ten und 6ten o und E in eine Verticalfläche, so wird man bey Fortsetzung dieser Arbeit es endlich dahin bringen daß die Stäbe

A, m, n,
m, n, o, p
o, p, E

jede für sich in eine Ebene, und folglich insgesamt in die Verticalfläche A E zu liegen kommen.

X) Die würkliche Ausübung dieses Verfahrens scheint freylich etwas weitläuftig zu seyn, allein wenn man selbst Hand anlegt, und dem gewiesenen Verfahren Fuß für Fuß folgt, so wird man gar bald eine Fertigkeit erlangen.

Es verstehet sich übrigens daß die Arbeit desto geschwinder von statten gehet, wenn bey jedem der mittleren Stäbe m, n, o, p ein gehörig unterrichteter Gehülfe befindlich ist; denn sonst würde das Laufen von einem Orte zum andern die Arbeit ungemein verzögern.

Auch erhellet, daß wenn zwischen denen beyden äussersten Punkten A und E noch mehrere Hügel lägen, die Arbeit noch zusammengesetzter ausfallen würde. Aber vermittelst gehöriger Anwendung des Grundsatzes IV wird sich leichte beurtheilen lassen, wie man in einem solchen Falle verfahren müsse.

Nothwendige Vorsichten bey Absteckung der Verticalflächen nebst Schätzung der Fehler, die man bey diesem Geschäfte leicht begehen kan.

§. 33. 1) Bey Absteckung der Verticalflächen wird man in der Ausübung bemerken, daß diejenige Stange, die sich zunächst vor dem Auge befindet, wegen ihrer Dicke allemal ein merkliches Hinderniß im visiren verursacht, so daß es einige Schwürigkeit hat, die folgenden Stäbe, mit denen erstern genau in eine Verticalfläche zu bringen.

Auch daß dieses Hinderniß desto größer ist, je näher sich das Auge hinter dem Stabe befindet.

Um

Um nun den Fehler, der wegen wegen der Dicke der Messtangen begangen werden kan, einigermaaßen zu bestimmen, überlege man folgendes.

Es sey Fig VIII, O das Auge. Vor ihm befinde sich in einer gewissen Entfernung eine Stange vertical aufgerichtet, deren Dicke oder Durchmesser die Linie ab sey. Ueber cd, mn stelle man sich ein paar andere Stäbe aufgerichtet vor, und i, l, k, seyen die Mittelpunkte von ab, cd, mn, so werden Verticallinien, die man sich durch i, l, k, einbildet, die Axen der Messtäbe vorstellen.

Wenn nun die Punkte i, l, k, in einer geraden Linie, mithin die durch i, l, k, aufgerichteten Verticallinien in einer einzigen Ebene liegen, alsdann sagt man, daß die über ab, cd, mn, aufgerichteten Messtangen sich in einer Verticalfläche befinden, und Stäbe in eine Verticalfläche abstecken, heist eigentlich, sie so stellen, daß ihre verticalen Axen in eine einzige Ebene fallen.

Gesetzt nun das Auge O befände sich in der durch die Mittelpunkte l, i, gezogenen geraden Linie l i O, und visirte an dem über ab aufgerichteten Stabe hinaus. Man ziehe die Gesichts- oder Visirlinien O b f, O a h, so ist, wenn m n zu beyden Seiten verlängert wird, die gerade Linie h f der Raum den die Dicke a b des vor dem Auge befindlichen Stabes, in der Entfernung O m zu bedecken scheinet,

und alles was innerhalb des Winkels h O f liegt, wird dem Auge O von ab bedeckt.

Wenn man also beym Abstecken einer Verticalfläche nach der gemeinen Regel der Feldmesser, nemlich, die Stangen so zu setzen, daß sie einander zu decken scheinen, verfahren wolte, so würde man offenbar Fehler begehen. Denn wo man auch innerhalb des Winkels h O f irgendwo einen Stab hinsetzte, so würde solcher doch noch immer bey der jetzigen Lage des Auges, von denen Stangen über ab und cd, bedeckt zu seyn scheinen, und sich doch nicht immer in einer durch die Mittelpunkte i, l, eingebildeten Verticalfläche befinden.

So z. E. wenn bey μ eine Stange hingesetzt würde, so würde sie zwar von denen Stäben über ab, cd, bedeckt zu seyn scheinen, aber sich doch nicht in der erweiterten Verticalfläche i l befinden, und der Winkel μ i k wäre der Fehler den man begienge, wenn man die Verticalflächen i μ, und i l k für einerley hielte.

So erhellet also, daß man der gemeinen Regel nicht Wort für Wort folgen darf, wenn man sich nicht Fehlern unterwerfen will, die in einigen Fällen oft beträchtlich seyn können.

Der Winkel f i k wäre aber der gröste Fehler den man begehen könte.

Wenn

Wenn nun die Weite Ok mit der Dicke ab verglichen sehr groß ist, so kan man ohne merklichen Irrthum den Winkel kif = kOf setzen, und da würde

$$\text{tang } kOf = \frac{kf}{Ok} = \frac{ib}{Oi}$$

Man setze also die halbe Dicke der nächsten Stange vor dem Auge, oder ib = L Zoll, die Weite des Auges von ihr, oder Oi = E Zolle, so wird

$$\text{tang } kOf = \frac{L}{E}$$

Und wenn die Entfernung Ok in der ein Stab mit denen über ab, cd, in eine Verticalfläche ausgesteckt werden soll = F Zollen ist, so wird der Raum hf den ab bedecket = 2. kf = $\frac{2.Ok.ib}{Oi} = \frac{2F.L}{E}$ Zoll.

Aus dieser Formel tang $kOf = \frac{L}{E}$ erhellet nun daß der Winkel kOf, und folglich der Fehler den man bey Absteckung einer dritten Stange in die Verticalfläche der erstern beyden, wegen der Dicke des sich vor dem Auge befindenden Stabes begehen kan, desto grösser ist, je grösser L und je kleiner E ist d. h. je dicker der Stab ist, und je

näher er sich vor dem Auge befindet. Denn tang k O f oder der Bruch $\frac{L}{E}$ wächst, wenn der Zähler L zunimmt, und der Nenner E kleiner wird.

II) Um den Fehler der von der Dicke der Stäbe herrührt zu vermindern, muß man also zum Abstecken sich so dünner Stäbe bedienen als möglich ist, und beym Visiren jederzeit das Auge weit genug davon halten. Einige rathen man solle in den Stab, den man zunächst vor dem Auge hat, kleine Löcher nach der Länge herunter bohren lassen, und durch diese Löcher visiren. Hiedurch wird freylich die Gefahr zu fehlen um ein beträchtliches vermindert.

Andere, wie Marinoni in seinem Werke de Re ichnographica, bedienen sich bey Absteckung der Verticalflächen des Mestisches mit dem Diopter-liniale. Hievon kan ich aber erst in der Folge nähern Unterricht ertheilen.

III) Das beste Mittel aber, den Fehler wegen der Dicke der Messtangen zu vermindern, kömt lediglich auf die Lage des Auges O an.

Die Regel ist nemlich diese:

Man muß das Auge nicht gerade hinter die Stange halten, wie hier bey O geschiehet, denn da wird ihre Dicke ab dem Visiren immer hinder-

lich

lich seyn; sondern man muß das Auge etwas seitwärts halten, wie in o, dergestalt daß die Visirlinie obdn an denen Seitenflächen der Stäbe hinausstreichet, und sie also in denen Punkten b, d, n berühret; denn es erhellet, daß alsdann die Mittelpunkte i, l, k, mithin auch die über i, l, k aufgerichteten Verticallinien, in eine einzige Ebene ilk zu liegen kommen, so bald man den dritten Stab bey mn so einsetzet, daß die Visirlinie ob dn gemeinschaftlich die Seitenflächen der Stäbe berühret.

Wenn ich mich also der Kürze halber in der Folge des Ausdrucks bediene, die Stäbe decken sich, so verstehe ich darunter allemal eine solche Stellung derselben, daß wenn man an ihnen hinausvisirt, ihre Seitenflächen in einer gemeinschaftlichen sie insgesamt berührenden Ebene zu liegen scheinen.

IV) Bey Absteckung der Verticalflächen ist es ferner auch nothwendig, die Stangen so genau als möglich senkrecht in den Boden zu stecken. Aus welcher Ursache wie ich schon oben errinnert habe, man man sich des Senkbleyes zu bedienen hat.

Die Fehler die man sonst zu befürchten hätte, lassen sich etwa aus folgenden beurtheilen.

Wenn Fig. IX die beyden Stäbe AB, CD vertical sind, so hat es keine Schwürigkeit die folgenden EF, u. s. w, mit AB nnd CD in eine Ebene zu

bringen, wenn man die Vorschriften (I, II, III) beobachtet.

Gesetzt aber die Stange Cd Fig. IX stehe schief auf der Horizontalfläche.

Dann würde ein Beobachter welcher hinter AB z. E. nach dem obersten Ende d, oder nach der Richtung Bd visirte, die dritte Stange nicht bey E in die erweiterte Verticalfläche AC, sondern bey e einsetzen lassen, wo nemlich die Stange ef in den Gesichtsstrahl Bdf einträfe. Man würde also statt der Verticalfläche ACE, die über Ae erhalten.

Beyde würden mit einander den Winkel EAe machen, wenn AE, Ae Horizontallinien sind. Die drey Punkte A, C, e, würden also nicht in einer einzigen Verticalebene liegen.

Man fälle von d das Loth dc herab, und von c auf die Horizontallinie AE das Perpendickel cn. so drückt cn aus, wie weit der Punkt d der schiefen Stange ausserhalb der Verticalfläche ACE liegt.

Weil nun in dem rechtwinklichten Dreyecke Acn

$$\sin cAn = \frac{cn}{Ac}$$ ist

und man, wenn der Stab Cd einigermaaßen weit von A entfernt ist, ohne merklichen Irrthum Ac = AC folglich

sin

$$\sin cAn = \frac{cn}{AC}$$

setzen kan, so erhellet, daß der Winkel CAc oder der Fehler den man begienge, wenn man die Verticalfläche über Ae, mit der über AC für einerley hielte, desto beträchtlicher ist, je größer cn und je kleiner AC ist, d. h. je weiter der Punkt d, nach welchen man visirt, auserhalb der Verticalfläche AC liegt, und je näher sich die schiefstehende Stange Cd bey der erstern AB befindet.

Wäre cn = o das heist, stände die Stange Cd zwar schief, aber doch in der Verticalfläche AC, so wäre auch sin cAn oder der Winkel cAn mithin der Fehler = o.

Eine Stange kan also wohl schief stehen, sie muß aber, wenn kein Fehler entstehen soll, ihre schiefe Lage in der Verticalfläche AC haben.

V) Da in manchen Fällen, bey Absteckung der Verticalflächen, besonders in bergigten Gegenden, die Stangen sehr nahe neben einander zu stehen kommen, und man oft gezwungen ist, an ihren obern Ende vorbey zu visiren, so erhellet wie nothwendig es sey, in solchem Falle auf ihre senkrechte Stellung zu sehen.

In der Ausübung sind aber aus dem vorhergehenden auch noch folgende Regeln herzuleiten.

1) Müssen die Absteckstäbe auf dem Felde immer so weit als möglich, und als es die Umstände erlauben, von einander weggesetzet werden, damit, wenn solche ja aus zufälligen Ursachen eine schiefe Lage bekommen solten, der daraus zu befürchtende Fehler dadurch vermindert wird. (IV)

2) Muß man wenn es angehet, nie an den obern Ende einer Messtange vorbey visiren, sondern allemal lieber bey einem Punkte vorbey der näher am Boden liegt. Denn das obere Ende eines schiefstehenden Stabes hängt allemal am weitesten auserhalb der wahren Verticalfläche.

Die Ausmessung gerader Linien.

§. 34. Nachdem wir nun gezeigt haben, wie man sowohl auf einer Ebene, als auch über Berge und Hügel, eine verticale Ebene abstecken könne, so werden wir nun weiter zur würklichen Ausmessung gerader Linien fortgehen. Vorher muß ich aber die dazu nothwendigen Werkzeuge beschreiben.

I) Ein **Maaßstaab** bestehet aus einer geraden ohngefähr einen Zoll breiten und $\frac{1}{2}$ Zoll dicken prismatischen viereckigten Stange, von guten dauerhaften wohl ausgetrockneten Tannen oder Büchenholze, auf der man eine gewisse Anzahl von Fußen so genau als möglich verzeichnet, und solche

solche durch zarte Einschnitte in Zolle und Linien eintheilet.

Gewöhnlich macht man sie 5 bis 6 Fuß lang. Bey Ausmessung sehr langer Linien ist es aber vortheilhaft Maaßstäbe von 10 und mehreren Fußen zu gebrauchen.

So gebrauchte Picard bey Gelegenheit der Abmessung eines Meridiangrades in Frankreich, Meßstangen von 12 Fußen.

Ob nun gleich die Messung mit Maaßstäben, freylich immer die genaueste ist, so erhält man doch bey der jedesmaligen Anlegung nur eine Länge von einigen Fußen, und damit gehet also die Arbeit nicht sehr geschwind von statten. Man bedienet sich daher mit mehrern Vortheil der Meßkette welche gewöhnlich eine Länge von 5 bis 6 Ruthen enthält.

II) Die nähere Einrichtung der Meßkette bestehet in folgenden. Fig. X.

Man läst von eisernen Drate, etwa in der Dicke eines mäßigen Federkiels, gleich lange gerade Stäbe wie rk, lp u. s. w. verfertigen, deren Enden umgebogen, und durch Ringe n von geschlagenen Messinge mit einander verbunden sind.

Die Entfernung zwischen jeden nächstaufeinander folgenden Mittelpunkten zweener Ringe, muß genau einerley Länge, z. E. die Länge eines Fußes be-

tra-

tragen; Und dergleichen Glieder oder Fuße werden so viel an einander gehänget, biß man genau eine Länge von einigen Ruthen erhält. Gemeiniglich macht man die Kette 5 Ruthen lang.

Die einzeln Ruthen, werden aber durch etwas größere Ringe angedeutet, durch deren Mittelpunkte, um sie von andern gut unterscheiden zu können, kleine Querriegel durchgehen, wie Q ausweiset.

An denen beyden Enden der solchergestalt eingerichteten Meßkette, werden ein paar große Ringe wie A, etwa $1\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser, angebracht. Diese Vorrichtung dienet dazu, damit die beyden Enden der Kette an die zugehörigen Kettenstäbe gesteckt werden können.

Diese sind etwa 4 Fuß hohe cylindrische Stäbe, in der Dicke, daß man die äußersten Ringe der Kette, an sie herablassen kan.

Den untern Theil eines solchen Kettenstabes, wie man sie gewöhnlich verfertiget, siehet man bey P.

Daselbst ist qn ein eiserner, sich in eine pyramidenförmige Spitze endigender Stift oder eine Stachel, die fest unten an die Seitenfläche des cylindrischen Kettenstabes angeschuhet ist. qn ist etwa 3 Zoll lang und zu oberst 2 Linien dick.

Das

Das untere Ende des Stabes selbst ist etwa in einer Höhe von 2 Zollen, von der Grundfläche angerechnet, mit Eisen beschlagen, und ohngefähr bey i gehet ein Stift durch, der auf beyden Seiten des Stabes hervorraget.

Diese Einrichtung dienet dazu, daß wenn die äußersten Ringe A der Meßkette, an denen Kettenstäben heruntergelassen werden, solche auf denen hervorragenden Enden dieser Stifte zu ruhen kommen.

Den Anfangspunkt der Meßkette nenne ich denjenigen Punkt, wo die Schuhe angerechnet werden.

Wenn nun wie gewöhnlich die Stachel qn an der Seitenfläche des Kettenstabes befestiget ist, und der Ring A an dem Kettenstabe herabgelassen wird, so würde der Anfangspunkt der Meßkette nicht über den Anfangspunkt einer auszumessenden Linie, in welchen der Kettenstab eingesetzet wird, zu liegen kommen, wenn die Füße der Meßkette, von dem Mittelpunkte des anf steckenden Ringes angerechnet würden.

Man pflegt daher nicht von dem Mittelpunkte des Ringes A, sondern von dessen äussersten Ende m die Schuhe anzurechnen, und dann den Ring A so an den Kettenstab P zu stecken daß der äuserste Punkt m gerade über der Stachel qn zu ruhen kömt: damit wenn die Stachel

in

in den Anfangspunkt einer auszumessenden Länge eingesetzet wird, alsdann der Anfang der Meßkette oder der Punkt m gerade über den Anfangspunkt der auszumessenden Linie zu liegen komme.

Es kan nun während der Messung leicht geschehen, daß sich an dem Kettenstabe der Ring A verrücket, und der Punkt m aus seiner gehörigen Lage kömt. Man muß daher bey jeden neuen Kettenzuge zusehen, ob sich m oder der Anfang der Meskette noch über der Stachel qn befindet.

Dieses ist eine Unbequemlichkeit: Es wäre weit besser, wenn man die Vorrichtung so machte, daß nicht, wie gewöhnlich, die Stachel qn an die Seitenfläche des Kettenstabes befestiget würde, sondern daß solche, wie bey O zu sehen ist, gerade durch den Mittelpunkt der Grundfläche gienge. Alsdann könte man, von dem Mittelpunkte des Ringes A die Schuhe anrechnen, und man wäre versichert, daß, wie auch A an den Kettenstab angestecket würde, doch allemal der Anfangspunkt der Meßkette, über den Anfangspunkt der auszumessenden Linie, in welchen die Stachel eingesetzet wird, zu liegen käme.

Einige Feldmesser nehmen die Länge der Glieder an der Meskette, nur einen halben Fuß. Allein dann braucht man zur Verbindung der Glieder doppelt soviel meßingene Ringe, und hiedurch werden nicht nur die Kosten erhöhet, sondern auch leich-

leichte Verwirrungen und Unrichtigkeit verursacht.

Ferner, da der Geometer immer die zehntheiligte Eintheilung gebraucht, so sind die Fusse der Meßkette gewöhnlich Decimalfusse. Rechnete man also an einem gewissen Orte z. E. 16 Fuß auf eine Ruthe, so würde eben diese Länge auf der Kette in 10 Decimalfuße getheilet. Da wären also die Kettenfusse weit größer als die gewöhnlichen, nemlich in dem Verhältniß 16 : 10 oder 8 : 5.

Gewöhnlich sind die Fusse auf der Kette nicht weiter in Zolle getheilet. — Man muß also die kleinern Theile entweder nach dem Augenmaaße schätzen, oder wenn man genau verfahren will, solche vermittelst eines angelegten Zollstabes bestimmen. Dieser bestehet aus einem prismatischen Stäblein, auf dem der Fuß in Zolle und Linien getheilet ist.

III) Die Meßschnüre sind ehemals auch häufig gebraucht worden. Man verfertigte sie von Hanf. Da man aber gar bald die große Unvollkommenheit entdeckte, daß sie sich wegen Würkung der Sonnenstrahlen, der Kälte und Feuchtigkeit, verschiedentlich bald ausdehnten, bald verkürzten, so ist man fast völlig von ihrem Gebrauche abgekommen, ob man gleich Mittel ausgesonnen hat, gedachte Unvollkommenheiten der hänfnen Meßschnüre, durch

Sieden in Wachs und Oel zu vermindern. (Schwenters Geom. Pract. p. 481)

Indessen kan man sich doch in manchen Fällen, mit Vortheil der Meßschnüre bedienen, besonders wenn man keine gar zu große Genauigkeit verlangt; und dergleichen Fälle kommen häufig vor.

Man kan die Schnüre sehr lang machen, ohne daß daraus im Gebrauche sonderliche Unbequemlichkeit entstehen solte, man kan sie um einen Stab wickeln, und sie bequem mit sich führen. Die Abtheilungen der Schnur werden aber durch eingebundene Knoten oder durch andere Kennzeichen bemerkt.

IV) Bey Messungen über Hügel und Anhöhen läst sich die Meßkette nicht gut gebrauchen: die Maaßstäbe sind in solchen Falle weit bequemer. Man gebraucht aber dazu einen verticalen Maaßstab ab (Fig. XI) der genau von b nach a herauf in Fusse Zolle und Linien getheilet, und unten bey c mit einer Spitze oder Stachel versehen ist, um ihn in den Boden stecken zu können.

Ferner einen horizontalen mn der von m nach n in Fusse, Zolle und Linien eingetheilet ist.

Wenn der eine Endpunkt m an die Anhöhe gesetzt wird, so kan man mn, um m als um einen Mittelpunkt an dem verticalen Maaßstabe ab, auf und nieder bewegen.

Man

Man kan auch bey m eine Spitze anbringen, wodurch sich m an den Boden befestigen läst.

V) Die Meßketten und Maaßstäbe sind die bequemsten und brauchbarsten Werkzeuge zur Ausmessung gerader Linien.

Man giebt aber in einigen Büchern, die von der Feldmeßkunst handeln, noch andere Werkzeuge an.

So z. E. gebrauchen einige Feldmesser, den sogenannten Meßzirkel welcher wie ein gewöhnlicher Reiszirkel eingerichtet ist, aber nur von Holz und von der Größe gemacht wird, daß man auf dem Felde füglich zwischen beyden Zirkelspitzen eine Länge von 4—5 Fußen fassen kan. Solchergestalt spannet man an die auszumessende Linie eine Schnur, und misset längst sie her, indem man den Zirkel beständig umwendet; Man zählet alsdann, wenn man zu Ende ist, nur die Menge der Umwendungen, und rechnet für jede soviel Fusse, als zwischen beyden Zirkelspitzen enthalten sind.

VI) Es ist beym Gebrauche der Maaßstäbe, wenn man eine Linie damit sehr genau ausmessen will, nothwendig, daß man mit denenselben über die kleinen Ungleichheiten des Bodens wegmessen könne. Deswegen bedienet man sich in solchen Falle kleiner hölzerner etwa 2 Fuß hoher Schemmel, auf die man die Maaßstäbe legt. Bey Fig. XII

zeigt sich die Gestalt eines solchen Schemmels. A ist das Tischgen auf welches man die Stange legt. Die Füsse des Schemmels, sind bey a und b in einem Gewinde beweglich Der hölzerne Stab cd welcher unten an das Tischgen A befestigt ist, ist mit Schraubengängen versehen, welche in eine Mutter greifen, die sich an dem untern Bretgen bey m befindet Hiedurch kan man das Tischgen A sanft erhöhen und erniedrigen, nachdem man nämlich die Schraube in ihrer Mutter herumbewegt.

VII) Wenn die Maaßstäbe solchergestalt auf Tischgen gelegt werden, so ist es nicht undienlich, an ihren beyden Enden (Fig. XII) senkrecht auf sie, ein paar etwa einen Fuß hohe eiserne Stiften anzuschrauben, an die man hinausvisiren, und dadurch die Stange, die auf denen Tischgen ruhet, nach einen bestimten Punkt hinrichten kan.

VIII) Endlich damit man denen Stangen eine horizontale Lage, wie erfordert wird, geben könne, so mag man sich hierzu blos der gemeinen Setzwaage bedienen.

Man läst (Fig. XIII) von guten Lindenholze drey glatt gehobelte Leisten, ab, bc, ac, von denen die beyden ab und bc einander gleich seyn können, verfertigen und in ein Dreyeck zusammenfügen. Auch gehet quer durch noch eine vierte Leiste ef parallel mit ac.

Aus

Aus der Spitze b des Dreyeckes läst man von einem Stifte, an einen feinen Silberfaden oder Pferdehaar, ein Lothyl herabhängen. Wenn nun bl frey hängt, so ist bekantermaaßen die Richtung des Loths eine Verticallinie und mithin eine Perpendiculärlinie auf sie, eine Horizontallinie. Es frägt sich nun wie man auf der Leiste ef den Punkt n finden könne, welchen der frey herabhängende Faden bl decken muß, damit ef und folglich auch die damit parallele Leiste ac eine horizontale Lage habe? Um diesen zu bestimmen, so nehme man einen vorher wohl geprüften Winkelhaaken, lege dessen einen Schenkel genau an die Leiste ac, und lasse den andern durch den Punkt b gehen. Hierauf ziehe man längst des durch b gehenden Schenkels auf ef eine feine Linie, so hat man daselbst die Stelle n welche der frey herabhängende Faden bl decken muß damit die Leiste ac horizontal ist.

Denn alsdann ist die Richtung der Leiste, auf der verticalen Richtung des Loths senkrecht, und mithin horizontal.

Man hat noch andere Methoden, den Punkt n zu bestimmen, den das herabhängende Loth decken muß, damit die Linie, nach der die Setzwaage aufgestellt ist, horizontal sey. Man s. davon in Hrn. H. Kästners Markscheidk. IV. Anm. (24). Helfenszrieders Geodäsie §. 151. u. f.

Setzt man nun die solchergestalt eingerichtete Setzwaage auf eine Messtange so daß die Leiste

ac längst dieselbe zu liegen komme, und beweget alsdann die Stange so lange auf und nieder bis das Loth bl über der auf ef bezeichneten Stelle n stehet, so ist in dem Augenblicke, die Grundfläche der Leiste ac, und folglich auch die Richtung der Meßstange auf der Richtung des Lothes bl senkrecht, und also horizontal.

In der Ausübung ist aber zu bemerken daß sich der herabhängende Faden bl nicht an der Leiste ef reibe, weil sonst dadurch der freyen Bewegung desselben ein Hinderniß verursacht würde.

Man hat noch andere Einrichtungen den horizontalen Stand einer Fläche oder Linie zu erfahren; Aber die bisher beschriebene gemeine Setzwaage, ist zu der Absicht eine Stange horizontal zu stellen zureichend genau.

In der Folge werden Gelegenheit haben, noch anderer Einrichtungen, von Setz- und Wasserwaagen zu gedenken.

Anmerkung.

§. 35. Bey gewissen Absichten, wo ebenfalls keine gar zu große Schärfe verlangt wird, kan man sich mit Vortheil der Schritte zur Ausmessung gerader Linien bedienen: Und unter allen Methoden, Längen nur beynahe zu bestimmen, ist diese gewiß die bequemste und geschwindeste in der Ausübung auf dem Felde.

Wenn

Wenn nämlich vorher durch einen Versuch, die Anzahl von Schritten bestimmt worden ist, die auf eine gegebene Länge gehen, so läst sich nachher jede andere Länge, die in Schritten bekannt ist, auf ein gewöhnliches Maaß reduciren.

Die Gleichförmigkeit der Schritte ist aber hiebey eine nothwendige Voraussetzung. Indessen durch einige Uebung kan man sich solche leicht verschaffen. Man nehme eine gewisse Länge vor, schreite sie zu wiederhohltenmahlen ab, und untersuche ob man immer einerley Anzahl von Schritten bekömt. Wo nicht? So muß man den Versuch so oft anstellen, bis man eine Fertigkeit erlangt hat.

Um nun das Verhältniß eines Schrittes gegen ein bekantes Maaß ausfindig zu machen, so messe man auf einer horizontalen Ebene, eine gerade Linie mit der Meßkette. Je länger sie ist desto genauer findet man das Verhältniß. Hierauf untersuche man die Anzahl der Schritte die auf diese Länge gehen.

So wird man daraus berechnen können, wie viel Füsse ein Schritt enthalten muß.

Auf diese Art habe ich gefunden daß 100 meiner gewöhnlichen Schritte 253 Kalenberger Fuß betragen. Es kommen also auf einen meiner Schritte 2, 53 Fuß oder 2′ 5″ 3‴.

Gewöhnlich rechnet man $2\frac{1}{2}$ Fuß auf einen Schritt, allein man siehet wohl daß dieses nur eine ohngefähre Bestimmung ist, und nicht für alle Schritte gelten kan.

Ich habe sehr oft den Versuch gemacht, nämlich eine Länge erstlich abgeschrittet, die gefundene Anzahl von Schritten auf Fuße gebracht, und dann die nemliche Länge mit der Kette gemessen. In den meisten Fällen trafen beyde Resultate, bey ihrer Vergleichung mit einander, ziemlich gut überein, auch selbst bey einer sehr großen Anzahl von Schritten, so daß ich überzeugt bin auf einem ebenen Boden, auch bey einer Länge von 1000 bis 2000 Schritt selten um 10 bis 12 Fuß zu fehlen.

Man hat, um sich das Zählen der Schritte zu ersparen, besondere Maschinen erfunden, die man Schrittzähler nennet — Allein ich halte es nicht der Mühe werth, hier eine Beschreibung davon mitzutheilen, da man ihrer wohl entbehren kan. Indessen in Bions mathematischer Werkschule p. 98 kan man eine Beschreibung davon nachlesen. Das beste Mittel ist, wenn für jede 100 Schritt in einem Manuale ein Merkmahl gemacht wird.

Anmerkung.

§. 36. Ehe ich zur Ausmessung der geraden Linien fortgehe muß ich noch folgendes erinnern.

1)

1) Müssen überhaupt bey denen Feldmesserarbeiten immer einige Gehülfen zur Hand seyn, sowohl um die Werkzeugezu tragen, als auch selbst, gerade Linien abzustecken, Ketten zuziehen, und andere Geschäfte auf Befehl des dirigirenden Feldmessers auszurichten; damit man aber während der Arbeit nicht aufgehalten werde so müssen die Gehülfen vorher wohl unterrichtet seyn. Auch müssen keine alte träge Leute, sondern junge muntere, aufmerksame Personen gewählet werden.

2) Muß der Feldmesser immer ein Manual oder Diarium nebst einem Besteck bey sich führen, sowohl um die Messungen und Entwürfe, als auch andere bemerkungswürdige Umstände aufzeichnen zu können, und in dem Diario immer eine gewisse Ordnung halten, damit nachher zu Hause beym Auftragen und Berechnen keine Verwirrung entstehe.

Aufgabe.

§. 37. Auf einer ebenen Fläche eine gerade Linie mit der Meßkette auszumessen.

Auflösung.

I) Es sey Fig. V. AG die auszumessende Linie. Ist der Punkt A von G so weit entfernt, daß man das bey G abgesteckte Signal, nicht deutlich erkennen kan, so will ich annehmen, nach §. 32

seyen bereits Stäbe AB, CD, EF, u. s. w. in die vorgegebene Verticalfläche AG abgestecket.

II) Ist dieses geschehen, so werden die beyden äussersten Ringe der Meßkette, an die zugehörigen Kettenstäbe gestecket, mit der Vorsicht, daß Fig. X der äusserste Punkt m des Kettenringes A gerade über die Spitze n des Kettenstabes P zu liegen komme. (§ 34. II)

Auch werden die Glieder der Meßkette gehörig auseinander gelegt.

III) Nachdem nun auf diese Art alles in Ordnung ist, so ergreifen zweene Kettenzieher die Kettenstäbe, und der vorwärtsgehende Kettenzieher versiehet sich mit einer gewissen Anzahl von Zeichenstäbgen. (§. 31)

Ich will den vorwärts gehenden Kettenzieher A nennen, den nachfolgenden aber B.

IV) B begiebt sich nun mit seinem Kettenstabe gleich nach dem Anfangspunkt A der auszumessenden Linie, ziehet die daselbst stehende Fahne oder Stange AB aus, und setzet in das Loch wo AB gestanden, die Stachel seines Kettenstabes.

V) Der vorwärts gehende Kettenzieher A, begiebt sich aber, mit seiner Kettenstange, so weit es die ausgespante Kette zulässet, nach α und hält daselbst seinen Kettenstab frey in der Hand herunter, so daß er sich vermittelst seiner

Schwe,

Schwere von selbst in eine verticale Richtung stellet.

VI) B aber tritt einige Schritte hinter seinen Kettenstab, visirt längst ihn vorbey, und untersuchet ob der Kettenstab des A sich in der abgesteckten Verticalfläche ACEG befindet. Wenn solches nicht ist, so giebt B dem A durch Zeichen und Zurufen zu verstehen, sich rechts oder links zu bewegen, so lange bis der Kettenstab des A in der abgesteckten Verticalfläche ACEG hängt.

VII) Hierauf spannet A die Meßkette gehörig aus, damit sie gerade zu liegen komme, und wenn solche etwa durch kleine Hügel aufgehalten würde, so wird sie etwas in die Höhe gehoben, und geworfen oder geschlenkert, bis sie gerade liegt.

Alsdann befestigt A seinen Kettenstab bey α in den Boden.

Auf diese Art hat man also von A bis α die Länge einer Meßkette.

VIII) Nun ziehen beyde Kettenzieher ihre Stäbe wiederum aus: B setzet in das Loch, wo sein Kettenstab gestanden, die vorher ausgezogene Meßfahne oder Stange: A aber stecket da wo die Spitze seines Kettenstabes gestanden, ein Zeichenstäbgen ein.

Hier-

Hierauf gehen beyde Kettenzieher mit ausgespannter Kette weiter fort nach G, oder auch nach dem nächsten Absteckstabe zu.

IX) Wenn B nach α hinkömt, wo das Zeichenstäbgen stehet, so ziehet er solches aus, verwahret es wohl und stecket in das Loch bey α die Stachel seines Kettenstabes.

A aber der nach β hinkömt, stecket auf Befehl des B, der längst seines Stabes vorbey visiret, seinen Kettenstab wieder in die abgesteckte Verticalfläche ACEG, spannet die Kette an, und setzet darauf wieder wie vorhin ein Zeichenstäbgen ein, so hat mau von α bis β abermahls eine Kettenlänge.

X) Auf diese Art gehet die Arbeit immer fort; der vorwärts gehende Kettenzieher, setzet allemahl in das Loch, wo sein gehörig eingerichteter Kettenstab gestanden, ein Zeichenstäbgen, und der nachfolgende Kettenzieher samlet sie ein.

XI) Wenn endlich A nach γ hingekommen ist, und daselbst bemerkt, daß das letzte Stück γG nicht mehr völlig eine ganze Kettenlänge betragen möchte, so begiebt er sich mit seinem Kettenstabe dennoch immer weiter vorwärts, über G hinaus, bis B nach γ hinkömt. Hierauf spannet A die Kette gehörig aus, B aber gehet längst der ausgespannten Kette γε fort, und zählet wie viel ganze Ruthen und Schuhe auf das Stück Gγ gehen.

Trift

Trift G nicht gerade auf den Endpunkt eines Schuhes, so schätzet er die noch übrigen Zolle entweder nach dem Augenmaaße, oder bestimmt, solche vermittelst eines angelegten Zollstabes.

XII) Ich will setzen von A bis γ habe B 10 Zeichenstäbgen eingesamlet, und das letzte Stück γG sey = 3° 5′ 7″ gefunden worden; Wäre nun die gebrauchte Meßkette 5 Ruthen lang gewesen; so würde also endlich die ganze ausgemessene Länge AG = 10 . 5° + 3° 5′ 7″ = 53° 5′ 7″ seyn.

Anmerkung.

§. 38. Solchergestalt läst sich in sehr kurzer Zeit eine beträchtliche Länge ausmessen. Nur sind hiebey kürzlich noch folgende Erinnnerungen zu bemerken.

1) Müssen die Kettenstäbe allemal senkrecht in den Boden gestecket werden;

2) Wenn man während der Messung an seichte Orte kommen solte, wie solches unterweilen auf Wiesen zu geschehen pflegt, und man daher im Wasser herumwaden muß, so ist es, um seiner Gesundheit nicht zu schaden, rathsam, sich besondere blecherne Wasserstiefel machen zu lassen. Diesen Vorschlag thut Helfenszrieder (Anleitung z. Geodäsie §. 245). Und diese Errinnerung ist nicht überflüßig. Eine Einrichtung solcher

Stie-

Stiefel läst sich aber leicht erfinden, und ich brauche davon keine Beschreibung mitzutheilen.

3) Oft ereignet es sich, daß niedriges Buschwerk oder Gesträuche die Messung unterbrechen. In solchen Falle müssen sie umgebogen, oder wenn nichts daran gelegen, abgehauen werden.

4) Ueber kleine Gräben und Vertiefungen, die man überschreiten, oder über die man durch einen benachbarten Steg kommen kan, läst sich ohne Mühe die Messung fortsetzen; ist aber der Graben sehr breit, so muß man durch andere Kunstgriffe, die ich aber erst in der Folge erklären kan, vorher die Breite desselben messen, ehe man jenseits des Grabens, die Arbeit weiter fortsetzen kan.

5) Wenn kleine Anhöhen, unterwegs vorkommen solten, so muß man die äuersten Ringe der Meßkette, an ihren Stäben in die Höhe schieben, so daß die Meßkette frey, in gerader Linie über die kleinen Hügel und Anhöhen wegstreiche.

6) Wenn die ebene Fläche von A nach G (Fig. V) abhängig oder nicht horizontal ist, so ist die gemessene Weite AG, eigentlich nicht der Horizontalabstand der beyden Punkte A u. G.

Hätte man diesen bestimmen wollen, so wäre es nothwendig gewesen, bey jedem Kettenzuge die Kette horizontal auszuspannen.

Die-

Dieses geschiehet, wenn der vorwärts gehende Kettenzieher, nachdem er seinen Stab vertical in den Boden gestecket, den Ring an seinem Kettenstabe ergreift, und solchen in die Höhe schiebt, bis die Richtung der ausgespannten Meßkette, mit der verticalen Richtung des Kettenstabes einen rechten Winkel machet.

Der rechte Winkel wird aber nur nach dem Augenmaaße geschätzt.

Völlig genau, und anf eine andere Art, die Meßkette horizontal zu stellen, würde ziemliche Schwürigkeiten haben. Es kömt aber auch so genau nicht darauf an, weil eine kleine Abweichung von der horizontalen Lage keinen merklichen Fehler verursacht.

Wenn man ohngefähr nach dem Augenmaaße, oder sonst auf eine andere Art wüste um wie viel Fuß der Punkt A (Fig. XIV) höher läge als G, so könte man nur gerade hin die schiefe Linie AG messen, und alsdann aus AG, AC, in dem rechtwinklichten Triangel ACG den Horizontalabstand CG berechnen, aus §. 7.

Denn es ist $CG = r\,(AG^2 - AC^2)$

Gesetzt man habe gemessen AG = 300′ und nach dem Augenmaaße geschätzt oder gefunden AC = 20′ so würde $CG = r\,(90000 - 400)$ $= r\ 89600 = 299,33'$ oder 299′ 3″ 3‴, mit-

mithin der Horizontalabstand der beyden Punkte A u. G nur um 6″ 7‴ kleiner seyn, als die wahre Weite AG.

Man siehet also, wenn die Fläche auf der man misset, nur sehr unmerklich wenig gegen die Horizontalfläche geneigt ist, daß man ohne merklichen Irthum, die wahre Weite AG der horizontalen CG gleichsetzen könne.

Man könte auch aus der wahren Weite AG die horizontale CG berechnen, wenn man den Elevationswinkel AGC entweder nach dem Augenmaaße geschätzt, oder unmittelbar gemessen hätte; denn es ist

$$CG = AG \cdot \cos AGC$$

Der Winkel AGC brauchte aber nur ohngefähr in Graden bekannt zu seyn, wenn die Anhöhe nicht sehr steil ist.

Ex. Es sey AGC = 10°; AG = 1000 Fuß so wird aus denen Sinustafeln cos AGC = 0,985, wenn man nämlich, die höhern Decimalstellen wegläst; also AG = 0,985 . 1000 Fuß = 985 Fuß; daher AG — CG = 1000 F. — 985 . F. = 15 Fuß; um so viel wäre folglich, bey einer wahren Weite = 1000 F. und einem Elevationswinkel von 10°, die Horizontalweite kleiner als die wahre.

Ist

Ist aber die Fläche von A nach G sehr abhängig, so läst sich die Horizontalweite auch sehr bequem und richtig durch Hülfe zweener Maaßstäbe von denen immer einer vertical gestellt und der andere horizontal angelegt wird, bestimmen, wie ich alsobald zeigen werde.

Aufgabe.

§. 39. Auf einem Boden, der nicht sehr abhängig, und auf dem keine beträchtliche Ungleichheiten vorkommen, eine gerade Linie mit Maaßstäben auszumessen.

Aufl. I) Gesetzt (Fig. XV) Es sey der Horizontalabstand der beyden Objeckte U und Y zu messen, und von U nach Y sey der Boden nicht sehr abhängig. Auch nehme ich an, daß zwischen U und Y bereits Stäbe in die Verticalfläche UY abgestecket worden sind.

Um nun den erwähnten Horizontalabstand sehr genau zu bestimmen, so bedienet man sich dazu der (§. 34 VI) angegebenen Maaßstäbe mit Stiften, nebst der daselbst beschriebenen Schemmel, auf folgende Art.

II) Gleich zunächst des Anfangspunktes U seße man einen dergleichen Schemmel (§. 34. VI u. Fig. XII) hin. Ferner bey B und C, einen zweiten und dritten, ohngefähr nach dem Augenmaaße in die gerade Linie UY, und etwa in der Weite der Maaßstäbe von einander.

Zu der Messung selbst werden nun wenigstens drey Personen, die A, B, C heisen mögen, erfordert; A und B beschäftigen sich mit Legung der Maaßstäbe; C aber führet eine Setzwaage (§. 34. VII u Fig. XII) mit sich.

III) Nachdem nun die Tischgen ohngefähr nach dem Augenmaaße wagerecht gestellet worden, so nimt A einen von denen §. 34. VII beschriebenen Maaßstäben, und legt ihn auf die beyden Schemmel A und B, so daß der eine Endpunkt r des Maaßstabes nr auf das Tischgen des Schemmels B, das andere Ende n aber über den Anfangspunkt U der auszumessenden Linie zu liegen komme.

IV) Hierauf nimt E eine Setzwaage, stellet solche bey d auf den Maaßstab nr, und läst von denen Gehülfen B u. A die Füsse der beyden Schemmel so lange verrücken, und die Tischgen, auf denen der Maaßstab ruhet, auf und nieder schrauben, bis der herabhängende Faden der Setzwaage genau die auf dem Querleisten bezeichnete Stelle §. 34. VII. bedecket; Alsdann wird der Maaßstab nr horizontal liegen, und die Ebene der beyden Tischgen, so viel als bey diesen Geschäfte nöthig ist, wagerecht seyn.

Nach dieser Vorbereitung bringt nun der Gehülfe A das Ende n des auf denen Tischgen ruhenden Maaßstabes nr völlig genau über den Anfangspunkt U der auszumessenden Linie, und bedie-

dienet sich zu dieser Absicht eines von n herabzuhängenden Lothes.

Wenn dieses geschehen ist, so hält A sein Auge hinter den vordersten Stift m, visiret an beyde Stifte m u. i hinaus nach dem bey Y aufgerichteten Signale, oder nach dem nächsten Absteckstabe zu, und untersuchet solchergestalt, ob die Richtung des Maaßstabes nr sich in der abgesteckten Verticalfläche UY befindet. (I)

Wenn solches nicht ist, so verrücket er den Maaßstab nr so lange rechts und links aber so, daß doch n beständig lothrecht über U bleibt, bis nr genau in gerader Linie nach dem Gegenstande Y hingerichtet ist.

V) So bald nun auf diese Art der Maaßstab nr gehörig liegt, so nimmt der Gehülfe B einen zweiten Maaßstab rs, und legt solchen auf die beyden Schemmel B u. C, so daß der eine Endpunkt s auf den Schemmel C zu ruhen, der andere aber genau an den Endpunkt r des erstern Maaßstabes nr zu liegen kömt.

VI) Während daß sich aber B mit der Legung seines Maaßstabes beschäftiget, muß die Stange nr in unverrückter Lage erhalten werden. Dieses geschiehet, wenn A den Maaßstab nr an die Tischgen auf denen er ruhet, sanft andrücket, und allenfalls bey r, wo sich der Maaßstab nr endiget, auf dem Tischgen mit der Spitze eines Federmes-

sers eine zarte Linie reisset, damit wenn etwa der Endpunkt r etwas aus seiner Lage gekommen seyn solte, die Verrückung sogleich wieder hergestellet werden könne.

Diese Vorsicht ist überhaupt bey der Legung eines jeden nächstfolgenden Maaßstabes zu beobachten.

VII) Damit nun die Richtung der zwoten Stange rs ebenfalls in die Verticalfläche UY, oder in die gerade Linie mit nr zu liegen komme, so viſiret A an denen Stiften m u. i hinaus, und läst von dem Gehülfen B den Maaßstab rs, bey unverrückten Punkte r, so lange rechts und links bewegen bis rs in der verlängerten Richtung des Stabes nr liegt, welches in dem Augenblicke geschiehet, da alle 4 Stiften m, i, l, c einander zu decken scheinen.

VIII) Hierauf setzt C auf rs gleichfalls die Setzwaage und läst von dem Gehülfen B das dritte Tischgen C erhöhen oder erniedrigen, bis rs horizontal liegt. Alsdann viſiret A nochmahls an denen Stiften hinaus, und solte sich die Stange rs, während daß sie B in die horizontale Lage brachte, wieder etwas aus der Verticalfläche UY verrückt haben, so muß sie sogleich wieder gehörigermaaßen eingerichtet werden.

IX) Auf diese Art hätte man also am Ende der bisherigen Operation, in der abgesteckten Verticalfläche UY, von n bis s eine gemessene Horizontallinie von 2 Stangenlängen.

X)

X) Um nun die Messung weiter fortzusetzen, so fängt man auf eine ähnliche Art eine neue Operation an. Sobald nämlich B mit der Legung seines Maaßstabes fertig ist, so nimmt A sein Tischgen von U weg, und bringet solches nach α; B aber erhält seinen Maaßstab in unverrückter Lage und bedienet sich der Vorsicht VI.

XI) Hierauf legt A den von U zugleich mitgenommenen Maaßstab, auf die beyden Tischgen bey C und α. Nämlich dessen einen Endpunkt genau an s, den andern t aber auf das Tischgen bey α, und wenn dis geschehen, so wird die Stange st erstlich in die gerade Linie UY gerichtet, und dann horizontal gestellet, völlig nach eben dem Verfahren, dessen sich vorhin B bediente den Maaßstab rs zu legen.

XII) Solchergestalt gehet die Arbeit beständig fort, indem A und B wechselsweise immer ihre Tischgen näher nach Y hinbringen, uud ihre Maaßstäbe an einander legen, bis sie an den Endpunkt Y der auszumessenden Linie hinkommen.

XIII) Während der ganzen Messung, verstehet sich, müssen die Stangen gezählet werden, um sich hiebey nicht zu irren, so zählet A, Eins, sobald der Maaßstab von A nach B gehörig liegt. Ist hierauf B mit der Legung seines Maaßstabes fertig, so zählet B, Zwey.

Ist nun A wiederum von C bis æ fertig, so zählet er Drey; dann zählet B wiederum Viere u. s. w. So kommen auf diese Art an A immer ungerade Zahlen, an B aber die geraden.

So bald nun z. E. B einmal eine ungerade Zahl zählen solte, so zeigt dieses an daß im zählen ein Fehler vorgefallen ist, und solchergestalt ist also dieses Verfahren, die Stangen zu zählen, eine Prüfung ob richtig gezählet wird. Um übrigens nicht nöthig zu haben die Zahlen im Kopf zu behalten, so können A u. B, die Zahlen die sie jederzeit zählen, auf ein bey sich zu führendes Papier aufschreiben.

Diese Methode wird von verschiedenen Schriftstellern angerühmet.

XIV) Am allerbesten ist es aber, wenn C eine gewisse Menge von Rechenpfennigen bey sich führet, und denen A und B, nach der jedesmahligen Anlegung des Maaßstabes, einen davon zureichet.

Solchergestalt braucht man nur, wenn die ganze Messung zu Ende ist, die Menge der von A und B eingesammleten Rechenpfennige zusammen zu rechnen, so weis man wie viel ganze Stangenlängen, auf die ausgemessene Linie gehen.

Gesetzt bey β endige sich ein angelegter Maaßstab tβ, und das Stück βg, bis ans völlige Ende, betrage keine ganze Stangenlänge, so fälle man

von

von dem horizontalen Maaßstabe Bo, ein Loth auf Y herunter, so bestimmt sich auf Bo, die Länge des letzten Stücks Bg.

Es verstehet sich aber von selbst, daß für die letzte Stange Bo kein Rechenpfennig eingesammlet wird, weil von ihr nur das Stück Bg, bis ans völlige Ende der auszumessenden Länge, genommen wird.

Um nun endlich, die ganze Länge ng zu erfahren, so setze man die Länge der beyden gleich großen Maaßstäbe, deren sich A und B bedienet haben, betrage 5'. Von u bis β habe man 100 Rechenpfennige eingesamlet, und das letzte Stück βg sey = 3 5'' 4''' gefunden worden.

So wird der ganze Horizontalabstand ng = 100 . 5' + 3' 5'' 4''' = 503' 5'' 4'''

XV)] Solchergestalt kan man also mit sehr großer Genauigkeit eine gerade Linie auf dem Felde messen. Allein man siehet leichte daß die Messung mit Stäben bey weiten nicht so geschwind von statten gehe, als die mit der Meßkette; Indessen geben die Maaßstäbe die Messungen weit schärfer, und da man in manchen Fällen eine sehr große Genauigkeit verlangen kan, so habe ich zeigen müssen wie man seine Absicht erreichen könne.

Statt der Schemmel deren ich mich bisher, bey Ausmessung einer Linie mit Maaßstäben bedienet

diene habe, kan man sich noch einer andern, aber etwas weitläuftigern Vorrichtung bedienen, die Hr. P. von Osterwald (Abh. der Churfürstl. Bayrischen Acad. d Wissensch. Erst Band II. Th. p. 62) vorschlägt. Nämlich man läst in die Verticalfläche, in der eine Linie gemessen wird, von 20 zu 20 Schuhen, etwa 4 Schuh hohe viereckigte Pfähle in die Erde schlagen. An diese befestigt man Latten in wagrechten Stande, und misset auf ihnen, als auf einer Brücke, her, dergestalt, daß man jeden nächstfolgenden Maaßstab, genau an das Ende des nächst vorhergehenden anlegt. — Man kan etwa nur zehen solcher Pfähle auf einmal einschlagen, und wenn man auf ihnen hergemessen hat, die hintersten wieder ausziehen, eine neue Brücke machen, und so die Messung so weit man will fortsetzen, ohne daß man der Gefahr ausgesetzt ist, die Meßstangen während der Arbeit zu verrücken. — Bey diesem Verfahren ist nun zu bemerken, daß die Stellen wo die Pfähle zu denen Brücken gestanden, sorgfältig vermittelst kleiner Zeichenstäbgen bezeichnet werden müssen, damit, wenn man zur Prüfung der Arbeit, die Messung noch einmal rückwärts vornehmen will, die Brücken wieder auf eben die Art zu stehen kommen, wie sie bey der ersten Messung standen. — Diese Vorrichtung Hrn von Osterwalds kan allerdings in der practischen Geometrie mit Nutzen gebraucht werden, wenn eine sehr lange Grundlinie mit großer Sorgfalt gemessen werden soll.

In dem zweiten Theile des zweiten Bandes der erwähnten Abhandlungen der Bayerischen Ac. d. W. (p. 365) findet sich noch eine andere Abhandlung von Hrn. v. Osterwald, die einen Bericht über die Messung einer Grundlinie von München bis Dachau enthält, woselbst die erwähnte Methode auf Pfählen herzumessen weitläuftig erzählt, und alle Umstände angeführt sind, auf die man bey genauer Messung einer Linie zu sehen hat. Auch befindet sich daselbst p. 378 eine Tabelle, für die Veränderungen der Länge eines zwölfschuhigten Maaßstabes von Tannenholz, bey verschiedenen Graden der Wärme.

Will man nicht sehr genau verfahren so läst man die Schemmel weg, und spannet bloß in die Verticalfläche UY eine Meßschnur aus. Dann nehmen zweene Gehülfen ein paar Maaßstäbe und legen sie wechselsweise längst der Meßschnur an einander. Die horizontale Richtung der Maaßstäbe wird sich aber alsdann freylich nicht so sehr genau, wegen denen Ungleichheiten des Bodens erhalten lassen.

XVI) Handwerksmäßige Feldmesser verfahren noch weniger genau, sie spannen oft nicht einmal eine Schnur in die abgesteckte Verticalfläche aus. Damit weichen sie alle Augenblicke von der geraden Richtung ab, und begehen aus Nachläßigkeit, noch andere weit beträchtlichere Fehler, wie ich in der Folge zeigen werde.

Anmerkung.

§. 40. Wie genau man vermittelst der Maaßstäbe gerade Linien ausmessen könne, zeigen die Abmessungen, die die Pariser Academisten, wegen Bestimmung der Figur und Größe unserer Erdkugel angestellet haben.

So wurde in Lappland zwischen Torneo und Kitti eine Grundlinie von 7406 Toisen und 5 Schuhen zu verschiedenen mahlen gemessen, und man fand nur einen Unterschied von 4 Zollen in denen wiederhohlten Messungen; dieses ist bey einer so großen Linie eine Genauheit, die man kaum erwarten solte.

Die Arbeit gieng freylich langsam von statten denn man brauchte dazu eine Zeit von 7 Tagen.

Meistens ist in der Geodäsie keine so gar große Schärfe nöthig, und aus dieser Ursache bedienet man sich mit Vortheil der Meßkette.

Daß aber der Gebrauch der Kette, auf einem ebenen Boden, zureichend genau ist, davon hat sich Marinoni (de reignogr. p. 245) durch folgenden Versuch, den jeder leicht nachmachen kan, überzeugt.

Er maaß nämlich auf einem horizontalen Boden, vermittelst zweener Maaßstäbe, von 6 Wiener Fussen, eine gerade Linie von 110 Stangen-

län-

längen, oder 660 Wiener Fussen zu wiederhohlten mahlen.

Nun maaß er die nämliche Länge mit einer vorher wohl geprüften Kette, und gebrauchte dabey alle nöthigen Vorsichten. Die Meßkette hielt genau 60 Wiener Fuß.

Wie die Messung zu Ende war, so erreichte der 11te Kettenzug, völlig genau den Endpunkt der abgesteckten und vorher mit Maaßstäben ausgemessenen Länge.

Mithin zeigte sich also daß eben diese Linie vermittelst der Meßkette gemessen 11 . 60′ . oder 660′ lang war, zum Beweise, wie genau beyde Messungen mit Stäben und mit der Kettte, übereinstimmeten.

Die Zeiten aber in denen die Messungen vollendet wurden, waren sehr von einander unterschieden. Beym Gebrauch der Maaßstäbe wurde immer $\frac{1}{4}$ Stunde Zeit erfordert. Mit der Kette wurde aber eben die Länge innerhalb 5 Minuten gemessen.

Marinoni macht also hieraus den Schluß, daß es in der Geodäsie, bey Messungen auf ebenen Boden, in allem Betrachte vortheilhaft sey sich der Meßkette zu bedienen.

Auf-

Aufgabe.

§. 41. Auf einer sehr abhängigen Fläche, den Horizontalabstand zweener gegebenen Punkte zu finden.

Auflösung I) Gesetzt (Fig. XVI) A und G seyen auf dem Felde ein paar Punkee, zwischen denen sich ein sehr hoher und stark abhängender Hügel befände: Man soll den Horizontalabstand der beyden Punkte A und G finden.

Das will sagen, wenn man sich durch A eine Verticallinie Aα gedenket, und durch G eine Horizontallinie Gα ziehet, welche gedachte Verticallinie in α dnrchschneidet, so soll man die Länge Gα finden.

II) Um also dieses zu leisten, so stecke man zwischen A und G über den Hügel eine Verticalfläche ab, vermittelst der bey M, N, R, hinzusetzenden Absteckstäbe (§. 32. IV)

III) Nun sey erstlich (Fig. XI) die schiefe Linie μmc ein Stück von derabhängigen Richtung eines Hügels. Man setze in c die Spitze des Maaßstabes abc (§. 34. IV) und bringe solchen vermittelst des an dem Stift t herabhängenden Lothes in eine verticale Lage.

Darauf nehme man einen zweiten Maaßstab mn. Setze dessen einen Endpunkt m an die Anhöhe,

und

und schiebe mn an ab so lange auf und nieder, bis eine auf mn gestellte Setzwaage, die horizontale Lage des Maaßstabes mn anzeigt.

Auf dem Maaßstabe abc ist nun nach der Mitte herunter eine gerade Linie ab gezogen, auf der sich Abtheilungen von b gegen a, in Fusse, Zolle und Linien befinden; auch liegt die gerade Linie ab in der Verlängerung des Stiftes bc, welcher in dem Boden stecket.

Ferner sind auch auf dem horizontalen Maaßstabe, von m gegen n, Abtheilungen in Fuße u. s. w. verzeichnet.

Man untersuche also, wie viel Fuße, Zolle und Linien, die verticale Linie ab, auf dem horizontalen Maaßstabe, von m bis l abschneidet, so hat ml, oder den Horizontalabstand, der beyden Punkte m und b.

Und wenn man cy horizontal my vertical ziehet, so ist ml = by.

IV) So wie also hier in dieser XI Fig. des schiefen Stücks mc Horizontalweite ml gefunden worden, so wird in Fig. XVI über den ganzen Hügel A w RNMG, die Arbeit fortgesetzet, und die ganze Horizontalweite Gα stückweise gesucht.

Nämlich gleich bey G (Fig. XVI) wird der Maaßstab Ga vertical eingesetzt, der horizontale mn aber, so angelegt, daß er sich in der abgesteck-

steckten Verticalfläche befindet; dieses kan man leicht bewerkstelligen wenn man hinter Ga das Auge hält, und an dem Maaßstabe m u hinaus, nach der nächsten Absteckstange M visiret.

Nimmt man darauf, wie in Fig. XI gewiesen, von m nach l, die Anzahl von Fussen, Zollen und Linien, so hat man erstlich die Horizontalweite ml des schiefen Stücks mG.

Nun gehe man weiter: Nachdem vorher genau der Punkt m auf dem Boden bemerkt worden, wo der Endpunkt des horizontalen Maaßstabes hinreichte, so nehme man den verticalen Stab von G weg, und setze ihn in m ein; dann lege man wieder wie vorhin den horizontalen an; und bestimme auf ihm die Horizontalweite ki, des schiefen Stücks km.

Auf diese Art setzet man, wie die punktirten Linien ausweisen, die Messung über den ganzen Hügel fort, und bemerkt jedesmal in dem Diario, die gefundene Horizontalweite.

V) Endlich die Summe aller gemessenen horizontalen Stückgen ml + ki + xo + Nr + Nv + ts + wy, giebt wie sich leicht übersehen läst, die ganze Horizontalweite Gæ.

Und so ist also die vorgelegte Aufgabe aufgelöset.

Zusatz

§. 42. Wolte man die wahre Weite von A nach G bestimmen, so müste man außer der horizontalen Weite Gα, auch noch die Erhöhung des Punkts A über G, oder die Linie Aα wissen.

Diese bestimmet sich so:

Da Fig. XI. auch von dem horizontalen Maaßstabe nn die Abtheilungen auf dem verticalen ba abgeschnitten werden, so ergiebt sich zu gleicher Zeit dadurch die Linie bl, oder die Erhöhung des Punktes m über c.

Solchergestalt erhält man in Fig. XVI bey jeder Station, sowohl die Erhöhungen Gl, mi, ko, xr auf der einen Seite des Hügels, als auch die Erhöhungen vs, tw, Ay; auf der andern Seite desselben.

Man ziehe von dem höchsten Punkte N eine Verticallinie Nz auf Gα; und durch A die Linie AX horizontal.

So erhellet folgendes: die Summe der Erhöhungen Gl + mi + ko + xr auf der einen Seite des Hügels giebt die Erhöhung des Punktes N über G, oder die Linie Nz:

Die Summe vs + tw + Ay giebt aber die Erhöhung des Punktes N über A, oder die Linie NX.

Ziehet man nun von NZ die Linie NX ab, so erhält man XZ oder Aα; folglich die gesuchte Höhe, des Punkts A über G.

Solchergestalt ist endlich, nachdem Aα gefunden worden; die wahre Weite AG = $r(G\alpha^2 + A\alpha^2)$.

Zusatz.

§. 43. Die krumme Linie A w RMNG ist die Durchschnittsfigur einer Verticalfläche, mit der krummen Fläche des Hügels.

Stellet man sich nun, von jedem Punkte der krummen Linie, ein Loth auf die Horizontalfläche herabgefället vor, oder reducirt man die krumme Linie auf den Horizont (§. 4) so erhält man die gerade Linie Gα, welche also die Projection der krummen Linie auf die Horizontalfläche ist.

So erhellet also, wie die nach der Aufgabe §. 41 gemessene Horizontalweite Gα, zu gleicher Zeit, auch die Projection der krummen Linie A w RNMG vorstellet.

Anmerkung.

§. 44. Einige bedienen sich bey Messungen über Anhöhen, nicht der Maaßstäbe sondern bloß der Meßkette und verfahren dabey auf folgende Art.

Statt

Statt Anlegung eines horizontalen Maaßstabes mn (Fig. XVI) befestigen sie in m den einen Endpunkt der Kette, spannen hierauf ein Stück von ihr horizontal aus, bis an den verticalen Stab Ga, und bestimmen so auf der Kette die Horizontalweite ml.

Allein mich däucht, daß es weit bequemer und richtiger ist, sich bey dieser Aufgabe bloß der Maaßstäbe zu bedienen.

Man kan auch wie in der Folge erhellen wird, die Horizontalweite Gœ noch auf andere Arten bestimmen. Dieses setzt aber die Kenntniß des Winkelmessens zum voraus.

Will man bloß die Erhöhung des Punktes A über G, und zwar wie zu einigen Absichten erfordert wird, mit sehr großer Schärfe bestimmen, so gehöret dieses ins Kapitel vom Nivelliren, davon in der Folge ebenfalls der gehörige Unterricht ertheilet werden soll.

Von den Fehlern, die man in der Messung einer geraden Linie begehen kan.

§. 45. Die Fehler, denen man bey diesem Geschäfte ausgesetzt ist, hängen theils von der Unvollkommenheit der Werkzeuge ab, theils aber auch von der Nachläßigkeit des Geometers, und von der Unmöglichkeit, eine völlig mathematische Genauig-

keit zu erhalten. Man muß aber solche zu beurtheilen wissen, und dieses soll in folgenden geschehen.

Fehler aus der Unvollkommenheit der Werkzeuge.

1) Diese hängen von der Größe und Eintheilung der Meßketten und Maaßstäbe ab.

Es verstehet sich von selbst, daß eine Kette nicht allein die angebliche Größe würklich besitze, sondern auch auf ihr die Abtheilungen in Ruthen und Fuße, die gehörige Genauigkeit habe. Wenn eine Kette gerade 5 reinländische Ruthen lang seyn solte, in der That aber etwas länger oder kürzer wäre, so würde offenbar bey jeden Kettenzuge ein Fehler begangen. Man muß daher die angebliche Länge der Kette, das will sagen, die Entfernung ihrer beyden Endpunkte vorher wohl prüfen ehe man Messungen anstellet.

Die Art wie diese Prüfung angestellet werden könte wäre etwa folgende.

Man verzeichne auf einem Maaßstabe, mit aller möglichen Sorgfalt die Länge einer solchen Ruthe, dergleichen die Kette z. E. 5 enthalten soll: und bestimme mit diesem Maaßstabe auf einem ebenen Boden, so genau als möglich eine Länge von 5 Ruthen. Dann bringe man die Meßkette, an diese abgesteckte Länge, und untersuche ob nach gehöriger Ausspannung derselben, ihre beyden

End-

Endpunkte völlig genau die 5 Ruthen zwischen sich enthalten. Den Versuch kan man einigemahle wiederhohlen und sich so von der eigentlichen Größe der Meßkette versichern. Fände man z E. die Kettenlänge um 2 Zoll länger als 5 Ruthen, so müste man in der Folge für jeden Kettenzug nur 5 Ruthen weniger 2 Zoll oder 4° 9′ 8″ rechnen.

Diese Prüfung der Kette ist besonders in dem Falle nothwendig, wenn sie schon lange gebraucht worden. Denn es lehret die Erfahrung daß die Glieder oder Gelenke sich mit der Zeit in ihren Ringen abnutzen und ausschleifen, und dadurch die Kette verlängern.

Ferner biegen sich auch beym Gebrauche die Glieder krumm, und dieser Umstand verkürzt die Kette; daher muß man beständig darauf sehen, daß die Gelenke gehörig die gerade Richtung haben.

II) Einige schlagen vor man solle eine sehr lange Linie z. E. von 100°, erst mit Maaßstäben, und dann mit der Kette messen, beyde Messungen mit einander vergleichen, und aus dem gefundenen Unterschiede die wahre Länge der Kette bestimmen. Die Ursache warum man zur Prüfung der Kette eine sehr lange Linie vorschlägt ist diese: Weil, wenn in der Kettenlänge ein Fehler ist, sich dieser bey oft wiederhohlten Kettenzügen häuft, und daher bey einer sehr langen Linie sichtbarer wird als bey einer kürzern.

Hiebey wird aber offenbar zum vorausgesetzt, daß die sehr lange Linie auch sehr genau gemessen werden müsse, wenn der am Ende gefundene Unterschied, den Fehler in der Länge der Kette bestimmen soll. Denn sonst würde der erwähnte Unterschied nicht bloß daher rühren, weil die Kette etwas zu lang oder zu kurz ist, sondern solcher würde mit denen Fehlern vermischt seyn, die man aus Unvorsichtigkeit begangen hätte. Z. E. wenn man während der Messung die Kette nicht immer gleich stark angezogen, wenn man die Kettenstäbe nicht immer gehörig eingesetzt hätte u. s. w.

Wäre also unter solchen Umständen aufs genaueste eine Linie von 1000 Fußen mit Maaßstäben gemessen worden, und man fände solche vermittelst der Kette, nur 998 Fuß lang, so würde der Unterschied von 2 Fußen vielleicht nicht ganz daher rühren, weil die Kette etwas zu lang ist, sondern weil man bey der Messung selbst gar leicht Fehler aus Unvorsichtigkeit begangen haben könte deren Summe sich am Ende auf die 2 Fuß beliefe.

Ich rathe also um recht sicher zu seyn lieber die Länge von 1000 Fußen zu wiederhohltenmahlen zu messen. Findet man alsdann immer einen Unterschied von 2 Fussen, dann kan man versichert seyn, daß der Fehler in der eigentlichen Kettenlänge enthalten ist. Auch kan man aus denen gefun-

gefundenen Unterschieden ein arithmetisches Mittel nehmen, um der Wahrheit näher zu kommen.

Um nun aus einem solchergestalt gefundenen Unterschiede von 2 Fussen, die wahre Kettenlänge zu berechnen, so setze man, die Kette halte 50 Kettenfusse und schließe nach der Regel Detri 998 Kettenf. geben 1000 wahre Fusse (dergleichen nämlich auf denen Maaßstäben verzeichnet waren) was geben 50 Kettenfusse? Antw. 50,1 wahre Fusse; das will sagen, die 50 Kettenfusse betragen 0, 1 Fuß oder 1 Zoll mehr, als 50 wahre Fusse, und die Kettenlänge ist also um 1'' zu groß. Eine Linie die man folglich mit dieser Kette mäße, würde man immer kleiner angeben als sie in der That ist, und man muß daher die gehörige Verbesserung anbringen. Z. E. hätte man mit dieser Kette eine Linie von 625° oder 6250 Kettenfussen gemessen, so würden diese nach obiger Regel de Tri 6262, 5 wahre Fuß betragen.

III. Um nun auch die Eintheilung der Kette zu untersuchen, oder zu finden ob ihre einzeln Glieder durchaus von gleicher Länge sind, so spanne man auf einem ebenen Boden die Kette sehr stark an, lasse sie in dieser Lage liegen, nehme nun einen Maaßstab, worauf man z. E. 5 Kettenfusse verzeichnet hat, und untersuche ob auf der Kette jede Entfernung von 5 Kettenfussen, die auf dem Maaßstabe verzeichnete Länge beträgt: durch dieses Verfahren wird man gar bald entdecken wo

Ungleichheiten befinden.

Fehler aus Unvorsichtigkeit.

§. 46. Diese sind beym Gebrauche der Meßkette hauptsächlich folgende.

I) Wenn man nicht in jedem Falle die Glieder der Meßkette gehörig auseinander macht, und wenn sich einige krumm gebogen, sie wieder in eine gerade Richtung bringt.

II) Wenn man in Einsetzung der Kettenstangen nachläßig ist, d. h. wenn man nicht jederzeit die Stachel genau in das Loch setzet, wo ein Zeichenstäbgen gestanden. Aus dieser Quelle entspringen die meisten und beträchtlichsten Fehler. Besonders hat man alle nöthige Vorsicht zu beobachten, wenn man über weiches Erdreich wegmisset. Da kan es gar leicht geschehen, daß wenn der vordere Kettenzieher die Kette schlenkert und anziehet, der Kettenstab des nachfolgenden, in dem weichen Erdreiche nachgiebt, sehr große Löcher bohrt, und sich so aus seiner wahren Stelle verrücket; daher muß man in solchen Falle sehr behutsam verfahren.

III) Wenn die Kette nicht gehörig angespannt wird.

IV)

IV) Wenn man bey jeden Kettenzuge von der geraden Linie oder Verticalfläche abweichet.

V) Wenn man bey der gewöhnlichen Einrichtung, da sich die Stachel an der Seitenfläche des Kettenstabes befindet (§. 34 I) nicht bey jedem Kettenzuge untersuchet, ob sich die Endpunkte der äussersten Ringe noch gehörig über der Stachel der Kettenstäbe befinden.

Betrachtung über die Beträchtlichkeit des Fehlers dessen in IV erwähnet worden.

§. 47. Ich will annehmen es sey auf dem Felde (Fig. XVII) die gerade Linie ah ausgemessen worden, man sey aber während der Messung nicht immer auf der geraden Linie ah geblieben, sondern sey z. E. bey dem ersten Kettenzuge ac um das Perpendikel bc, bey dem zweyten Kettenzuge um de, bey dem dritten df um gf u. s w. von der geraden Richtung ah abgewichen. Auch sey fh der letzte Kettenzug. So würde man also für die ausgemessene Länge ah hier z. E. 4 Kettenzüge ac + cd + df + fh oder $4 \cdot 5^{\circ} = 20^{\circ}$ rechnen.

Es ist aber, weil man immer von der geraden Richtung abgewichen, in der That ah um etwas kleiner als ac + cd + df + fh, und man giebt also die ausgemessene Linie ah zu groß an, wenn man sie $= 20^{\circ}$ setzet.

Um nun zu finden, ob der hieraus zu befürchtende Fehler beträchtlich seyn kan, so will ich annehmen: Es seyen die bey jedem Kettenzuge begangene Abweichungen von der geraden Richtung, oder die Perpendikel bc, de, gf gegeben.

Weil nun gewiß, wenn man auch nur mittelmäßig misset, die Abweichungen von der geraden Richtung, nicht sehr beträchtlich seyn können, so werden die Perpendickel bc, de, ef, in Absicht der ganzen Kettenlänge sehr klein seyn.

Es sey die Kettenlänge $= r = ac = cd = df = fh$
So ist in dem rechtwinklichten Dreyeck abc

$$ab = r\,(ac^2 - bc^2) = r\,(r^2 - bc^2)$$

$$= r\,r\left(\frac{1 - bc^2}{r^2}\right);$$ weil nun bc in Absicht r sehr klein ist, folglich auch $\frac{bc}{r}$ ein sehr kleiner Bruch ist, so kan man ohne merklichen Fehler setzen

$$\sqrt{\left(\frac{1 - bc^2}{r^2}\right)} = 1 - \frac{bc^2}{2r^2}$$ (Tr. S. IX) u. mithin

$$ab = r - \frac{bc^2}{2r}.$$

Nun verlängere man ferner de, und ziehe cγ parallel mit be, so ist in dem rechtwinklichten Triangel cdγ.

$cy = be = \sqrt{(cd^2 - dy^2)} = \sqrt{(r^2 - (de+bc)^2)} =$

$$r\sqrt{\left(1 - \frac{(de+bc)^2}{r^2}\right)} = r - \frac{(de+bc)^2}{2r},$$

weil eben so wie vorhin der Bruch $\frac{de+bc}{r}$ sehr klein ist.

Völlig eben so wird $eg = r - \frac{(de+gf)^2}{2r}$ und

$gh = r - \frac{gf^2}{2r}$ folglich

$$ah = ab + be + eg + gh = 4r - \frac{bc^2 + (bc+de)^2 + (de+gf)^2 + gf^2}{2r}$$

oder wenn man der Kürze halber die Summe der Quadrate $bc^2 + (bc+de)^2 + (de+gf)^2 + gf^2 = C$ setzet, so wird

$$ah = 4r - \frac{C}{2r}$$

das will sagen, die Linie ah ist hier um die Größe $\frac{C}{2r}$

kleiner als 4 Kettenlängen, oder $\frac{C}{2r}$ ist der Fehler den man begehet, wenn man bey der Messung nicht beständig auf der geraden Richtung bleibt.

Ich habe in der Figur angenommen, daß jede zwo nächst aufeinander folgende Abweichungen, wie bc, de auf verschiedenen Seiten der Linie ah liegen. Lägen bc, de auf einerley Seite, so wird ein kleines Nachdenken zeigen, daß man alsdann in den Werthe von C nur $(bc - de)^2$ statt $(bc + de)^2$ setzen müsse.

Man setze die Abweichuugen die man bey jedem Kettenzuge begehet, seyen alle gleich groß, oder es sey $bc = de = gf = \varepsilon$ so wird

$$C = \varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 + \varepsilon^2 = 10\varepsilon^2$$

folglich $ah = 4r - \frac{10\varepsilon^2}{2r} = 4r - \frac{5\varepsilon^2}{r}$.

Hätte man überhaupt von a bis h, n Kettenlängen gezählet, so würde, wie leicht erhellet, alsdann

$$C = \varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 \ldots\ldots + \varepsilon^2$$
$$= \varepsilon^2 + 4(n-2)\varepsilon^2 + \varepsilon^2 = (4n-6)\varepsilon^2.$$

Und daher in diesem Falle

$$ah = n.r - \frac{(4n-6)\varepsilon^2}{2r} = n.r - \frac{(2n-3)\varepsilon^2}{r}$$

Um ein Exempel zu geben, so will ich annehmen $r = 5^\circ = 500''$, und setzen, bey jeden Kettenzuge weiche man um $5''$ von der geraden Richtung ab. Dies ist eine Abweichung, die wenn auch nur mittelmäßig gemessen wird, nicht leicht statt

fin-

finden kan. Ferner sey n = 20, so wird der Werth von

$$ah = 20.5^{\circ} - \frac{(2.20 - 3)}{500}.25.$$

In diesem Falle ist also der Fehler, um den man ah zu groß angäbe, wenn man sie 20 Kettenlängen gleich setzte, oder die Größe

$$\frac{C}{2r} = \frac{(2.20 - 3)}{500}.25 \text{ Zolle} = 1,85 \text{ Zoll.}$$

D. h. man begienge in der ganzen Länge nur einen Fehler von 1, 85 Zollen, wenn man gleich bey jeden Kettenzuge um 5 Zoll von der geraden Richtung abwiche, und dieses ist ein Fehler der in Absicht der ganzen Länge von 20 Kettenzügen sehr unbeträchtlich ist.

Noch einige Folgerungen aus dem bisherigen.

§. 48. I) Aus der Formel $\frac{C}{2r} = \frac{(2n - 3).\varepsilon^2}{r}$ erhellet, daß der Fehler den man in Messung einer Linie wegen den Abweichungen von der geraden Richtung begehen kan, sich bey einerley r u. n, d. h. bey gleich großen und gleichvielen Kettenzügen, verhalten würde wie ε^2, oder wie das Quadrat der Abweichung von der geraden Linie;

II)

II) Der Bruch $\frac{C}{2r} = \frac{bc^2+(bc+de)^2 \ldots}{2r}$

§. 47 wächst wenn C größer wird und r abnimt, das will sagen: der Fehler den man in einer ausgemessenen Länge wegen den Abweichungen von der geraden Richtung zu befürchten hat ist desto beträchtlicher, je mehr und öfterer man von der geraden Richtung abgewichen, und je kürzer die Meßkette ist.

Daß man überhaupt beym Gebrauche langer Ketten bey weiten nicht so große Fehler sowohl wegen den Abweichungen von der geraden Richtung, als aus anderen Ursachen zu befürchten habe, erhellet noch mehr aus folgenden Betrachtungen.

Je länger eine Meßkette ist, desto weiter kommen alsdann die Kettenstäbe von einander wegzustehen, d. sto geringer sind also die Fehler die beym Visiren wegen der Dicke der Kettenstäbe etwa begangen werden können, und folglich desto weniger ist man der Gefahr unterworfen von der geraden Richtung abzuweichen. Ferner bey einer längern Kette braucht man auch selbst die Kettenstäbe nicht so oft einzusetzen als bey einer kürzern. Aus dieser Ursache können also auch die Fehler §. 46 II nicht so oft vorfallen. Endlich überhaupt je kleiner die Ketten sind desto öfterer multipliciren sich die Fehler die man bey jeden einzeln Kettenzuge begehen kan.

III)

III) Es würde also vortheilhaft seyn, sich in der Ausübung so langer Ketten zu bedienen, als es die Bequemlichkeit und die Umstände erlauben. Freylich würden besonders in bergigten Gegenden lange Ketten oft einige Beschwerlichkeiten haben, sowohl beym Forttragen, als in gehöriger Ausspannung derselben.

IV) Da aus dem bisherigen erhellet, daß geringe Abweichungen von der geraden Richtung keine beträchtlichen Folgen nach sich ziehen, so siehet man daß die Ursache §. 46 IV am wenigsten dazu beyträgt eine Messung unsicher zu machen. Hingegegen sind aber die Vorsichten §. 46 I. II. III. V. von desto größerer Wichtigkeit.

V) Wenn man annehmen will, daß in den meisten Fällen bey jedem Kettenzuge die Fehler §. 46 begangen werden, so erhellet daß bey n Kettenzügen ein n mahl so großer Fehler begangen werden kan als bey jedem einzeln. Wenn also der gröste Fehler bey jedem einzeln Kettenzuge, der nemlich aus obigen Ursachen §. 46 zusammen genomm.en entspringen kan, = e gesetzt wird, so ist bey einer ausgemessenen Länge von n Kettenzügen der zu befürchtende Fehler = n . e und dieser verhält sich also wie n, oder wie die ausgemessene Linie, wenn man annimt daß bey jedem Kettenzuge gleich große Fehler begangen werden. Dieser Satz daß der Fehler einer ausgemessenen Linie der Linie selbst proportional sey findet sich beym Marinoni de Re ichnographica, und ist desto wahrscheinlicher je mehr

die

die Fehler bey den einzeln Kettenzügen einander gleich und ähnlich sind.

VI) Endlich erhellet auch aus der Art, wie die Fehler §. 46 begangen werden, daß man überhaupt die ausgemessenen Linien gemeiniglich zu groß angiebt.

Die gewöhnlichen Fehler welche bey Messung mit Maaßstäben begangen werden.

§. 49. Diese sind:

I) Wenn man in die Linie längst der man hermisset, keine Schnur ausspannt sondern den Maaßstab nur nach dem Augenmaaße in die gerade Richtung legt.

Dieser Fehler wird von den Feldmessern sehr häufig begangen, und kan bey sehr langen Linien grosse Unrichtigkeiten verursachen, weil man bey der Legung des Maaßstabes nach dem bloßen Augenmaaße, alle Augenblicke der Gefahr unterworfen ist von der geraden Richtung abzuweichen, und dieses beym Gebrauche der Maaßstäbe weit beträchtlichere Folgen nach sich ziehen kan als bey der Kette, weil die Abweichungen öfterer begangen werden;

In der Formel $\frac{C}{2r}$ §. 47 bedeute itzo r die Länge des Maaßstabes; da diese gewöhnlich nur 5 bis

5 bis 6 Fuß beträgt, so ist der Nenner des Bruches $\frac{C}{2r}$ beym Gebrauche des Maaßstabes weit kleiner, als bey der Meßkette wo r gewöhnlich = 50′ ist. Daher wird aus dieser Ursache der Bruch $\frac{C}{2r}$, oder der Fehler wegen den Abweichungen von der geraden Richtung, weit größer beym Maaßstabe, als bey der Kette.

II) Ein zweyter Fehler, der gewöhnlich vorzufallen pflegt wenn man nur mit einer Stange misset, ist, wenn man die Umschläge nicht in Betrachtung ziehet, die die Stange bey jeder Umwendung auf der Erde mit ihrer Dicke macht. Das will sagen, wenn die Stange die Dicke eines Zolles hätte, und man mit beständiger Umwendung des Stabes, an einer Linie hermäße, so würde man jedesmahl 1 Zoll überschlagen, und dies betrüge also bey 10 Stangenlängen schon einem Fuß.

III) Auch erhellet leichte daß man auf diese Art die ausgemessene Linie allezeit zu kurz angeben würde.

IV) Ein dritter Fehler, der von nachläßigen Feldmessern am häufigsten begangen wird, ist wenn man sich nicht die Mühe giebt, den Maaßstab ganz auf die Erde niederzulegen, sondern, um sich das öftere Bücken zu ersparen, das hinterste Ende des Stabes erhebt, ehe noch das vor-

der-

derſte den Boden erreicht hat. Die XVIII Fig. ſtellet ſolches vor Augen.

Aa iſt der Stab der in c gehalten wird.

Wenn nun der Punkt A unverrückt bleibt, bis man Aa auf den Boden niedergelegt hat, und alſo der Punkt a bey α den Boden erreicht, ſo iſt $A\alpha = Aa =$ der wahren Stangenlänge. Giebt man ſich aber nicht die Mühe den Stab ganz niederzulegen, ſondern erhebt das Stangenende A, und läſt die Stange um c wo man ſie hält drehen, bis ſie bey β den Boden erreicht, ſo würde man einen großen Fehler begehen, wenn man $A\beta$ für die Länge der Stange annehmen, und alſo $A\beta = A\alpha = Aa$ ſetzen wolte. Es wäre nämlich der Fehler $= \alpha\beta = A\alpha - A\beta = Aa - A\beta$.

Geſetzt man hielte die Stange ihrer Mitte ſo daß $Ac = ca = c\beta = \frac{1}{2} Aa$ wäre, und das Perpendickel cd ſey die Höhe in der man über den Boden die Stange zu drehen anfinge, ſo würde in dem gleichſchenklichten Dreyecke $Ac\beta$

$$A\beta = 2d\beta = 2\sqrt{(c\beta^2 - cd^2)} = 2\sqrt{(\tfrac{1}{4}Aa^2 - cd^2)}$$

folglich der Fehler $\alpha\beta = Aa - A\beta = Aa - 2\sqrt{(\frac{1}{4}Aa^2 - cd^2)}$.

Ex. Geſetzt die Stangenlänge Aa ſey $= 6'$ und wie man gewöhnlich ſetzen kan $cd = 1\frac{1}{2}' = \frac{3}{2}'$ ſo wird $\alpha\beta = 6' - 2r(9 - \frac{9}{4}) = 6 - r27 = 6 - 3r3 = 0,84' = 8''4'''$. Dieſen Fehler

würde

würde man also bey jeder Stangenlänge begehen; und daher offenbar ziemlich beträchtlich irren, wenn man für Aß eine Stangenlänge rechnen wolte.

Anmerkung.

§. 50. Die bisherigen Betrachtungen werden also überhaupt dienen, in einem gegebenen Falle, die Genauigkeit einer Messung zu beurtheilen, und sowohl die zufälligen als vorsetzlichen Fehler zu schätzen.

Noch einen Umstand will ich hie kürzlich erwähnen.

Man weiß aus der Erfahrung daß Wärme und Kälte auf die Werkzeuge, womit man misset einigen Einfluß haben, daß zum Exempel Wärme besonders metallene Maaßstäbe verlängert, die Kälte sie aber verkürzt.

Eben so lehret die Erfahrung, daß besonders hölzerne Meßstangen, von der Feuchtigkeit und Nässe des Erdbodens einigen Veränderungen in ihrer Länge ausgesetzt sind.

Hr. von Maupertuis (Oeuvres de Mr. de Maupertuis Tom. III. p. 144 (1756) hält es für wahrscheinlich, daß hölzerne Stangen in der Kälte ehe länger als kürzer würden, weil die Feuchtigkeiten die in den Zwischenräumen des Holzes enthalten

sind, gefrören, das Eis aber mehr Raum als das flüßige Wesen aus dem es entstanden ist, einnimt.

Es müssen freylich um völlig von dieser Muthmaßung überzeugt zu seyn, noch Versuche zu dieser Absicht angestellet werden.

Bey Messungen von sehr großer Wichtigkeit, muß man allerdings die Fehler einigermaßen kennen, die aus der Veränderung der Witterung sich befürchten ließen. So haben Bouguer und andere bey Bestimmung der Figur der Erde, allerdings auch diesen Umstand nicht außer Acht gelassen, wie man aus ihren Werken ersehen kan.

So hat Condamine gefunden, daß ein eiserner Maaßstab von 6 pariser Fussen, sich ohngefähr um $\frac{1}{87}$ einer Linie verlängert, wenn die Wärme, nach dem Reaumurschen Thermometer um 1 Grad steigt.

Man sehe auch Lowizens Gedanken von Ausdehnung der Metalle bey Maaßstäben, im Staatsgeographus. II. Beylage.

Berthoud (Essai sur l'Horlogorie 1763. T. II. p. 113) giebt noch Versuche für Stangen von anderen Metallen an.

Werkzeuge solche Versuche anzustellen finden sich beym Musschenbroeck, Tentam. Exp. Nat.

Acad.

Acad. del Cimento P. II. p. 12. und in dessen introduct. in Phil. Nat. §. 1527.

Indessen in der gemeinen Geodäsie würde es eine sehr gesuchte und überflüßige Genauigkeit seyn, wenn man so geringe Veränderungen wegen der Wärme und Kälte in Betrachtung ziehen wolte, überdem da während einer Messung selbst Fehler begangen werden können, die beträchtlicher sind, als alle Veränderungen die Wärme, Kälte und Feuchtigkeit hervorbringen können.

Wenn man nur Meßstangen von guten trokenen Holze gebraucht, so lehret die Erfahrung, daß sie auch bey beträchtlichen Abwechselungen der Wärme und Kälte, keiner merklichen Ausdehnung oder Verkürzung unterworfen sind.

Einige Methoden Entfernungen nur beynahe und ohngefähr zu bestimmen.

§. 51. 1) Zu dieser Absicht kan man sich des Schalles bedienen. Solcher legt in einer Zeitsecunde bekantermaaßen ohngefähr 1140 pariser Fuß zurück, welches also 20 Sec. auf eine deutsche Meile bringt. Man kan also das Echo, den Schall bey Lösung eines Geschützes u. d. g. auf folgende Art gebrauchen.

Da man das Feuer eines in der Ferne losgeschossenen Geschützes in dem Augenblicke siehet, da es gelöset worden, so zählet man nur die Se-

cunden, die verflieſſen bis man den Knall höret, und rechnet für jede Secunde 1440 Fuß, ſo hat man die Weite von dem Geſchütze innerhalb 1440 Fuſſen. Denn hat man kein Mittel kleinere Zeittheile als Secunden anzugeben, ſo wird man auch vermittelſt des Schalles ſchwerlich eine größere Genauigkeit verlangen können.

Wenn man eine gute Taſchenuhr bey der Hand hat, ſo kan man auch dieſe gebrauchen, die verfloſſene Zeit, von den Augenblicke an, da mandas Feuer ſiehet, bis zu demjenigen da man den Knall höret, zu beſtimmen. Nämlich man zählet die Schläge der Taſchenuhr, und da ohngefähr 150 Schläge eine Minute oder 60 Secunden ausmachen, ſo läſt ſich in dieſer Verhältniß jede gefundene Menge von Uhrſchlägen in Secunden ausdrücken.

Auf dem hieſigen Königl. Obſervatorio befindet ſich eine Tertienuhr, die man bequem in der Taſche mit ſich führen kan, und die von dem hieſigen geſchickten Uhrmacher Hrn. Klindworth verfertiget iſt. Sie wird durch eine Feder getrieben, und die Vorrichtung iſt ſo gemacht, daß man den Augenblick da man z. E. das Feuer ſiehet, die Uhr in Bewegung ſetzen, ſie fortgehen laſſen kan, und ſie indem Augenblicke da man den Schall höret wieder zum Stillſtehen bringen, und vermittelſt des Zeigers auf dem Ziferblatte, die verfloſſenen

Minu-

Minuten, Secunden und Terzien zählen kan. Vermittelst einer solchen Tertienuhr würde man also schon weit genauer, die Weiten vermittelst des Schalles bestimmen können.

Es kan offenbar in vielen Fällen sehr vortheilhaft seyn, nach dem gewiesenen Verfahren Weiten durch durch den Schall zu finden, und besonders wenn keine gar zu große Schärfe verlangt wird.

Man sehe übrigens noch mehreres hievon in Hrn. Lamberts Beyträgen zur Mathematik I Theil §. 244 u. f. w.

Auch befindet sich in denen Abhandl. der Königl. Schwed. Ac. der Wissenschaften im III. Band p. 82 der Kästnerischen Uebersetz. ein Aufsatz vom Hrn. Melderkreuz Weiten vermittelst des Schalles zu bestimmen und mit einander zu vergleichen, besonders wenn man nach denen Oertern, wo der Schall herkömt, keine freye Aussicht hat; Hr. Melderkreuz schlägt vor man solle sich, um die Zeit in viel kleinern Theilen als Secunden zu erhalten, gehörig gefüllter Stundengläßer von Queckfilber bedienen, und die Vorrichtung so machen, daß man etwa in dem Augenblicke da man z. E. das Feuer eines Geschützes siehet, einen Hahn öfnen, das Queckfilber auslaufen lassen, und sobald man den Schall höret den Hahn wieder verschliessen kan, und hierauf

aus der Menge oder dem Gewichte des ausgelaufenen Queckſilbers die verfloſſene Zeit berechnen. Dieſer Vorſchlag würde aber vielleicht in der Ausübung verſchiedenen Schwierigkeiten unterworfen ſeyn.

Auch von Meſſung der Weiten vermittelſt der Stückſchüſſe ſtehet in dem I. Th. 63 Seite der ſchwed. Abhandl. eine Vorleſung vom Hrn. Kapit. Triewald.

II) Das Augenmaaß iſt in der praktiſchen Geometrie, um Weiten ohngefähr zu beſtimmen, ebenfalls von großen Vortheil. Wir werden in der Folge zeigen, daß zu einer guten und genauen Meſſung ſehr viel auf die Wahl der Standlinie und anderer feſten Punkte ankomme. Dieſe Auswahl wird aber ſehr erleichtert, wenn man von denen einzeln Theilen, den Seiten und Winkeln einer Figur auf dem Felde nur erſt eine ohngefähre Beſtimmung hat, und ehe man die Meſſung ſelbſt anſtellet, vorher ein rohen Entwurf der ganzen Gegend nur bloß nach dem Augenmaaße macht. Dann wird ſich in vielen Fällen daraus ſchlieſſen laſſen, wo ſich die Meſſung am bequemſten anfangen läſt, welche Data ſich am ſicherſten beſtimmen laſſen, und wie ſolche ausgewählet werden müſſen, damit in Abſicht der daraus herzuleitenden unbekanten Theile die wenigſten Fehler zu beſorgen ſind. u. ſ. w. Und ſo iſt ein gutes Augenmaaß ſehr brauchbar in der Feldmeßkunſt.

Ich

Ich werde itzo kürzlich den Theil der Theorie des Augenmaaßes etwas näher betrachten, welcher sich mit Schätzung der Weiten zweener oder mehrerer Gegenstände von einander beschäftiget, und kurz die Umstände erläutern die bey diesem Geschäfte in Erwägung gezogen werden müssen, wenn das Augenmaaß etwas von der Wahrheit nicht sehr entferntes geben soll.

Vom Augenmaaße.

§. 52. 1. Wenn wir die Erfahrung zu Rathe ziehen, so ergeben sich leicht einige Mittel, durch deren Hülfe wir einen Begrif von dem ohngefähren Abstande eines Objeckts, von unserm Auge erlangen; jedermann weiß daß entfernte Gegenstände bey weiten nicht so kenntlich und deutlich erscheinen, als nahe; Sie kommen unserm Auge nicht nur immer kleiner vor, je weiter wir uns entfernen, sondern sie erhalten auch eine weit bläßere und minder lebhafte Farbe.

2. Ob aber gleich Helligkeit, Farbe und Deutlichkeit entfernter Gegenstände, auf den Schluß den wir daher auf ihrem Abstand von unsern Augen machen großen Einfluß haben, und in vielen Fällen ein beträchtliches Hülfsmittel abgeben wenigstens zu sagen, welches Objeckt am weitesten wegliege, um viel ohngefähr dessen Abstand vom Auge größer sey, als eines minder entfernten Gegenstandes u. s. w. so giebt es doch Umstände die

unser Urtheil ungemein trüglich machen dergleichen sind z. E. erstlich:

3. Wenn wir nach denen Objeckten, deren Entfernungen vom Auge, wir ohngefähr schätzen wollen, keine freye Aussicht haben.

Wem lehret nicht die Erfahrung, daß z. E. die Spitze eines entlegenen Thurms, die über ein näheres Gebäude hervorraget, viel näher und größer zu seyn scheinet, als sie uns vorkommen würde, wenn sich zwischen ihr und dem Auge das Gebäude nicht befände, und man nach ihr hin, auf dem Horizonte eine freye Aussicht hätte.

Wie nahe und groß scheinet uns nicht die Scheibe des aufgehenden vollen Mondes? die Ursache dieser Täuschung unseres Auges liegt offenbar eines Theils mit darinnen, weil zwischen dem Auge und dem entlegenen Objeckte, sich noch andere Gegenstände befinden, die in unser Urtheil Einfluß haben. (Smiths Lehrb. d. Optik 1 B. §. 160 nebst den dazu gehörigen Anmerkungen.)

4. Zweitens kömt es bey Schätzung des Abstandes entlegener Objeckte von einander sehr auf die Lage des Auges an.

Am aller unsichersten ist der Gebrauch des Augenmaaßes, wenn das Auge gegen die Linie, deren Länge es schätzen will, eine sehr schiefe Lage

hat:

hat: Um aber diesen Umstand desto näher ins Licht zu setzen, so muß ich vorher folgendes beybringen. Es seyen Tab. II. Fig. XIX, a, c, d, e, f, nach Gefallen Gegenstände auf dem Horizonte, und b das Auge.

Man ziehe von a, c, d, e, f nach b gerade Linien, so siehet das Auge b, die Weite ac unter dem Winkel abc, die Weite cd unter dem Winkel cbd u. s. w. Diese Winkel abc, cbd u. s. w. heisen die scheinbaren Weiten der Objeckte a, c; c, d; Es lehret nämlich die Erfahrung daß uns Weiten gleich groß zu seyn scheinen wenn sie an unserem Auge einerley Winkel machen, und daß überhaupt eine Sache desto größer scheinet, unter einem je grössern Winkel sie ins Auge fällt.

Wären also z. E. die Winkel abc, cbd, dbe, ebf alle gleich groß, so würden dem Auge b auch die Weiten ac, cd, de, ef, insgesamt von gleicher Größe zu seyn scheinen.

Man würde sich aber sehr irren, wenn man die wahren Weiten ac, cd, de, ef in der That einander gleichsetzen wolte, weil sie gleich groß zu seyn scheinen. Denn aus der Geometrie wird man leicht übersehen, daß hier cd weit größer als ac seyn müsse obgleich cbd = abc ist; Eben so de > cd und ef noch > als de,

Wären also z. E. a, c ein paar Objeckte auf dem Horizonte deren Weite ac man wüste; e, f, ein paar andere Gegenstände mit a, c, in einer geraden Linie, und mit der bekanten Weite ac wolte man die Entfernung ef nach dem Augenmaaße vergl.ichen, so würde man einen großen Fehler begehen, wenn man in Gedanken die Weite ac auf ef so oft hintragen wolte als es angienge, und daher in der That ef so vielmahl größer als ac schätzen wolte, so vielmahl sie größer schiene. Dieser Fehler würde desto beträchtlicher seyn, je schiefer die Linie ef gegen dem Auge liegt d. i. je spitziger die Winckel bea, bfe, und je ungleicher der Objeckte e, f, Entfernungen vom Auge eb, fb, sind, auch je mehr die Weiten eb, fb, von denen ba, bc, unterschieden sind.

5. Wenn Fig. XX. der Objeckte e, f, Entfernungen vom Auge fb, eb einander gleich sind, folglich ebf ein gleichschenklichtes Dreyeck abgiebt, wenn eben so auch der Objeckte a, c, Weiten vom Auge ba, bc, gleiche Größe haben, und man die **scheinbare Weite**, oder den Winkel ebf $= \alpha$, die abc $= \beta$, die Entfernungen eb $=$ A, ba $=$ B sezet, so wird in dem Dreyecke ebf die wahre Weite ef $= 2$ A sin $\frac{1}{2}\alpha$; In dem Dreyecke abc aber, ac $= 2$ B sin $\frac{1}{2}\beta$. Mithin

ac : ef $=$ B sin $\frac{1}{2}\beta$: A sin $\frac{1}{2}\alpha$

d. h. die wahren Weiten ac, ef, verhalten sich gegen einander, wie die Producte aus denen Ent-

Entfernungen be, ba, der Objecte vom Auge, in die Sinusse der halben scheinbaren Weiten oder Winkel ebf, abc.

6. Wenn man sich also bey b auf dem Felde befände, und wolte aus dem Verhältniß der scheinbaren Weiten abc, ebf, das Verhältniß der wahren ac : ef finden so kan dieses nicht geschehen, wenn man nicht zu gleicher Zeit auch weiß, wie der Objeckte a, c, e, f, Entfernungen vom Auge ba, be, sich verhalten.

7. Wenn von dem Auge alle vier Objeckte a, c, e, f ohngefähr gleichweit weg zu seyn scheinen, und man also in obiger Formel (ς) $A = B$ setzet, so wird

$$ac : ef = \sin \tfrac{1}{2}\alpha : \sin \tfrac{1}{2}\beta$$

8. Endlich wenn die scheinbaren Weiten oder die Winkel abc, ebf, nicht gar groß sind z. E. nur einige Grade betragen, so kan man ohne merklichen Fehler $\sin \frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2}\alpha$; $\sin \frac{1}{2}\beta = \frac{1}{2}\beta$ setzen; dann wird

$$ac : ef = \tfrac{1}{2}\alpha : \tfrac{1}{2}\beta = \alpha : \beta$$

9. Man siehet also aus dem bisherigen unter welchen Umständen man auf dem Felde aus dem Verhältniß der scheinbaren Weiten verschiedener Gegenstände von einander, sogleich das Verhältniß der wahren finden kan: Nämlich wenn die Gegenstände gleich weit vom Auge wegliegen,

und

und die scheinbaren Weiten nicht sehr groß sind.

10. Wären also ε, φ; a, c; gleichweit vom Auge, so untersuche man nach dem Augenmaaße, wie oft etwa die Weite ac, in der ∠εφ enthalten zu seyn scheinet; gesetzt dem Auge schiene εφ etwa = 4 . ac zu seyn, so wird in der That auch die wahre Weite eφ = 4 . ac seyn, vorausgesetzt daß die Winkel abc, εbφ nicht gar groß sind.

11. Das wesentliche was hiebey das Auge zu thun hat, ist, das scheinbare Verhältniß ac : εφ erträglich genau zu schätzen; dieses kan nicht anders als durch anhaltende Uebung geschehen. Es wird deswegen vortheilhaft seyn, wenn man vorher auf dem Papiere sich in diesem Geschäfte einige Fertigkeit erwirbt, und nur erstlich kleine Weiten schätzen lernt.

12. Man würde wenn Fig. XX auf dem Papiere die Linie ac vorgegeben wäre, ein Stück von ihr z. E. ab etwa auf folgende Art nach dem Augenmaaße bestimmen.

Erstlich würde ich in Gedanken die Linie ac halbiren. Fände ich nun daß b näher bey a als beym Mittelpunkte läge, so würde ich schließen daß ab < $\frac{1}{4}$ ac seyn müsse.

Wenn

Wenn ich mir nun ferner vorstelle ab würde auf ac so oft getragen als es angienge, so würde ich hier finden, daß ab mehr als viermahl aber nicht völlig fünfmahl auf ac passet, folglich den Schluß machen daß ab $> \frac{1}{5}$ ac seyn müsse.

Auf diese Art könte man noch mehr Vergleichungen anstellen, und sich der Gränze des Verhältnißes ab : ac stuffenweise immer mehr nähren; Wolte man mit denen Gränzen ab $< \frac{1}{4}$ ac; ab $> \frac{1}{5}$ ac hier sich begnügen, so könte man für ab etwa das Mittel zwischen $\frac{1}{4}$ ac und $\frac{1}{5}$ ac annehmen, mithin setzen ab $= \frac{1}{2}(\frac{1}{4}$ ac $+ \frac{1}{5}$ ac$) = \frac{9}{40}$ ac.

13. Die Natur der Sache, und anhaltende Uebung werden hiebey viele Vortheile an die Hand geben, so daß man in Stand gesetzt wird in kurzer Zeit, dergleichen Verhältnisse auf dem Papiere sehr geschwinde und gleichsam beym ersten Anblicke zu schätzen. Auch kan man jederzeit auf dem Papiere die geschätzten Verhältnisse mit dem Zirkel nachmessen, und dadurch finden, wie viel sich das Augenmaaß betrogen habe.

14. Hat man solchergestalt sich erst auf dem Papiere ein fertiges Augenmaaß erworben, so kan man alsdann auf dem Felde desto sicherer die scheinbaren Entfernungen mit einander vergleichen.

15. Je größer auf dem Felde die scheinbaren Weiten sind desto unsicherer ist die Schätzung.

Es wird nämlich beym Augenmaaße zum vorausgesetzt, daß das Auge, die Weite, die es schätzen, und mit einer anderen vergleichen will, ganz übersehen kan. Wären daher die Objeckte (Fig. XX) ziemlich weit von einander entfernt, so hat das Auge Mühe, die äußersten Punkte e, f, zu gleicher Zeit deutlich zu unterscheiden, und sich folglich die ganze Weite e f, gehörig vorzustellen. Siehet das Auge genau nach f hin, so hat es eine undeutliche Empfindung von dem Punkte e, und wenn es e genau betrachtet, so erscheinet ihm f undeutlich. Weil also auf diese Art die ganze Weite ef undeutlich empfunden wird, so wird auch die Vergleichung einer andern Weite ac, mit ihr, sehr unsicher ausfallen.

Eben dieses ist die Ursache warum man ein paar kleine Linien weit geschwinder und sicherer schätzen kan, als ein paar größere;

15. Ferner ist die Schätzung desto sicherer, durch je kleinere Zahlen, ein Verhältniß ausgedrückt werden kan. Z. E. unser Auge kan weit geschwinder und zuverläßiger, die Verhältnißе, 1 : 2; 1 : 3, 2 : 3 u. s. w. empfinden, als z. E. folgende 1 : 16; 2 : 27 u. s. w. dieses giebt einige Anleitung, die Zuverläßigkeit eines geschätzten Verhältnißes zu beurtheilen.

16. Die bisherigen Betrachtungen werden nun einigermaaßen zeigen, in wie ferne und unter welchen

Um-

Umständen, man sich auf das Augenmaaß verlassen könne; ich habe aus dieser Ursache im vorhergehenden die optischen Sätze (5—9) beygebracht, die zu gleicher Zeit in der Folge von einiger Brauchbarkeit seyn werden.

17. Das bisherige betraf bloß das Augenmaaß in Absicht Weiten dadurch zu schätzen. Man kan es aber auch gebrauchen die ohngefähre Größe eines vorgegebenen Winkels zu bestimmen. Davon werde ich aber in der Folge etwas erwähnen.

18. In den meisten Fällen, pflegt man die Weite eines Gegenstandes von unserm Auge bloß nach dem Eindrucke zu beurtheilen, die des entfernten Objeckts, mehr oder minder lebhafte Farbe, dessen Deutlichkeit und Klarheit u s. w. auf unser Auge machet: und nach Verhältniß dieses Eindrucks wird der Abstand verschiedener Gegenstände von unserm Auge mit einander verglichen. Man kan in diesem Geschäfte offenbar durch anhaltende Uebung eine Fertigkeit erlangen. Man nehme anfangs nur kleine Weiten vor, schätze sie nach der Empfindung die unser Auge von von ihr hat; man vergleiche die geschätzte Weite mit der wahren, die man etwa durch Schritte finden, oder auf eine andere Art bestimmen kan, so findet man wie viel sich das Augenmaaß betrogen; hierauf übe man das Auge immer in größern Entfernungen, so wird man endlich

lich eine ziemliche Fertigkeit erlangen, kleine Weiten sogleich beym ersten Anblick, ohne großen Irrthum, größere aber wenigstens erträglich zu schätzen. Insbesondere wird bey der Uebung des Augenmaaßes in größern Entfernungen, eine Karte dienen, die man von der umliegenden Gegend hat, wo man diese Uebung anstellet. Man schätze die Entfernung eines Orts, von dem Standpunkte wo man sich befindet, und den man auch auf der Karte hat, messe alsdann auf der Karte die wahre Weite, und vergleiche sie mit der geschätzten, so findet man den Fehler des Augenmaaßes: dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man die Vollkommenheit erlangt hat, in Schätzung einer vorgegebenen Weite der Wahrheit ziemlich nahe zu kommen.

Anmerkung.

Die Kettenlinie.

§. 53. Ehe ich dieses Kapitel schließe muß ich auch noch kürzlich der Kettenlinie erwähnen.

Wenn a, b, Fig. XXI auf dem Felde ein paar Punkte sind, zwischen denen sich eine Vertiefung befände; wie wenn z. E. a und b auf denen beyden gegen einander überstehenden Ufern, eines Flußes oder Grabens lägen, so wird, wenn man zweene Punkte einer Meßkette bey a und b befestiget, und also mit der Kette über die Vertiefung weg-

wegmessen will, aller angewandten Kraft ohngeachtet, nie die Kette völlig in eine gerade Richtung ab ausgespannet werden können, sondern sie wird sich allemahl gegen die Mitte zu etwas senken, so daß die Glieder der Kette, bc, cd, ed, u. s. w. insgesamt gegen den Horizont eine gewisse Neigung bekommen.

Diese Senkung der Meßkette, oder die Tiefe ihres untersten Punktes f, unter der Horizontallinie ab, ist desto merklicher, je mehr Glieder zwischen a und b ausgespannet sind.

Die Ursache warum sich die Kette gegen ihre Mitte zu senket, liegt offenbar in denen gegenseitigen Würkungen der Schwere, mit welcher jedes Glied in einer Verticallinie herabsinken will; und die zwischen a und b herabhängenden Glieder erhalten nicht eher ihre gehörige Stellung, als bis ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere, seine gröste Tiefe unter der Horizontallinie erreicht hat. Eben das was ich bisher gesagt habe, findet auch bey einer Schnur statt, die man zwischen a und b ausspannen wolte; da beugt sich aber die Schnur in eine würkliche zusammenhängende krumme Linie, so wie bey der Kette hingegen, die Stellung ihrer einzeln Glieder bc, cd, ed u. s. w. mehr den Umfang eines gewissen Vielecks ausmacht.

Die Krümmung einer Schnur zu bestimmen, haben sich besonders die Hrn. Bernoulli Mühe ge-

geben, und man findet allgemeine Auflösungen davon in ihren Werken. S. Ioh. Bernoulli Op. T. IV. n. 173.

Es erhellet leichte, daß man einigen Fehler begehen würde, wenn man, um die Horizontalweite ab zu wissen, die Menge der zwischen a und b herabhängenden Kettenglieder oder Fusse, dafür annehmen wolte.

Denn die Summe bc + cd + de u. s. w. beträgt allemal etwas mehr als die ganze Horizontalweite ab, welche die kürzeste Entfernung der beyden Punkte a u. b ist.

Da aber in den meisten Fällen, wenn nämlich, wie ich voraussetze, die Kette stark angespannt wird, die gröste Tiefe hf nur klein ist in Vergleichung der ganzen Weite ab, so wird auch der Fehler so gar beträchtlich nicht seyn.

Indessen könte man doch hier, um völlig überzeugt zu seyn, einige Anweisung verlangen, um wie viel man, bey einer gegebenen grösten Tiefe hf, wohl fehlen würde, wenn man für ab, die Länge der zwischen a und b ausgespannten Kette annähme.

Dieses zu bestimmen setzt Kentniße der höhern Mathematick und Mechanick zum voraus, die ich hier nicht vortragen kan, und die auch die wenigsten meiner Leser verstehen würden. Auch kömt es hier auf eine sehr genaue Bestimmung nicht an.

Ich

Ich will hier nur eine Formel herſetzen, die ich nach der Theorie gefunden habe, und vermittelſt welcher man den Fehler beſtimmen kan, welchen man begehet, wenn für ab, die Länge der herabhängenden Kette b d f h a angenommen wird.

Wenn die beyden Punkte a und b in einer Horizontallinie liegen, und die Glieder der Kette ſind durchgehends gleich lang und ſchwer, daß folglich der unterſte Punkt f in die Mitte zwiſchen a und b fällt, und man ſetzet die gröſte Tiefe hf = a, die Länge eines Gliedes an der Kette = e, und die Anzahl der zwiſchen b und f herabhängenden Glieder = n, ſo iſt der Unterſchied zwiſchen der halben Länge der Kette, und dem halben Horizontalabſtande oder bc + cd + ed ... + ef — bh oder

$$n \cdot e - bh = \frac{(2n+1)(2n-1)a^2}{6n^3 e}.$$

Mithin der Unterſchied der ganzen Horizontalweite ab, und der zwiſchen a und b herabhängenden Kettenlänge

$$= \frac{(2n+1)(2n-1)a^2}{3n^3 e}.$$

Dieſe Formel ſetzt aber zum voraus daß die gröſte Tiefe hf = a, nicht ſehr groß in Vergleichung der ganzen zwiſchen a und b herabhängenden Länge iſt, welches auch meiſtens bey geodätiſchen Gebrauche, ſtatt finden wird.

Den Gebrauch dieser Formel durch ein Exempel zu erläutern, so will ich setzen die halbe Länge der zwischen a und b ausgespannten Kette sey $n.e = 25'$; oder $n = 25$, $e = 1' = 1000''''$. die gröste Tiefe $a = 1' = 1000''''$ so wird

$$\frac{(2n+1).(2n-1)}{3.n^3.e} \cdot a^2 = \frac{51 \cdot 49}{3 \cdot 25^3} \cdot \frac{1000}{1000} \text{ Scr.}$$

$$= \frac{17 \cdot 49}{25^3} \cdot 1000 \text{ Scr.}$$ dieses kan man durch Logarithmen berechnen.

log 17 = 1, 2304489
log 49 = 1, 6901961
log 1000 = 3, 0000000

Logarith. des Zählers = 5, 9206450
Log. d. Nenn. = 3. log 25 = 4, 1938200

$\log . \frac{17 \cdot 49 \cdot 1000}{25^3}$ = 1, 7268250 diesen Logarithmen unter der Characteristick 3 aufgesucht, giebt die zugehörige Zahl $\frac{17 \cdot 49 \cdot 1000''''}{25^3}$

= 53'''', 31 oder 5''' 3'' ', 31 oder 0, 053331 Fuß. Es ist also die Horizontalweite ab Fig. XXI, in dem angenommenen Exempel nur um 0, 053331 Fuß, oder nicht einmal völlig 0, 06 Fuß kleiner, als die Länge der zwischen a und b herabhängenden

Kette,

Kette, welche = 2 . 25′ = 50′ ist. Daher also der Fehler, um den man ab zu groß angäbe, wenn man sie = 50′ setzte, fast für nichts angesehen werden kan, wenn sich gleich die Kette in ihrer Mitte um 1′ von der Horizontallinie herabgesenket hätte.

So siehet man wie wenig Irrthum sich aus der Senkung einer Kette befürchten läst, wenn sie auch gleich einen ganzen Fuß betrüge, und also sehr merklich in die Augen fiele.

Man kan auch ohne die obige Formel anzunehmen noch auf eine andere Art, wenigstens die Gränze des grösten Fehlers bestimmen, der sich aus der Krümmung oder Senkung der Kette befürchten ließe.

Man verlängere die beyden äusersten Glieder bc, ai, bis sie sich bey r durchschneiden, so erhält man unter den Umständen die ich oben angenommen habe, ein gleichschenklichtes Dreyeck arb, und, hf verlängert, wird durch r gehen.

Nun ist die Summe der beyden Seiten ar + rb gewiß allemal größer, als die ganze Länge, der zwischen a und b herabhängenden Kette, folglich auch der Unterschied zwischen dem Horizontalabstande ab und der beyden Linien ar + rb Summe, größer, als der zwischen dem Horizontalabstande ab, und der Kette: d. h. wenn zwischen a und b, m Kettenglieder, jedes = e herabhängen, und

der Horizontalabstand ab = h gesetzt wird, so ist allemal ar + rb — h > m . e — h. Ist also der Unterschied ar + rb — h unbeträchtlich so wird um so viel mehr auch m . e — h unbeträchtlich seyn.

Da ich nun hier zum voraussetze daß die Kette stark angespannt ist, folglich die äuserstlen Glieder bc, ai, mit der Horizontallinie ab sehr kleine Winkel machen, so wird nicht allein ht, sondern auch hr in Vergleichung des Horizontalabstandes ab, klein seyn. Und dieser Voraussetzung gemäß berechne ich den Unterschied ar + rb — h auf folgende Art.

In dem gleichschenklichten Dreyecke arb setze man die Tiefe hr = c; so ist ah = $\frac{1}{2}$ h, und

$$ar = r\left(\tfrac{1}{4}h^2 + c^2\right) = \tfrac{1}{2}\,h\,r\left(1 + \frac{4c^2}{h^2}\right)$$

$$= \tfrac{1}{2}\,h\left(1 + \frac{2c^2}{h^2}\right)$$ weil nähmlich c in Vergleichung mit h klein ist. Folglich auch rb = ar

$$= \tfrac{1}{2}\,h\left(1 + \frac{2c^2}{h^2}\right)$$: Daher ar + br

$$= h\left(1 + \frac{2c^2}{h^2}\right) = h + \frac{2c}{h}$$ und ar + rb — h

$$= \frac{2c^2}{h}.$$

Da

Da nun $\frac{2c^2}{h}$ ein sehr kleiner Bruch ist, so ist also der Unterschied ar + rb — h sehr unbeträchtlich, folglich auch noch mehr der Unterschied m . e — h, zwischen der Kette und dem Horizontalabstande.

Es sey z. E. die Tiefe hr = c = 1′ und die Horizontalweite ab = h = 50′, so wird

$$hr + rb - h = \frac{2c^2}{h} = \frac{2'}{50} = \frac{1'}{25} = 0,04 \text{ Fuß}$$

= 4 Lin.

Um so viel wäre also hier die Horizontalweite ab nur kleiner als der beyden Linien ar + rb Summe. Es wird folglich der Unterschied zwischen der Kette und dem Horizontalabstande oder m . e — h nicht einmal 4 Linien betragen: und so erhellet daß man bey einer nicht sehr großen Beugung der Kette, wie hier angenommen ist, ohne merklichen Fehler den Horizontalabstand ab, der Länge der zwischen a und b herabhängenden Kette gleich setzen könne.

IV. Kapitel.

Die Bestimmung krummer Linien auf dem Felde

Vorläufige Begriffe und Erklärungen

---

§. 54. Es sey Fig. XXII. Tab. II αβcdφγζ der Zug einer beliebigen krummen Linie auf dem Felde. Z. E. die Beugung eines Flußes u. s. w.

AD sey aber eine gerade Linie die nach Gefallen neben der krummen hergezogen ist: So wird die krumme Linie, sich der geraden an einigen Stellen nähern, an andern sich wieder von ihr entfernen; Auch sie selbst, wie z. E. bey c durchschneiden.

2. Wüste man nun die Lage eines jeden Punktes der krummen Linie gegen die gerade, so würde man einen deutlichen Begriff von ihrem Zuge erhalten ja auch selbst daraus ein Mittel finden, sie auf dem Papiere zu verzeichnen.

3. Es giebt verschiedene Methoden, die Lage eines Punktes, gegen eine nach Gefallen gezogene gerade Linie zu bestimmen; diejenige die aber sehr oft in der praktischen Geometrie gebraucht wird, ist folgende.

Es

Es sey AD eine willkürliche gerade Linie, und man nehme nach Gefallen in ihr einen gewissen Punkt A an. α, β, δ u. s. w. seyen Punkte der krummen Linie, deren Lage gegen die gerade AD bestimt werden soll. Man fälle also von α, β, δ u. s. w. auf AD die Perpendiculärlinien αa, βb, δd u. s. w. herab.

So wird der Punkt α bestimmt seyn, wenn man erstlich die Länge des Perpendickels αa weiß, zweitens die Weite Aa, von dem willkürlichen Punkte A angerechnet, bis an das Perpendickel αa, und drittens die Lage des Perpendickels αa, ob nämlich αa, rechter oder linker Hand AD liegt.

Eben so würde β durch die Linien bβ, Ab bestimmt u. s. w.

Denn es wird kein anderer Punkt, in der krummen Linie vorkommen, dem eben die Längen αa, Aa zugehörten, und doch von dem Punkte α unterschieden wäre. Es ist kein Punkt in der krummen Linie, als gerade der β, dem diese Weiten bβ, Ab zugehörten.

4. Es könte wohl geschehen daß z. E. der Punkt δ eben den Abstand von der geraden Linie AD hätte, den der Punkte α hat, oder daß dδ = aα wäre, allein dann sind doch Ad, und Aa nicht einerley; Auch läge hier δ linker Hand AD, α aber rechter Hand.

Eben so könte z. E. dem Punkte x sowohl ein Perpendickel xa = aα, als auch selbst die Weite Aa zugehören, die dem Punkte α zukömmt, aber x wird doch nicht mit α einerley seyn, weil die Weiten xa, aα auf entgegengesetzten Seiten der geraden Linie AD liegen.

5. So erhellet also wie durch die in (3) angegebenen Umstände, die Lage eines gewissen Punktes gegen die gerade Linie AD völlig bestimt und gegeben ist.

6. Man nennet die Linien Aa, Ab, Ad u. s. w. welche auf der willkürlichen AD von A angerechnet werden, **Abscissen**, und die zugehörigen Perpendickel aα, bβ, dδ; **Ordinaten**. Die Linie AD selbst heist die **Abscissenlinie**, und A der **Anfangspunkt der Abscissen**.

7. Also sagt man daß jeder Punkt der krummen Linie z. E. α durch seine Abscisse Aa, und Ordinate aα gegeben oder bestimmt ist.

8. Da zu gleicher Zeit auch die Lage der Ordinate bekannt seyn muß (3) so kan man diese durch die Zeichen + — unterscheiden. Z. E. die Ordinaten rechter Hand der Abscissenlinie, wie aα, bβ u. s. w. mögen mit +, die Ordinaten linker Hand z. E. dδ, εe u. s. w. mit dem Zeichen — bemerket werden.

9. Da

9. Da wo die krumme Linie die gerade Linie AD schneidet wie bey c, da ist die Abscisse = Ac, die Ordinate aber = o.

10. Da zu jedem andern Punkte der krummen Linie eine andere Abscisse und Ordinate gehöret (§. 4) so würde es auf dem Felde eine unendliche Arbeit seyn, wenn man für alle und jede Punkte die Abscissen und Ordinaten messen wolte. Man bemerket und misset daher oft nur diejenigen Ordinaten und Abscissen, welche denen merklichsten Krümmungen und Wendungen zugehören. Z. E. in der Figur nur diejenigen, welche die Punkte $\alpha, \beta, c, \delta, \varepsilon, \varphi, \gamma, \eta$ bestimmen würden, wo die krumme Linie am stärkesten sich der Abscissenlinie nähert, oder sich von ihr entfernt.

11. Hat man solchergestalt auf dem Felde für die hauptsächlichsten Punkte der krummen Linie, die Ordinaten und Abscissen gemessen, so läst sich daraus schon ziemlich genau ihr Zug und ihre Gestalt beurtheilen, und auf dem Papiere entwerfen, wenn man die Maaße der Abscissen und Ordinaten, in eben der Ordnung wie man sie auf dem Felde gefunden, vermittelst des verjüngten Maaßstabes, auf eine auf dem Papier gezogene Abscissenlinie absetzt, und durch die Endpunkte der Ordinaten aus freyer Hand eine krumme Linie ziehet. Die Figur auf dem Papier wird aber der auf dem Felde desto ähnlicher seyn, je mehr Abscissen und Ordinaten gemessen worden sind.

12. Der Bogen einer krummen Linie der zwischen zweenen nächst auf einander folgenden, und nicht sehr weit von einander liegenden Ordinaten enthalten ist, kan gegen die Abscissenlinie **hohl** oder **erhaben** seyn. **Hohl** heist er wenn dessen Chorde zwischen ihm und der Abscissenlinie liegt. **Erhaben** wenn die Chorde nicht zwischen ihn und die Abscissenlinie fällt. Z. E. in der Figur, wäre der Bogen $\gamma\Phi$ gegen die Abscissenlinie hohl weil dessen Chorde $\gamma\Phi$ zwischen ihm und der Abscissenlinie liegt. Der Bogen $\gamma\eta$ aber wäre das Beyspiel eines Bogens der seine erhabene Seite der Abscissenlinie zukehrte.

13. Man hat in der höhern Geometrie nähere und bestimmtere Merkmahle woraus man erkennen kan ob ein Bogen seine hohle oder erhabene Seite der Abscissenlinie zuwendet. Diese Merkmahle aber hier beyzubringen, halte ich für unnütz. Man sehe auch hievon Hrn. H. **Kästners Anal. des Unendl.** (1770) §. 518. 521.

14. Hat man nun auf dem Felde ein paar nächst auf einander folgende Ordinaten gemessen so wird es gut seyn, wenn man zu gleicher Zeit auch anmerket, ob der Theil der krummen Linie zwischen ihnen, gegen die Abscissenlinie hohl oder erhaben ist, diese Bemerkung dienet alsdann, zu einer genauern Verzeichnung auf dem Papiere.

15. Einige Schriftsteller bedienen sich statt der Wörter, Abscissen, Ordinaten, Benennungen aus der mathematischen Geographie, und nennen die Abscissen, Längen, die Ordinaten Breiten; ich habe aber lieber die Namen beybehalten wollen, die man einmal in der Geometrie eingeführet hat.

Aufgabe.

§. 55. Die Abmessungen an einer krummen Linie auf dem Felde zu bestimmen.

Aufl. 1. Man stecke längst der krummen Linie (Fig. XXII), eine gerade ab, durch ein paar Stäbe die man A und D in den Boden befestiget.

2. In der abgesteckten Richtung AD, spanne man von A bis B eine Meskette aus, und lasse sie in unverrückter Lage.

3. Hierauf gehe man längst der ausgespannten Kette fort. Z. E. bis nach a, wo man bey α eine merkliche Bucht, oder Wendung der krummen Linie bemerket.

4. Man zähle auf der Kette die Menge der von A bis a enthaltenen Ruthen, Fusse und Zolle, so hat man die Abscisse Aa, die dem Punkte α zugehöret.

5. Um die Ordinate a α zu messen; so lege man an den Punkt a, so viel sich nach dem Augenmaaße bemerken läst, einen Maaßstab senk-

recht

recht an die Richtung der Kette, und messe nach dem Punkte α zu.

6. Wolte man noch genauer verfahren so spanne man von a nach α eine Schnur an, und messe mit dem Maaßstabe längst ihr her. Die Richtung der Schnur dienet nicht allein, damit man in der geraden Richtung aα misset, sondern damit man auch desto sicherer bey a einen rechten Winkel Aaα erhält.

7. In den meisten Fällen aber kan man die Schnur weglassen; besonders wenn die Ordinate aα nicht sehr groß ist.

8. Die gemessene Abscisse Aa, und Ordinate aα, bemerke man sich in einem bey sich zu führenden Manual, oder Brouillon.

9. Hierauf gehe man nun weiter längst der Kette fort, und wenn man nach dem Punkt b hinkömt, wo man abermahls bey β eine Wendung der krummen Linie, nach einer auf Ab senkrechten Richtung bβ bemerket, so zähle man wieder wie vorhin die Menge der Ruthen, Fuße und Zolle von A bis b, und messe die Ordinate bβ.

10. Weil die bisherigen Ordinaten rechter Hand der Abscissenlinie lagen, so schreibe man neben ihre Maaße in dem Manuale, zu gleicher Zeit das Zeichen + hin. (§. 54. 8)

sciſſenlinie ſich befindet, nimmt man auch die Abſciſſe Ac; und ſetzet die zugehörige Ordinate = o. (§. 54. 9)

12. Endlich bey B wo die Kettenlänge zu Ende iſt, meſſe man auch die Ordinate Bi. Die Abſciſſe AB iſt aber da der ganzen Kettenlänge gleich.

13. Auch muß man in dem Manuale bey der Ordinate Bi das Zeichen — bey ſetzen, weil ſich die krumme Linie bereits linker Hand der Abciſſenlinie befindet.

14. Iſt man ſolchergeſtalt mit einer Kettenlänge zu Ende, ſo gehen die Kettenzieher weiter fort, und ſpannen abermahls von B bis C eine Kettenlänge an.

15. Darauf verfähret man von B bis C eben ſo wie vorhin, von A bis B verfahren worden.

16. Hie muß ich aber erinnern; daß man beym 2ten Kettenzuge zu jeder Abſciſſe Bd, Be, Bf u. ſ. w. eine Kettenlänge, oder 5° addiret, um die Abſciſſen Ad, Ae, Af, von dem Punkt A angerechnet, zu erhalten; und dieſe letztern ſchreibt man eigentlich in dem Manuale auf.

17. Eben ſo, beym dritten Kettenzuge addiret man zu jeder Abſciſſe Ch u. ſ. w. 2 Kettenlän-

längen oder 10c, damit man die Abscissen Ah u. s. w. bekömt.

18. Solchergestalt kan man also bey jedem Kettenzuge, so viel Abscissen und Ordinaten nehmen, als man verlangt, und so viel man nothwendig braucht, um daraus den ohngefähren Zug der krummen Linie zu beurtheilen.

19. Wegen des Manuals muß ich aber noch folgende Erinnerung beyfügen. Man macht zwo Kolumnen, in die erste schreibt man die Maaße für die Abscissen, in die zwote die Maaße der Ordinaten und die zugehörigen Zeichen + —

Auch kan man um die einzeln Kettenzüge zu unterscheiden, allemal da wo ein Kettenzug zu Ende ist, einen Strich untersetzen.

Und wenn man auch endlich noch in dem Manuale anmerken wolte, ob zwischen zwo nächst auf einander folgenden Ordinaten, die krumme Linie hohl oder erhaben gegen die Abscissenlinie ist, so kan man zwischen die beyden Ordinaten an die Seite die Buchstaben, H. E. oder andere willkürliche Zeichen hinschreiben.

20. So würden also die Maaße für die Abscissen und Ordinaten der krummen Linie in dem Manuale etwa auf folgende Art, zu stehen kommen.

Abscis-

Abscissen	Ordinaten
° ′ ″	° ′ ″
1 . 5 . 3	+ 0 . 2 . 8) H
2 . 8 . 5	+ 0 . 8 . 3) H
3 . 4 . 6	+ 0 . 0 . 0) H .
5 . 0 . 0	— 0 . 5 . 0) E
	) E
6 . 0 . 0	— 0 . 6 . 0) E
7 . 2 . 0	— 0 . 7 . 0) E
8 . 5 . 0	— 0 . 8 . 0) E
10 . 0 . 0	— 0 . 7 . 0) E
	) E
11 . 0 . 0	— 0 . 9 . 0) H
12 . 9 . 0	— 0 . 5 . 0) H
15 . 0 . 0	— 0 . 4 . 0) H .

21. Wie nun aus diesen Datis die krumme Linie aufs Papier verzeichnet werden könne, das werde ich in der Folge zeigen.

Anmerkungen über das Vorhergehende.

§. 56. 1) Es erhellet leicht, daß die Punkte α, β, γ u. s. w. eben nicht Punkte einer krummen Linie seyn müssen: sondern sie können auch nach Gefallen sich auf andere Gegenstände beziehen, deren Lage man in Absicht der Abscissenlinie bestimmen will. Z. E. Eckpunkte von Gebäuden, Gränzsteine u. s. w.

II) Man nimt die willkürliche Abscissenlinie gerne so nahe an der krummen Linie her als möglich, damit die Ordinaten nicht gar zu groß werden; fangen daher die Ordinaten an sehr stark zu wachsen, so reicht man mit einer Abscissenlinie allein nicht aus. In solchen Falle aber muß man eine neue Abscissenlinie DO annehmen, deren Lage oder Winkel mit der erstern, bekannt seyn muß. Doch hievon werde ich in der Folge erst nähern Unterricht ertheilen können.

III) Oft zeigen sich unerwartete Hinderniße die keine unmittelbare Messung der Ordinaten zulassen: Wie wenn z. E. die krumme Linie Fig. XXII die Beugungen eines Flusses vorstellte: Da kan man oft wegen der seichten Ufer keine Ordinaten bequem messen. Wie man sich aber in solchen Falle zu verhalten habe, wird ebenfalls die Folge ausweisen.

IV) Es muß endlich noch bemerkt werden, daß man sowohl die Abscissenlinie nach horizontaler Richtung annehmen, als auch selbst die Ordinaten horizontal messen müsse, damit man nämlich die Reducktion der krummen Linie auf die Horizontalfläche erhalte (§. 4)

Liefe daher die krumme Linie Fig. XXII an einer Anhöhe herunter, so müste man nach §. 38. 6 jeden Kettenzug horizontal anspannen. Um die Ordinaten zu messen, liesse sich in solchem Falle

sehr bequem eine Messchnur gebrauchen. Man läst sie an den Punkt, wo sich auf der Kette eine Abscisse endiget, fest halten, und spannet sie alsdann bis an den perpendiculär gegenüberstehenden Punkt der krummen Linie horizontal aus, so daß sie mit der Kette einen rechten Winkel macht: Hierauf bestimmt man auf dieser Schnur die Länge der Ordinate. Dieses Verfahren ist bey solchen Krümmungen die an Anhöhen herunter laufen weit sicherer, als wenn man sich der Maaßstäbe in solchem Falle bedienen wolte.

Es verstehet sich aber daß auf der Schnur, Fusse von eben der Grösse seyn müssen, wie auf der Kette, damit man Ordinaten und Abscissen in einerley Maasse bekömt.

Uebrigens ist in vielen Fällen eine sehr genaue Bestimmung der Ordinaten nicht nöthig, wie z. E. in dem Falle, wenn man die Krümmungen eines Flußes bestiminen wolte, da bekannt ist, daß die Ufer oft sehr unbestimte Gränzen haben.

V. Kapitel

Leichte Methoden senkrechte und parallele Linien auf dem Felde zu ziehen.

---

§. 57. Diese Aufgaben sind in der Ausübung von mannichfaltiger Anwendung z. E. bey Feldertheilungen u. s. w.

Ob aber gleich hiebey verschiedene schwere Fälle vorkommen, die sich ohne Theorie des Winkelmessens und der dazu gehörigen Werkzeuge nicht gut auflösen lassen, die ich daher bis auf die Folge versparen muß, so werde ich dennoch hie einige leichte Anwendungen des bisherigen beybringen, und zeigen, wie man bloß vermittelst der Meßketten und Maaßstäbe auf dem Felde parallele und senkrechte Linien ziehen könne.

Wem übrigens aus der gemeinen Elementargeometrie die Lehrsätze von Parallellinien bekant sind, der wird die Beweise der folgenden Aufgaben sehr leicht einsehen können, ohne daß ich nöthig hätte, mich dabey aufzuhalten.

Aufgabe.

§. 58. Perpendiculärlinien auf dem Felde zu ziehen.

Aufl. 1) Gesetzt in Fig. XXIII sey von dem Punkte D auf die gerade Linie EB, eine perpendiculäre herabzufällen; ich will aber hiebey zum voraussetzen, die Weite des Punktes D von der geraden Linie EB, d. h. die perpendiculäre DC betrage weniger, als die Länge der Meßkette oder Meßschnur, die man gebraucht. Um nun auf EB den Punkt C zu finden, auf den das Perpendickel DC eintreffen muß, so verfahre man auf folgende Art.

Die Endpunkte der geraden Linie EB, bezeichne man durch ein paar Absteckstäbe, E, B.

Nun setze man in den Punkt D einen Kettenstab, und spanne von D nach f die Meßkette aus: darauf bestimme man auf der ausgespannten Kette Df, den Punkt A welcher mit E und B in gerader Linie liegt, welches geschiehet, wenn man mit einem Absteckstabe längst fD fortgehet, und ihn bey A so einsetzet, daß ein Gehülfe bey E ihn in der Verticalfläche EB erblickt. Hierauf zähle man auf der Kette, die Menge der Ruthen, Fusse und Zolle, von D nach A.

Nachdem nun der Punkt A durch ein Zeichenstäbgen bemerkt worden, so ergreift man bey A die Meßkette, und bringt das Stück AD, indem man solches um den Endpunkt D, als wenn man auf dem Felde mit dem Halbmesser AD einen Kreiß beschreiben wolte, herumführt, in die

Lage DF, so daß A nach F wiederum in die gerade Linie EB hinkömt.

So hat man also durch dieses Verfahren auf dem Felde ein gleichschenklichtes Dreyeck ADF, wo AD = DF.

Hierauf misset man die Weite AF. Sie sey z. E. 6°. die Hälfte davon 3° zähle man auf einer in die Richtung AF ausgespannten Kette, von A nach C, und setze in C einen Stab ein, so wird C der Punkt seyn, auf welchen das Perpendickel DC eintrift. Und so wird auch zu gleicher Zeit eine Verticalfläche durch D, C, auf der EB senkrecht stehen.

II) Ist aber der Punkt D von der geraden Linie EB so weit entfernt, daß man mit einer bey D befestigeten Kettenlänge nicht bis auf die gerade Linie EB hinreichen, und auf ihr wie in (I) einen Punkt A bestimmen kan, so verfahre man auf folgende Art.

Man setze bey A und F, willkürlich in die gerade Linie EB ein paar Stäbe hin, so aber daß ein Perpendickel DC, nach dem Augenmaaße, zwischen A und F würde zu liegen kommen.

Hierauf messe man die drey Seiten AD, DF, AF, des Dreyecks ADF.

So kan man daraus die Weite des Punkts A, von dem Punkte C wo das Perpendickel DC hinfallen muß, durch eine leichte Rechnung finden.

In

Mit Worten ausgedrückt ist die Regel diese. Man addire die Quadrate der Seiten AD und AF, die aus dem Punkte A auslaufen, zusammen, davon subtrahire man das Quadrat der dritten Seite DF, und den Rest dividire man durch die doppelte Grundlinie AF, so hat man die Weite AC: oder will man die Weite FC haben, so addire man die Quadrate von FD und FA zusammen, ziehe das Quadrat der dritten Seite AD davon ab, und dividire den Rest wie vorhin.

$$\text{Also ist } AC = \frac{AD^2 + AF^2 - FD^2}{2\,AF} \quad \text{(Tr. §. XXIII)}$$

$$FC = \frac{FD^2 + FA^2 - AD^2}{2\,AF.}$$

Ex. Es sey gemessen worden $AD = 50'$
$DF = 60'$
$FA = 82'$

so wird $AD^2 = 2500$	Mithin
$AF^2 = 6724$	$\frac{AD^2 + AF^2 - FD}{2AF}$
$AD^2 + AF^2 = 9224$	$= \frac{5624}{164} = \frac{1406}{41}$
$FD^2 = 3600$	$= 34,29$
$AD^2 + AF^2 - FD^2 = 5624$	also $AC = 34'2''9'''$

Man spanne also die Richtung AF die Meßkette an, und nehme auf ihr von A nach C

34′ 2″9‴ so ergiebt sich der Punkt C, folglich die Lage des Perpendickels DC.

So siehet man also wie bequem sich die vorgelegte Aufgabe, durch Rechnung auflösen läst.

III) Auf das Ende einer Linie AB Fig. XXIV ein Perpendickel AD aufzurichten verfähret man so:

Man setze in A und B die beyden Kettenstangen ein, oder befestige bey A und B die beyden Endpunkte einer Meßschnur.

Nun ergreife man das Mittel der Meßkette oder Schnur, z E. wenn die Kette 5° lang wäre, so fasse man den Ring der zu 2° 5′ gehöret, und gehe nach C, bis die beyden Hälften der Meßkette AC, CB, gehörig angespannet sind, und folglich AC = CB ist. Bey C wo das Mittel der Kette hintrift setze man einen Stab hin, und wenn dies geschehen, gehe man nach A, ziehe die daselbst stehende Kettenstange aus, und bringe den Theil AC der Meßkette in die Lage CD, so daß der Kettenstab A nach D, in gerader Linie mit C und B, hinkömt. Dann wird D der Punkt seyn, der perpendiculär über A stehet.

Denn weil man AC = CB = CD gemacht hat, so gehet durch die drey Punkte D, A, B ein Kreis, dessen Halbmesser = CD ist, und da ist der Winkel DAB im Halbkreise bekanntermaassen ein rechter.

IV)

IV) Wolte man Fig. XXIII überhaupt durch jeden willkürlichen Punkt C, der in der geraden Linie EB vorgegeben wäre, ein Perpendickel aufrichten; so nehme man auf beyden Seiten des Punktes C, auf der geraden Linie EB, ein paar gleich große Stücke. Z. E. CF = CA, mache jedes etwa eine Ruthe lang. Dann setze man in A und F die Kettenstäbe ein, ergreife das Mittel der Kette, und bringe ihre beyden Hälften in die Lagen AD, FD, so daß AD = DF wird, und beyde Linien gehörig angespannet sind, so wird der Punkt D, wo auf dem Boden das Mittel der Kette hintrift, die Lage des Perpendickels DC bestimmen.

Es verstehet sich daß die Weite AF niemahls größer genommen werden müsse, als die Kette lang ist.

V) In jedem rechtwinklichten Triangel ist das Quadrat der Hypothenuse den beyden übrigen Quadraten zusammen genommen gleich. Wären also die beyden Catheten AC, CG Fig. XIV ersterer AC = 3, und der andre CG = 4, so würde die Hypothenuse AG = 5 weil $3^2 + 4^2 = 5^2$ ist. Daher ist ein Triangel rechtwinklicht, wenn sich seine drey Seiten verhalten wie die drey Zahlen, 3, 4, 5. Und dieses giebt ein bequemes Mittel, rechte Winkel, oder Perpendiculärlinien auf dem Felde zu bestimmen.

Man trage Fig. XIV von C nach G, 3 Ruthen Hierauf nehme man auf einer Meßschnur eine Länge von 9 Ruthen, lasse beyde Enden dieser Länge bey C und G festhalten; und ergreife diese Schnurlänge von 9 Ruthen dergestalt, daß wenn man sie nach denen Richtungen CA, GA anspannt, CA = 4 Ruthen; GA = 5 R. wird, so erhält man einen rechten Winkel ACG, und ein Stab bey A hingesetzt, giebt die Richtung des Perpendickels CA, welche man alsdann nach Gefallen verlängern kan.

VI) Dieses sind die brauchbarsten Methoden, Perpendiculärlinien auf dem Felde bloß mit der Kette und Schnur abzustecken. Man kan in jedem Falle diejenige wählen, die zu einer gewissen Absicht die bequemste ist.

Aufgabe.

§. 59. **Parallellinien auf dem Felde zu ziehen.**

Aufl. I) Da wir in der vorigen Aufgabe gezeigt haben Perpendiculärlinien zu ziehen, so ergiebt sich daraus von selbsten die Methode zwo oder mehrere Linien auf dem Felde einander parallel zu machen. Ein Exempel wird dieses erläutern.

Es sey Fig XXV AB eine gerade Linie mit der man eine parallele ziehen soll, die um 18 Fuß von ihr abstehet.

Man

Man errichte also durch einen willkürlichen Punkt d eine Perpendiculàrlinie da auf AB, und mache solche = 18′: Eben so geschehe dieses durch einen andern Punkt e und mache auch eb = 18′, so geben ein paar Stäbe, bey a und b hingesetzt, die Richtung ab die mit AB parallel seyn wird, und die man so weit man will verlängern kan.

II) Eine andere bequeme Methode ist folgende (Fig. XXVI) Ausserhalb der Linie AB, mit der man eine parallele ziehen will, nehme man einen willkürlichen Punkt C an, und setze daselbst einen Stab ein: Hierauf gehe man in der geraden Linie BC zurück und setze auch bey a einen Stab in den Boden.

Die drey Linien AC, BC, Ca messe man, und suche zu BC, Ca, AC, die vierte Proportionallinie: Diese trage man in der verlängerten Richtung AC, von C nach b, so erhält man den Punkt b und folglich die Linie ab, welche nach den bekannten Gründen der Geometrie, mit AB gleichlaufend seyn muß.

Ex. Es sey gemessen worden AC = 20′; BC = 18′, aC = 15′: so wird die Proportion

18 : 15 = 20 : Cb

folglich $Cb = \frac{20.15}{18} = \frac{10.5}{3} = 16,66..$

= 16′ 6″ 6‴.

Man

Man trage also mit der Meßkette von C nach b eine Länge von 16' 6'' 6''', und setze bey b einen Stab hin, so ist ab mit AB parallel; und man kan ab soweit man will verlängern, indem man mit a und b, Stäbe in eine Verticalfläche bringt.

III) Ich habe in (II) C willkürlich angenommen, und dadurch bestimmte sich a, indem die Stange bey a in die gerade Richtung BC eingesetzt wurde. Wäre a aber ein gegebener Punkt auf dem Felde, so muß man C in die gerade Linie Ba einsetzen, und dann eben so wie in II verfahren, um den Punkt b zu bestimmen; dieses zeigt wie man durch einen gegebenen Punkt a auf dem Felde, eine mit AB parallele Linie ab ziehen könne.

Gebrauch entfernter Objecte, zu Ziehung paralleler Linien.

§. 60 1. Wenn man auf dem Felde sich in einer Ebene befindet, in der man eine freye Aussicht nach Gegenständen haben kan, die sehr weit z. E. zwo oder mehrere Meilen vom Auge entfernt sind, so geben diese ein sehr bequemes Mittel ab, die Richtung paralleler Linien zu bestimmen.

2. Man weiß nämlich aus der Geometrie daß man parallele Linien ansehen könne, als durchschnitten sie sich in einem unendlich weit entfernten Punkte. Schneiden sich daher ein paar Linien in einer endlichen Entfernung, so sind sie eigent-

eigentlich nicht gleichlaufend, sie kommen aber der parallelen Lage immer näher, je weiter ihr Durchschnittspunkt hinaus rückt.

3. Man kan also Linien die sich in einem sehr weit entfernten Punkte durchschneiden, nicht völlig, aber doch beynahe als parallel betrachten.

Es sey also (Fig. XXVII) der Punkt I ein sehr entferntes Objeckt, z. E. die Spitze eines einige Meilen weit entlegenen Thurms oder Bergs. Man setze bey H und C ein paar Stäbe hin, so aber daß H. C, I in einer Verticalfläche, oder geraden Linie liegen. Eben so seyen auch F und E ein paar andere Stäbe mit I in gerader Linie, dergestalt daß also die beyden geraden Linien HC, FE verlängert, sich bey I durchschneiden würden: So wird man ohne merklichen Fehler, die Stücken HC, FE, als parallel ansehen können.

4. Um einigermaaßen die parallele Lage beurtheilen zu können, so fälle man von F und E ein paar senkrechte Linien Fc, Ei, auf HI herab.

5. Wären nun HC, FE völlig genau parallel, so müste Fc = Ei seyn.

6. So aber wenn sich HC, FE bey I durchschneiden, wird Ei etwas kleiner als Fc seyn; der Unterschied wird also den Fehler angeben, den man begehet, wenn man HC und FE als parallel annimt.

7. Nun

7. Nun ist wegen der ähnlichen Dreyecke IEi, IFc,

$$IF : Fc = IE : Ei \text{ daher}$$

$$Ei = \frac{EI \cdot Fc}{IF} \text{ und mithin}$$

der Unterschied $Fc - Ei = Fc - \frac{EI}{IF} \cdot Fc$

$$= \frac{(IF - EI)\ Fc}{IF} = \frac{EF \cdot Fc}{IF}.$$

8. Man siehet also daß $Fc - Ei$ oder $\frac{EF \cdot Fc}{IF}$

d. h. der Fehler den man begehet, wenn man das Stück FE als parallel mit HC annimmt, desto kleiner ist,

a) je weniger die beyden Stücke FE, HC, von einander abstehen, oder je kleiner Fc ist.

b) Je kleiner FE, und

c) Je weiter das Objeckt I von F entfernt ist.

9. Ex. Wie viel weicht man von der parallellen lage ab, wenn das Objeckt I 2 Meilen oder 50000 Fuß entfernt ist, und man in einer Weite Fc von 50 Fussen, ein Stück FE von 100 Fussen, para el mit HC abstecken will.

10. Hier ist also $FI = 50000'$; $FE = 100'$. $Fc = 50'$

Daher

daher $Fc - Ei = \frac{50.100'}{50000} = \frac{1}{10}$ Fuß $= 1''$.

also ist das Perpendickel Ei nur um $1''$ kleiner als Fc; kan man folglich das Stück FE nicht als parallel mit HC ansehen? da die Abweichung von der parallelen Lage so unbeträchtlich ist? Wie würde man fast auf eine andere Art eine so genaue parallele Lage erhalten können?

11. Man siehet, daß der Gegenstand I nicht einmal so weit entlegen zu seyn brauchte, als ich angenommen habe, selbst Gegenstände, die z. E. nur eine halbe Meile ja nicht einmal so weit entfernt sind, können auf dem Felde, unter gewissen Umständen, schon zu Ziehung paralleler Linien dienen; wenigstens läst sich die Richtigkeit der parallelen Lage, in jedem Falle beurtheilen.

12. Es ist $\sin I = \frac{Fc}{FI}$, also der Winkel bekant, unter welchen sich bey I die beynahe parallelen Stücke HC, FE durchschneiden.

Da nun der Winkel I immer sehr klein seyn wird, so kan man $\sin I = I$ setzen und den Winkel I in Secunden ausdrücken, dann wird

$I = \frac{Fc}{FI} \cdot 206264$ Secunden. (Tr. S. VII)

Er.

13. Ex. Bey denen obigen Datis (9) würde

$$I = \frac{50}{50000} \cdot 206264'' = 206'', 26 =$$

3′ 26″, 26, und daher schneiden sich also die Stücken HC, FE, bey I unter einem sehr kleinen Winkel;

14. Dieses Verfahren vermittelst eines weit entlegenen Gegenstandes durch einen gegebenen Punkt F eine Linie FE, mit einer andern HC parallel zu ziehen, kan in vielen Fällen sehr brauchbar seyn. Und wir werden in der Folge einige sehr beträchtliche Vortheile davon beybringen.

15. Wenn mit H, C, die parallele FE gezogen werden soll, so muß man nach H hingehen, und untersuchen, auf welchen Gegenstand I, am entlegenen Horizonte, die Gesichtslinie HC hintrift; mit diesem Objeckte I, werden alsdann F, und E in eine gerade Linie gebracht.

16. Allein wenn man ein gutes Augenmaaß hat, und keine gar große Schärfe verlangt, so braucht man nicht einmal vorher nach H hinzugehen, um den Punkt I am Horizonte zu bestimmen der mit H, C in gerader Linie liegt. Es kan dieses selbst bey F geschehen. Man verlängere in Gedanken, die gegenüberstehende gerade Linie HC, bis an den Horizont, bemerke sich den Punkt I wo sie hintrifft, und dann setze man F und E, mit I in eine gerade Linie.

17.

Richtung HC nur nach dem bloßen Augenmaaße verlängert, nicht so genau den Punkt I bestimmen, als wenn man selbst an H und C hinausvisirte. Allein wer ein ein gutes Augenmaaß hat, und einige Fertigkeit besitzt, in Gedanken, bloß mit dem Auge gerade Linien zu verlängern, der wird selten beträchtlich fehlen. Man kan auch leicht in diesem Geschäfte sich eine Uebung erwerben.

Wenn man sich z. E. auf dem Felde bey F befindet, so wähle man ein paar Objeckte H, C z. E. ein paar Bäume, und suche nach dem Augenmaaße am Horizonte den Punkt I, der mit ihnen in gerader Linie zu liegen scheinet. Dann gehe man nach H, visire an H, C, hinaus, so wird sich finden, ob der nach dem Augenmaaße gefundene Punkt I, von denen H und C bedecket wird, und sich also in der That in der geraden Linie HIC befindet. Stellet man solchergestalt den Versuch oft an, so wird man bald eine Fertigkeit erhalten, ohne großen Fehler eine gerade Linie auf dem Felde nach dem bloßen Augenmaaße so weit man will zu verlängern, wenn sich gleich das Auge nicht selbst in der geraden Linie befindet. Man sehe hievon in Hrn. Lamberts Beyträgen zur Mathematick 1 Th. §. 37.

18. So könte also das bisherige Verfahren in dem Falle brauchbar seyn, wenn z. E. FE auf dem Felde mit HC parallel gezogen werden solte

daß man nicht nach H hinkommen, an H und C würklich hinaus visiren, und so am Horizonte die Stelle I bestimmen könte.

Einige Anwendungen des bisherigen.

§. 61. 1. Es kan sehr oft geschehen, daß bey Messung gerader Linien auf dem Felde unterwegs Hinderniße vorkommen, welche die Arbeit unterbrechen. Z. E. wenn auf der geraden Linie die man messen oder abstecken wolte, sich ein tiefer Morast befände, den man nicht durchwaden könte, oder wenn ein Gebäude der freyen Aussicht auf der geraden Linie hinderlich wäre u. s. w. In solchen Falle werden die Aufgaben (§. 59) gute Dienste leisten können.

2. Es sey also Fig. XXVIII die gerade Linie AC zu messen, und bey F sey ein Morast der die Messung unterbricht.

Ich will setzen, man sey mit der Messung von A bis a gekommen, so daß bey a sich eine ganze Kettenlänge ba, oder ein gewisser Theil der zuletzt ausgespannten Kette endiget.

3. Weil nun wegen des Hindernißes F nicht weiter in der geraden Linie AC fortgemessen werden kan, so ziehe man nach §. 59 neben der Linie AC eine parallele DE her, in einer solchen Weite von AC, daß man ohne Hinderniß auf DE hermessen

messen kan. Es wird aber gut DE so nahe neben AC herzuziehen als es der Morast F erlaubt.

4. Um also die Lage der Parallellinie DE zu erhalten, so zähle man auf der in der Richtung AC zuletzt ausgespannten Kette abrückwärts von a nach B, 3 Fuß. Nun nehme man eine Meßschnur, auf welcher aber Fusse von eben der Länge wie auf der Kette seyn müssen, fasse auf ihr eine Weite von 9 Fussen, lasse die beyden Enden dieser 9 Fuß, bey a und B fest anhalten, und spanne die Schnur nach denen Richtungen ac, Bc an, so daß ac 4 Fuß und Bc 5 Fuß wird, so erhält man nach §. 58. V bey a einen rechten Winkel Bac, und es ist ac senkrecht auf Aa.

5. Die Richtung des Perpendickels ac verlängere man bis D, so weit nämlich, daß man durch D neben den Morast die Linie DE parallel herziehen kan, und messe die Weite aD. Bey D setze man eben so, wie die Figur ausweiset, und in (4) gewiesen worden, einen rechten Winkel iDe an, so erhält man die Richtung De, die mit AC parallel ist, und welche man bis E soweit der Morast gehet verlängern kan.

6. Endlich setze man auch noch bey E einen rechten Winkel mEn an, so daß En auf DE perpendiculär stehe, und verlängere En bis r, so wird, wenn Er = Da gemacht worden, der Punkt r wieder auf die gerade Linie AC zu liegen kommen.

und man kan alsdann auf der Richtung AC von r nach C die Messung weiter fortsetzen.

Weil aber DE = ar ist, so darf man nur die Länge des parallelen Stücks DE gemessen haben, so hat man die Weite ar, welche wegen des dazwischen liegenden Morastes oder Hindernisses nicht unmittelbar gemessen werden konte.

7. Wenn die Messung einer Linie mit Maaßstäben geschiehet §. 39. und sich unterwegs ein Hinderniß vorfindet, so kan man mit einiger Veränderung, auf eine ähnliche Art verfahren.

8. Nur die zur Ziehung der Parallellinie DE nöthigen rechten Winkel wird man bequemer und richtiger auf folgende Art bestimmen können.

9. Man lasse, Fig. XXIX, ein paar glatt gehobelte, etwa 3 Fuß lange Leisten im, dh, so wie die Figur ausweiset, in einen rechten Winkel zusammenfügen. Auf der Leiste dh ziehe man nun mit aller möglichen Sorgfalt eine gerade Linie $\alpha\beta$, parallel mit der Seitenlinie dh.

Auf $\alpha\beta$ nehme man den Punkt m an, und errichte durch ihn auf $\alpha\beta$ eine Perpendiculärlinie mi; dieses kan bloß geometrisch, oder auch vermittelst eines wohl geprüften Winkelhaakens bewerkstelligt werden. Bey m und i, schlage man senkrecht ein paar Stiften ein, an die man hinausvisiren kan.

10. Nun setze man, man sey mit der Messung bis a gekommen Fig. XXVIII. Bey a, b, befänden sich ein paar Schemmel, auf denen der zuletzt angelegte Maaßstab ab ruhet.

11. Um nun an die Richtung des Maaßstabes ab eine Perpendiculärlinie aD anzusetzen, so bringe man nach c einen Schemmel hin.

12. Man nehme den in (9) und Fig. XXIX beschriebenen rechten Winkel, lege die Leiste dh genau an den Maaßstab ab Fig. XXVIII an, so daß dh längst ab, und die Leiste mi auf die beyden Schemmel a und c, längst ac zu liegen komme, und gebe wie gewöhnlich der auf a und c ruhenden Leiste mi eine horizontale Lage. Dann macht die Richtung der Leiste mi mit dem anliegenden Maaßstabe ab einen rechten Winkel, und wenn man an denen Stiften m und i (9) hinausvisirt so läst sich bey D ein Stab abstecken, und folglich auf dem Felde der rechte Winkel baD bestimmen.

13. Demnächst bestimme man genau den Punkt a, welcher von der Visirlinie im auf dem Maaßstabe ab abgeschnitten wird; so weit werden nämlich auf dem zuletzt angelegten Maaßstabe ab die Maaße genommen.

14. Hat man nun auf diese Art die Weite Aa gemessen, und auf dem Boden die Stelle bemerkt die vertical unter dem Endpunkt der gemessenen Weite Aa, oder unter dem Punkt a (13) liegt, so wird alsdann von a bis D die Messung fortgesetzt, und so wie vorhin (12) auf die Linie Aa das

Perpendickel aD gesetzt wurde, so verfähret man auch itzt bey D, und errichtet auf aD die Perpendiculärlinie DE; misset die Weite DE, setzt an E wieder den rechten Winkel mEr an und macht endlich wie in (5) Er = Da.

15. Man siehet leicht wie diese Aufgabe bey unendlichen Vorfällen brauchbar seyn kan, das Hinderniß F mag, von welcher Art man will, seyn. Z. E. F könte in einem Walde wo man mit einer Messung beschäftigt wäre, ein dicker Baum seyn, der im Wege stände. In diesem Falle würde sich die Perpendiculärlinie DE sehr nahe neben AC hernehmen lassen; Auch könte man da die rechten Winkel fast bloß durchs Augenmaaß bestimmen.

Sobald aber die Linie DE in beträchtlicher Weite von AC genommen werden muß, so ist es nöthig die zur Ziehung der Parallele DE nöthigen rechten Winkel so scharf wie möglich zu bestimmen.

16. In (4) habe ich des Beyspiels halber aB = 3 Fuß, ac = 4 Fuß, Bc = 5 Fuß genommen. Kan man die erwähnten Linien in eben dem Verhältniß noch größer machen, so wird sich dadurch der rechte Winkel bac desto genauer ergeben. Um ferner in (5) die Richtung des gefundenen Perpendickels ac bis D zu verlängern, rathe ich nicht bey a und c Stäbe hinzusetzen und an ihnen hinaus zuvisiren. Sicherer verfährt man, wenn man längst ac eine Schnur anspannt, und sie bis D hinreichen läst.

VI. Kapitel.

Vom Abtragen gerader Linien aufs Papier nebst verschiedenen Methoden sie in gegebenen Verhältnissen zu theilen.

---

§. 62. Wenn auf dem Felde eine gerade Linie, so genau als möglich, der jedesmahligen Absicht gemäß, ausgemessen worden, so muß man sie auch mit der gehörigen Schärfe aufs Papier abtragen können.

Da wir nicht im Stande sind, auf dem Papiere vermittelst der bekanten Werkzeuge, das Bild einer mathematischen Linie zu entwerfen, so müssen wir uns doch bemühen, demselben, so viel sich thun läst, nahe zu kommen. Dieses ist eine Hauptregel, die ich in der Folge immer zum voraussetze, wenn ich von Ziehung gerader Linien rede. Geschiehet dieses nicht, so unterwerfen wir uns der Gefahr auf dem Papiere nach Verhältniß weit beträchtlichere Fehler zu begehen, als bey der unmittelbaren Messung auf dem Felde.

2. Das heist: Man muß auf dem Papiere, die Punkte und Linien so zart und rein verzeichnen als es nur immer vermittelst der besten Werkzeuge geschehen kan.

3. Die Werkzeuge gerade Linien und Punkte zu entwerfen, sind so bekant, daß ich es für sehr überflüßig halte, hie eine umständliche Beschreibung derselben mitzutheilen. Man findet sie in den sogenannten Reißzeugen oder mathematischen Bestecken. Nur muß ich von den nöthigsten Vollkommenheiten gedachter Werkzeuge kürzlich einiges beybringen.

4 Die Güte eines Handzirkels bestehet darinnen: Erstlich daß die Spitzen desselben von gehärteten Stahl und sehr scharf sind. Zweitens daß sich die Schenkel des Zirkels im sogenannten Kopfe desselben um ein stählernes Gewinde herumdrehen. Drittens daß dieses Gewinde so beschaffen sey, daß sich zwar die Schenkel sehr sanft, geschmeidig und gleichförmig eröfnen lassen, aber doch auch aus der Lage worin sie einmal gebracht sind sich nicht leicht wieder verrücken. Man pflegt daher sich auch eines Schlüsselgens zu bedienen, das Gewinde mehr oder weniger anzuziehen, wenn es darum zu thun ist, die Schenkel in einem beliebigen Winkel sehr fest zu erhalten. Viertens. Wenn man die Schenkel zusammen legt, so müssen die Spitzen des Zirkels genau in einen gemeinschaftlichen sehr feinen Punkt zusammen treffen.

5 Es ist bey practischen Arbeiten vortheilhaft verschiedene Gattungen von Handzirkeln zu besitzen. Einige davon müssen so eingerichtet seyn, daß sich der eine Fuß herausnehmen, und statt

dessen

dessen ein Einsatz zum Bleystift, oder eine mit einem Gelenk versehene Reisfeder hineinfügen läst.

6. Man braucht die Zirkel überhaupt, sowohl Figuren abzutragen und zu verzeichnen, als auch Linien einzutheilen. In letzterer Absicht, sind die sogenannten Federzirkel sehr vortheilhaft. Die Gestalt eines solchen Federzirkels ist ohngefähr aus fig. XXX zu ersehen.

Daselbst ist statt eines gewöhnlichen Zirkelgewindes, das Stück ABCDEG von gehärteten Stahl; nämlich der obere Theil CDE, ist ein breites in einen Bogen gekrümtes elastisches Stück, eine Feder, an welcher auf beyden Seiten die Schenkel CA EG heruntergehen, in die wie gewöhnlich, die Füsse des Zirkels AL, GM eingesenket werden BF ist ein mit feinen Schraubengängen versehener Zirkelbogen, der an dem einen Schenkel CA, bey B befestiget ist, durch den andern Schenkel EG aber durch eine ihm gemäße Oefnung gehet. H ist aber eine Schraubenmutter. Nachdem man nun diese rechts oder links herumdrehet, so treibt sie die Schenkel CL, EM näher zusammen, oder weiter von einander, und die elastische Kraft des in den Bogen gespannten Stücks CDE, welche beständig die Schenkel CL, EM auseinander zu treiben strebt, trägt vieles dazu bey, daß auch die geringste Umdrehung der Schraubenmutter H, die Entfernung der beyden Spitzen L, M, verändert,

und man also die Endpunkte einer abzutragenden Linie sehr genau zwischen die beyden Spitzen L, M fassen kan. Wenn man also einen solchen Federzirkel besitzt, so wird solcher zur Eintheilung gerader Linien vortrefliche Dienste leisten.

7. Man gebraucht auch die sogenannten Haarzirkel, zu dieser Absicht. Man findet die Beschreibung davon in Leupolds Theatr. Mach. Geom. §. 287. Ich halte indessen den (6) beschriebenen Federzirkel für richtiger und zuverläßiger, als den Haarzirckel, welcher gar leicht wandelbar wird.

8. Die Güte einer Reisfeder bestehet darinnen wenn ihre gegeneinander überstehende Plättlein, oder Backen, von gleicher Länge, nicht stumpf, aber dabey auch nicht zu scharf sind. Die Erfahrung muß entscheiden, wenn man sie probieret; je eine zärtere und reinere Linie man damit ziehen kan, desto vollkommener ist sie, und man muß ihr mit einer zarten englischen Feile, und einem Oelsteine, worauf man sie schleifet, zu Hülfe kommen, bis sie die gehörige Vollkommenheit hat. Beym Gebrauche senket man die Spitze der Reisfeder, in einer zerlassenen guten indianischen Tusche ein, und ziehet hierauf längst eines Linials gerade Linien damit auf dem Papiere her. Dabey ist aber zu bemerken, daß man allemal die Platte der Reisfeder, welche längst der Schärfe des Linials fort beweget wird, vorher abwische, weil

man

man sich sonst der Gefahr aussetzen würde Flecken aufs Papier zu bringen. Die Uebung wird hiebey die beste Lehrmeisterin seyn.

9. Die Vollkommenheit eines Linials bestehet darinnen, wenn dessen Schärfen genau in eine gerade Linie gebracht sind. Man verfertigt sie von guten trockenen Linden Buxbaum und geschwärtzten Ebenholze, wie auch von Messing, Elfenbein u. s. w. die von Metall beschmutzen das Papier. An besten sind die von Ebenholtze, weil sich solche nicht leicht werfen.

10. Um die Schärfe, oder diejenige schmale Seitenfläche des Linials, längst welcher nähmlich die gerade Linien hergezogen werden, vollkommen eben und gerade zu machen, habe ich folgendes Mittel für gut befunden. Ich besitze ein ziemlich langes Stück von einem zerbrochenen Spiegel: auf dieses streue ich etwas feinen Schmergel oder Uhrsand, benetze ihn mit Wasser, und schleife nun die schmale Seitenfläche des Linials auf dieser Platte ab. Man muß aber während des Schleifens immer nach einerley Richtung hin und herfahren, und soviel als möglich gleich stark und senkrecht aufdrücken, damit nähmlich die abzuschleifende Fläche von dem Sande an allen Stellen gleich stark angegriffen werde. — Man könte auch, um das hiebey schädliche Wanken, oder den ungleichen Zug zu verhüten, mehrere Liniale auf einmal abschleiffen. Man legt ihre brei-

ten

ten Seitenflächen an einander, so daß die schmalen insgesamt in eine Ebene fallen, und so auf der Platte hin und hergeführt und abgeschliffen werden; oder man liesse sich viereckigte prismatische glatt gehobelte Stäbgen verfertigen, legte sie an die breitern Seitenflächen des Linials, und führe so zugleich auf der Platte mit ihnen her. Auf diese Art ist die abzuschleifende Fläche größer, und ein Ungeübter setzt sich nicht so leicht der Gefahr aus, während des Schleifens von einer Seite auf die andere zu wanken.

Wenn nun das Schleifen der Liniale einige Zeit fortgesetzt worden, und man bemerkt, daß der Sand ziemlich fein geschliffen, auch solcher die abgeschliffenen Flächen der Liniale an allen Stellen gleich stark angegriffen hat, so trockene man die Liniale ab, reinige sie von dem anhängenden Sande, und fahre alsdann mit einem Stückgen Tuch an der abgeschliffenen Fläche, so lange hin und her, bis sie durch das Reiben vollkommen trocken geworden, und einen Glanz bekommen hat.

Auf diese Art erhalte ich die schmale Seitenfläche eines Linials vollkommen eben und gerade, so daß wenn ich dergleichen abgeschliffene Flächen zweyer Liniale auf einander lege, und sie gegen das Licht halte, sie sich vollkommen decken, und nicht geringsten leeren Raum zwischen sich lassen.

Wer ein solches Spiegelglas nicht besitzet, der lasse sich ein paar etwa 18 Zoll lange, 4 Zoll breite, und 1 Zoll dicke Platten von Eichenholz verfertigen, und sie glatt abhobeln. Hierauf schleife man sie mit Uhrsand auf einander ab, bis sie vollkommen eben geworden, und dieser hölzernen Platten bediene man sich alsdann, statt einer Spiegelplatte, um die Liniale darauf abzuschleifen.

11. Die gewöhnliche Methode, sich von der Richtigkeit eines Linials zu versichern, bestehet darinnen, daß man auf dem Papiere längst des Linials eine Linie ziehet, wie z. E. in Fig XXXI längst des Linials MNOP die Linie rns; hierauf das Linial MNOP umkehret, so daß N nach N′, M nach M′, O nach O′ und P nach P′, zu liegen komme, und dann längst eben der Schärfe, neben der zuerst gezogenen Linie rns, wieder eine Linie rns ziehet. Wenn nun diese beyde Linien rns, rus, in eine zusammenfallen, und keine Höhlungen wie hier z. E. bey n und n geschiehet, zwischen sich lassen, so wird die Seite oder Schärfe, des Linials, bey der man diesen Versuch angestellet hat, zum Gebrauche gut seyn. Im entgegengesetzten Falle aber ist das Linial nicht zu gebrauchen, und muß also vorher (nach 10) abgeschliffen werden.

12. Die hölzernen rechtwinklichten Dreyecke, und Winkelhaacken, so wie man sie gewöhnlich auch in denen Reiszeugen antrift, dienen

zu

Ziehung paralleler und senkrechter Linien. Die nothwendigste Erforderniß guter Winkelhaaken oder Dreyecke, wenn man sie zu Ziehung der Perpendiculärlinien gebrauchen will, bestehet darinnen, daß der rechte Winkel an diesen Werkzeugen, alle nöthige Genauigkeit habe. Es giebt unterschiedene Methoden, sich von der Richtigkeit eines Winkelhaackens zu versichern.

Folgende Methode scheinet mir die richtigste und bequemste zu seyn. Man lege den einen Schenkel des Winkelhaackens oder des rechtwinklichten Dreyecks hbc (Fig. XXXIII) genau an die Schärfe ik eines wohlgeprüften Linials; drücke das Linial mit dem Daumen fest ans Papier, und ziehe darauf mit aller möglichen Sorgfalt genau längst des andern Schenkels hb, eine feine Linie auf das Papier. Nun lasse man das Linial in unverrückter Lage, und kehre den Winkelhaacken um, so daß der Schenkel bc nach der Richtung bC zu liegen komme. Wenn nun bey der jetzigen Lage des Winkelhaackens hbC, der Schenkel hb, wieder genau mit der vorhin auf dem Papiere gezogenen Linie zusammentrift, oder mit ihr parallel läuft, so ist der Winkelhaacken richtig, und in der That der Winkel, den beyde Schenkel hb, bc mit einander machen, ein rechter. Geschiehet dieses aber nicht, so bedarf der Winkelhaaken einer Verbesserung. Es wird sich auch leicht aus dem Grunde dieses Verfahrens beurtheilen lassen, ob der Winkel

thoden findet man übrigens auch in Hrn. P. Helsenzrieders Geodäsie. §. 193. ꝛc.

Ein anderes Verfahren ist noch dieses; daß man nähmlich auf einer ebenen Fläche, auf einem ausgespannten Papiere, oder noch besser auf einer polierten Kupferplatte, nach denen bekanten geometrischen Methoden genau einen rechten Winkel verzeichnet, alsdann beyde Schärfen des Winkelhaackens an die Schenkel des rechten Winkels anlegt, und prüfet ob sie damit zusammentreffen, und wenn dieses nicht geschiehet, alsdann durch Abschaben oder Schleifen, die Schenkel des Winkelhaackens verbessert, bis sie den gehörigen rechten Winkel mit einander machen.

13. Das gewöhnliche Parallellinial, welches aus zwey beweglichen, und mit gleich langen Gelenken verbundenen Linialen bestehet, ist von sehr eingeschränktem und wandelbaren Gebrauche. Am besten und zuverläßigsten geschiehet die Ziehung paralleler Linien vermittelst eines guten Linials und Dreyecks, wie ich bald zeigen werde.

14. Man findet einige zusammengesetztere Gattungen von Parallellinialen, bey welchen man zugleich die Absicht erreichen will, Parallellinien gleich in einer beliebigen Weite zu ziehen, ohne sie erst mit einem Zirkel von einem Maaßstabe ab-

zu-

zufassen. Man findet einige Beschreibungen und Abrisse davon in Leupolds *Theatro Mach.* §. 312. 321. 322.

15. Die meisten dieser Vorrichtungen sind unnütz und erreichen den Endzweck (14) nicht aufs bequemste und richtigste.

14. Folgende Einrichtung scheinet mir zur Ausübung bequem und einfach zu seyn. S. die XXXII Fig. daselbst sind ABC, DEF ein paar rechtwinklichte hölzerne Dreyecke von gleicher Größe und Dicke. Ihre längern Seiten BC, EF sind etwa einen Fuß, die kürzern AB, DE aber 4 bis 6 Zoll lang; dann haben diese Dreyecke eine ansehnliche Größe wie erfordert wird.

Die Schenkel AB, BC, DE, EF kan man mit meßingenen Platten überlegen lassen, und Abtheilungen auf sie verzeichnen, wie die Figur zeigt.

Auf die längern Schenkel oder Seiten BC, EF kan man nach Gefallen eine gewisse Anzahl gleicher Theile absetzen: z. E. Zehntheile eines Zolles.

Damit sich aber noch kleinere Abtheilungen erhalten lassen als unmittelbar auf BC, EF verzeichnet sind, so dienet jeder kürzere Schenkel DE, AB, denen größern BC, EF als Nonius oder Vernier. Die Art dieser Vorrichtung soll unten (§. 76) erklärt werden, und erinnere hie nur noch dieses. Wenn die Seitenfläche DE,

längst

so lassen sich längst EF Parallellinien ziehen, die entweder gleich weit, oder nachdem auf BC von dem Nonio DE, die Abtheilungen abgeschnitten werden, in jeder beliebigen Entfernung von einander abstehen. Und eben so kan man auch längst BC Parallellinien in beliebigen Weiten von einander ziehen, wenn die lange Seite EF des Dreyecks DEF, an die kürzere AB gelegt, und alsdann das Dreyeck ABC längst EF herunter geschoben wird.

17. Durch diese Verbindung zweyer rechtwinklichten Dreyecke erreicht man also bequem die Absicht (14). Auch kan dieses Werkzeug, wie ich in der Folge zeigen werde, noch zu verschiedenen andern Arbeiten und Endzwecken nützlich seyn.

18. Der geschickte und scharfsinnige Mechanikus Hr. Brander in Augspurg verfertigt ebenfalls Paralielliniale von großer Vollkommenheit. Sie sind auch so eingerichtet, daß sich sogleich Parallellinien in beliebigen Weiten ziehen lassen. H. Br. erinnert aber, daß sein Werkzeug mit großer Genauigkeit und Sorgfalt verfertiget werden müsse, wenn es den erwünschten Endzweck erreichen soll. Er erwähnet dieser Parallelliniale in seiner Beschreibung eines Systems von Maaßstäben am Ende pag. 30. Ich habe nie ein Parallellinial von ihm gesehen, auch befin-

der sich um d. D. seine nähere Beschreibung und Abriß davon.

19. Da die Ziehung paralleler und senkrechter Linien in der Ausübung oft vorkömt, so sollen folgende zwo Aufgaben, kürzlich den Gebrauch der rechtwinklichten Dreyecke zu dieser Absicht erläutern.

Es giebt zwar in der theoretischen Geometrie sehr viele Methoden, bloß durch Zirkel und Linial parallele und senkrechte Linien zu ziehen; aber obgleich die reinen geometrischen Auflösungen immer die richtigsten sind, so kan man sie dennoch in der Ausübung nicht mit Vortheil da gebrauchen, wo man geschwind zu Werke gehen will.

Aufgabe.

§. 63. Auf einer, vorgegebenen Linie vermittelst des Dreyecks oder Winkelhaakens eine Perpendiculärlinie aufzurichten.

Aufl. Man lege den einen Schenkel des rechten Winkels an die vorgegebene Linie genau an, und ziehe längst des andern auf dem Papiere eine gerade Linie herunter, so wird diese auf der erstern senkrecht stehen.

Aufgabe.

§. 64. Mit einer gegebenen Linie ACG, Fig. XXXIII durch einen gegebenen Punkt F eine parallele zu ziehen.

Aufl.

Aufl. Man lege die Hypothenuse HC des Dreyecks HBC genau an die Linie AG an.

Dann nehme man ein Linial ik, lege dessen Schärfe an den Katheten BC an, drücke es fest ans Papier, damit es sich nicht verrücke, und schiebe nun das Dreyeck HBC an dem Liniale fort, daß solches in die Lage hbc kömt, wo die Hypothenuse hc durch den gegebenen Punkt F gehet. Hierauf ziehe man längst hc eine Linie, so wird diese mit AG gleichlaufend seyn. Denn es ist der Winkel HCB = hcb.

Es geschiehet oft, daß das Linial nicht lang genug ist, und man also das Dreyeck nicht ganz bis an den Punkt hinschieben kan, wie wenn durch O eine parallele gezogen werden solte.

In diesem Falle schiebe man erstlich das Dreyeck so weit fort als es angehet. Z. E. bis in die Lage hbc. Hierauf drücke man das Dreyeck ans Papier, und schiebe das Linial längst des Katheten bc weiter herauf. So erhellet, daß man alsdann im Stande seyn wird, längst des Linials das Dreyeck weiter fortzuschieben, bis an den Punkt O.

Es kan sich zutragen, daß das Dreyeck nicht ausreicht, wie wenn man durch L die parallele ziehen wollte. In diesem Falle wenn das Dreyeck bis in die Lage hbc fortgeschoben worden, nehme man das Linial ik, lege es an den andern Kathe-

ten hb und schiebe alsdann das Dreyeck längst desselben fort, so wird man bis an den Punkt L hinkommen können. So lassen sich die Aufgaben, Parallellinien zu ziehen, bequem vermittelst eines Dreyecks und Linials, oder auch zweyer Dreyecke, wo das eine als Linial dienet, auflösen.

Des hiesigen Hrn. Oberbaukomis. **Müllers** Dissertatio de recta Normae applicatione. Goett. 1752 zeiget wie man die Dreyecke noch zu vielen andern Absichten sehr vortheilhaft bey geodätischen Zeichnungen gebrauchen könne.

Aufgabe.

§. 65. Einen verjüngten Maaßstab zu verfertigen, vermittelst dessen man, die auf dem Felde gemessenen Linien ins kleine aufs Papier tragen, und überhaupt Linien in g gebenen Verhältnissen theilen kan.

Aufl. I) Ehe ich die Zeichnung dieses Maaßstabes erkläre, erinnere man sich aus der Geometrie folgenden Satz. Wenn Fig. XXXIV mon ein Dreyeck ist, dessen Seitenlinie on in eine gewisse Anzahl gleicher Theile getheilt worden, und man ziehet durch die Theilpunkte die Linien a1, b2, d3 u. s. w mit mn gleichlaufend so ist

oa : on = a1 : mn

ob : on = b2 : mn

II)

II) Wäre daher z. E. on in 10 gleiche Theile getheilet und z. E. mn = 1 Fuß, so würde

oa : on = 1 : 10 = a1 : mn also

$a1 = \frac{1}{10}$ mn = $\frac{1}{10}$ Fuß = 1 Zoll,

ob : on = 2 : 10 = b2 : mn also

$b2 = \frac{2}{10}$ mn = $\frac{2}{10}$ F. = 2 Zoll

und eben so

$c3 = \frac{3}{10}$ mn = $\frac{3}{10}$ F. = 3 Zoll u. s. w.

Und so erhielte man sehr bequem Theile der vorgegebenen Länge mn.

III) Nun sey (Fig. XXXV. A) a II eine gerade Linie auf dem Papiere. Man setze auf sie eine gewisse Anzahl gleicher Theile aO = O1 = 1. II u. s. w. und lasse einen solchen Theil auf dem Papier eine Ruthe bedeuten.

IV) Man theile die äuserste Ruthe aO in 10 gleiche Theile, welches man durch Versuche bewerkstelligen kan, so ist ob = $\frac{1}{10}$ Ruth. = 1 Fuß, Oc = $\frac{2}{10}$ R. = 2 Fuß u. s. w.

V) Da nun meistens auf dem Papiere die Theile auf aO sehr klein ausfallen, so würde es Schwürigkeit haben diese Theile wieder unmittelbar noch weiter in Zolle einzutheilen; man bedienet sich daher des Satzes (1) mit Vortheil auf folgende Art.

VI) Durch a errichte man auf a II eine Perpendiculärlinie aα (§. 63) setze auf sie 10 willkürliche kleine Theile von a nach 1 von 1 nach 2 u. s. w. Ziehe durch 1, 2, 3, u. s. w. wie die Figur ausweiset Parallelen mit der Grundlinie a II (§. 64) durch O, I, II, u. s. w. auch mit aα Parallelen.

VII) Von α nach dem nächsten Theilpunkte bey a, nähmlich nach k ziehe man eine schiefe Linie αk herunter, und mit αk durch die übrigen Theilpunkte auf aO, die Parallelen βi; γh u. s. w. unter welchen Om die letzte ist.

VIII) So erhält man am Ende ein schmales Dreyeck Omn wie in Fig. XXXIV. in welchem mn = $\frac{1}{10}$ αn = $\frac{1}{10}$ aO = 1 Fuß ist. Weil nun On vermittelst der mit a II parallel gezogenen Linien in 10 gleiche Theile getheilet wird, so ergeben sich in dem schmalen Dreyecke Omn, von mn nach O herunter solche Transversalstückgen wie in Fig. XXXIV, die also Zehentheilgen der Linie mn oder eines Fusses, mithin Zolle vorstellen werden. (11)

IX) So hat man also auf dem Papiere einen kleinen Maaßstab A, der auf eben die Art Ruthen, Fusse und Zolle enthält, wie das Maaß dessen man sich auf dem Felde bedienet hat.

X) Es erhellet wenn OI, I. II. u. s. w. Fuße vorstellen, so bedeuten die Theile auf aO Zolle,

und

und die Querstückgen in dem Dreyecke Omn, Linien.

XI) Hätte man von O gegen die rechte Hand zu 10 Ruthen abgesetzt, so bekäme man eine Länge, von der sind die Theile OI, u. s. w. Zehentheilgen, die Stücken auf aO Hundertheilgen, und die Querstückgen in dem Dreyecke Omn, Tausendtheilgen; So lehret also dieses Verfahren überhaupt eine Linie in 1000 Theile zu theilen, und ein solchergestalt eingerichteter Maaßstab heist ein tausendtheiliger Maßstab, dessen Gebrauch von häufiger Anwendung ist.

XII) Wolte man einen Maaßstab für die 12theiligte Eintheilung verfertigen, so darf man nur überal, da wo man bisher 10 Theile hingesetzt hat, zwölf dergleichen hinsetzen.

XIII) Bey B, C, D finden sich noch einige andere Gattungen von Maaßstäben, die aus der Zeichnung zulänglich verständlich seyn werden. Bey B, sind aO, OI, I. II Ruthen, und die Querstückgen in dem Dreyecke PMO, nach der Ordnung von O nach PM heraufgerechnet, die einzeln Fusse. Bey C ist oben Bm bey 5 halbiret, und es sind a5, O5 gezogen; also ist m5 $= \frac{1}{2}$ mB $= \frac{1}{2}$ aO $= \frac{1}{2}$ Ruthe $=$ 5 Fuß, und folglich weil auf aB, 5 gleiche Theile abgesetzet worden,

$$d\,1 = \tfrac{1}{5}\,m5 = \tfrac{1}{5}\,.\,5 \text{ Fuß} = 1 \text{ Fuß}$$
$$c\,2 = \tfrac{2}{5}\,m5 = \tfrac{2}{5}\,.\,5 \text{ Fuß} = 2 \text{ Fuß}$$

u. s. w.

Eben so ist auch $\alpha 6 = a\,4 = 4$ Fuß. Mithin $a6 = a\alpha - \alpha 6 = 10$ Fuß $- 4$ Fuß $= 6$ Fuß. Und eben so wegen $\beta 7 = 3$ Fuß; $\gamma 8 = 2$ Fuß; $d9 = 1$ Fuß, wird nach der Ordnung $b7 = 7$ Fuß; $c8 = 8$ Fuß; $d9 = 9$ Fuß. Diese Einrichtung des Maaßstabes C ist sehr bequem.

Anmerkung.

§. 66. 1. Wenn man die bisher beschriebenen Maaßstäbe auf dem Papier verfertiget, so muß man Sorge tragen, die Theilpunkte mit denen Zirkelspitzen, so zart als möglich anzugeben; auch muß man, wenn mit dem Zirkel die Maasse abgenommen werden, niemals die Spitzen desselben ins Papier einstechen, weil sonst der Maaßstab gar bald unbrauchbar und unrichtig würde.

2. Aus dieser Ursache bedienet man sich lieber solcher Maaßstäbe, die auf Elfenbein, Birnbaumholz oder Messing verzeichnet sind. Man findet sie ebenfalls in denen mathematischen Bestecken.

3. Man kan auch mit leichter Mühe selbst auf einer wohlpolirten messingenen oder kupfernen Platte, dergleichen Maaßstäbe, von verschiedener Größe, einstechen, und solche zum Gebrauche ver-

verwahren. Man braucht sich nur etwas wenig in dergleichen Arbeit zu üben, so wird man es gar bald zu einer Fertigkeit bringen. Um die Linien ins Metall einzuschneiden, bediene ich mich eines guten englischen Federmessers, dessen Spitze von Stahl, und sehr scharf abgeschliffen ist. Nachdem die Linien eingeschnitten sind, polirt man das Rauhe von der Platte ab, und überziehet sie mit einer Druckerschwärze, nach deren Wegwischung alsdann sehr zarte Linien auf der Platte stehen bleiben.

4. In Marinoni Buche *de re ichnographica* (*Viennae* 1751) pag. 46 findet sich ein sehr bequemes und einfaches Werkzeug Linien in sehr nahen Entfernungen, mit einander parallel und sehr zart ins Metall einzuschneiden.

Auch in Hrn Helfenzrieders Geodäsie (Ingolstadt und Augspurg 1775) p. 81 ist ein zu dieser Absicht angegebenes Instrument.

5. Man hält den Tycho de Brahe' für den Erfinder des verjüngten Maaßstabes: eigentlich ist es aber wohl Joh. Hommel ehemaliger Prof. der Mathem. zu Leipzig, aus dessen Unterrichte Tycho de Brahé ums Jahr 1553 zuerst diese Abtheilung gerader Linien gelernt hat.

Aufgabe.

§. 67. Den Gebrauch des verjüngten Maaßstabes zu erklären.

Aufl. I) Gesetzt man wolle von dem verjüngten Maaßstaabe A (Fig. XXXV.) eine Länge z. E. von 2° 8′ 6″ mit dem Zirkel fassen, und aufs Papier tragen.

Um dieses zu leisten, so zehle man von O nach II, erstlich die 2° ab: hierauf setze man die eine Zirkelspitze in den Punkt y, welcher nähmlich der Durchschnittspunct des Perpendickels II. M, mit derjenigen Parallellinie 6y ist, welche auf aα, durch den Theilpunkt 6 durchgehet, so findet sich auf dieser Parallele in dem Dreyecke mnO das Querstückgen $l\eta = 6''$. Nun lasse man die Zirkelspitze in y unverrückt, und eröfne den Zirkel so weit bis dessen andere Spitze, auf der vorerwähnten Parallele bis an den Durchschnitt t hinreicht; dieser Punkt t ist nähmlich der Durchschnitt, der obgedachten Parallelle 6y, mit der schiefen Linie βi, die auf aO, die Weite Oi = 8 Fuß abschneidet.

So wird die Weite $ty = 2° 8′ 6''$ seyn. Denn es ist $ty = y\eta + \eta l + lt = O II + l\eta + Oi = 2° + 6'' + 8'$, oder 2° 6′ 8″.

Diese gefundene Weite zwischen beyden Zirkelspitzen kan man nun aufs Papier hinsetzen.

II)

II) Umgekehrt, wäre auf dem Papiere eine Weite vorgegeben, deren Größe man nach dem verjüngten Maaßstabe bestimmen wolte, so fasse man diese Weite mit dem Zirkel, behalte den Zirkel in unveränderter Oefnung, und suche ein solches Perpendickel z. E. II M auf, daß wenn die eine Zirkelspitze in einen gewissen Theilpunkt z. E. in y eingesetzt wird, die andere Spitze innerhalb des Raumes a∝On in einen solchen Durchschnittspunkt t hinfällt, der mit y in einer geraden Linie ty liegt, die mit der Grundlinie a 11 parallel gehet. Alsdann kan man die Weite ty auf dem verjüngten Maaßstabe in Ruthen, Fussen und Zollen bestimmen.

Zusatz.

§. 68. Wäre der Maaßstab A ein tausendtheiligter, (§. 65 XI) so würden die 2° 8′ 6″ (§. 67 I) zu gleicher Zeit so viel bedeuten, als 286 Tausendtheilgen derjenigen Länge, die von O gegen die rechte Hand zu abgesetzt worden, und die = 10. OI ist; oder 10° beträgt.

Aufgabe.

§. 69. Vermittelst des verjüngten Maaßstabes, Linien von gegebenen Verhältnissen aufs Papier abzutragen oder sie auch in gegebenen Verhältnissen zu theilen.

Aufl. 1) Diese Aufgaben kommen in der Ausübung häufig vor, und aus dieser Ursache muß ich ihrer hier erwähnen.

Gesetzt man soll ein paar Linien aufs Papier hintragen, die sich wie 512:618 verhalten. Um dieses zu leisten nimt man von dem tausendtheiligten Maasstabe 512 Theile, oder nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche 5° 1′ 2″ ab, und setzt sie aufs Papier; eben so fasset man die Weite 6°1′8″ und setzt sie ab, so hat man auf dem Papiere ein paar Linien die sich wie 512:618 verhalten.

II) Wäre das Verhältniß der abzutragenden Linien durch so große Zahlen gegeben (z. E. wenn das Verhältniß wie 5102:6733 wäre) daß man solche von dem tausendtheiligten Maaßstabe nicht bequem abtragen kan, so muß man entweder versuchen, nach denen gewöhnlichen Regeln, das vorgegebene Verhältniß durch kleinere Zahlen auszudrücken, oder wenn dieses nicht angehet, beyde Glieder des Verhältnisses mit einer dritten Zahl gemeinschaftlich dividiren, damit man wenigstens ein paar andere ganze Zahlen bekömt, die beynahe das vorgegebene Verhältniß unter sich haben, und sich von dem Maaßstabe abtragen lassen.

Z. E. Man dividire beyde Glieder des Verhältnisses 5102:6733 mit 10, so ist das vorgegebene Verhältniß wie 510, 2:673, 3 also beynahe

wie

wie 510:673 welches letztere man also von dem Maaßstabe abtragen kan.

Es erhellet nähmlich daß man ein vorgegebenes Verhältniß, von einem tausendtheiligten Maaßstabe auch nur höchstens bis auf tausendtheiligen genau abtragen kan, vorausgesetzt, daß der Maaßstab die gehörige Vollkommenheit habe, und man alle nöthige Vorsichten, im Einsetzen der Zirkelspitzen beobachtet.

III) Soll eine Linie AD Fig. XXXVI, in so viel Theile als man will getheilet werden, die gegebene Verhältnisse. Z. E. wie 13 : 14 : 20 unter einander haben, so trägt man auf eine durch A nach Gefallen gezogene gerade Linie Ad, von A nach b, 13 Theile, von A nach c, 13 + 14 oder 37 Theile, von A nach d, 13 + 14 + 20 oder 57 Theile, von dem Maaßstaabe ab; ziehet durch D, d, eine gerade Linie, und mit ihr durch b. c, die Parallelen Cc, bB (§. 64) so werden die Stücke AC, BC, CD, sich verhalten wie Ab:bc:cd oder wie 13:14:20.

IV) Wer die Ziehung paralleler Linien vermeiden will, der kan auch AD, bloß durch Rechnung, oder arithmetisch, theilen. Man fasse die Weite AD mit dem Zirkel und trage sie auf den Maaßstab: Gesetzt man fände AD = 5° 0′ 4″ oder 504 Theile. Diese Zahl theile man in drey Theile, die sich verhalten wie 13:14:20. Dies

geschie-

geschiehet nach der gewöhnlichen Regel auf folgende Art:

Man addire die vorgegebenen Verhältnißzahlen 13, 14, 20 zusammen, suche zu dieser Zahl 47, zur Zahl 504 und zu jeder einzeln Zahl 13, 14, 20, nach der Ordnung die 4te Proportionalzahl;

$$47 : 504 = 13 : 139\ \tfrac{19}{47}$$
$$47 : 504 = 14 : 150\ \tfrac{6}{47}$$
$$47 : 504 = 20 : 214\ \tfrac{22}{47}$$

so ist $139\ \frac{19}{47} + 150\ \frac{6}{47} + 214\ \frac{22}{47} = 504$, und die drey Stücken, in welche 504 zerleget worden, verhalten sich wie 13 : 14 : 20.

Man trage also auf AD von A nach B 139 $\frac{19}{47}$ Theilgen des verjüngten Maaßstabes; weil sich aber die $\frac{19}{47}$ nicht gut abnehmen lassen, so setzt man bloß von A nach B 139 Theile oder 1° 3′ 9″ und von B nach C 150 Theile oder 1° 5′ 0″ so wird AD, so genau in dem Verhältniß 13 : 14 : 20 getheilet seyn, als man es in der Ausübung verlangen kan.

V) Ich wolte rathen allemahl lieber nach III die Linie AD einzutheilen, weil man da nicht nöthig hat, solche kleine Brüche wie in IV wegzulassen.

Ich muß aber hiebey noch folgendes errinnern:

1) Es ist nicht nothwendig daß man von dem verjüngten Maaßstabe gerade die Zahlen 13, 14, 20 (III) selbst abnimt; man könte auch andere Zahlen

len oder Theile abnehmen, die sich nur verhalten müssen wie die 13, 14, 20. Z. E. man könte jede von den Zahlen 13, 14, 20 mit einer gewissen dritten Zahl erst multipliciren, z. E. mit 10, von dem Maaßstabe alsdann von A nach b 130 Theile von A nach c, 140 Theile, und von A nach d 200 Theile absetzen, und hierauf mit Dd die Parallelen ziehen.

Dieses dienet dazu, daß, wenn die gegebenen Zahlen gar zu klein sind, und sich folglich nicht bequem, mit den Zirkel auf dem Maaßstabe fassen lassen, man statt ihrer, größere Zahlen bekömt, die in eben dem Verhältniß stehen, sich aber bequemer abtragen lassen.

2. Muß man den Winkel DAd nicht gar zu klein annehmen, weil sich sonst bey A die Linien Ad, AC, zu sehr an einander fortschleifen, und daher Unrichtigkeiten zu besorgen sind.

VI) Solte eine Linie wie AG (Fig XXXVII) in lauter gleiche Theile, z. E in 6 eingetheilet werden, so fasse man ihre Weite AG, und trage sie auf den Maaßstab. Gesetzt man fände für sie 864 Theile. Hievon ist der 6te Theil = 144 Th. Man nehme also von dem Maaßstabe 144 Theile oder 1° 4′ 4″, und trage sie nach der Ordnung von A bis B, von B bis C u. s. w. so wird AG in 6 gleiche Stücke getheilet seyn.

VII)

VII) Hätte man die 144 Theile nicht sehr genau von dem Maaßstabe abgenommen, und man trüge sie nach der Ordnung von A nach B von B nach C u. s. w. mit beständiger Umwendung des Zirkels, so würde bey jeder Umwendung desselben, oder bey jedem Theile AB, BC u s. w. ein kleiner Fehler begangen, alle diese Fehler würden sich häufen, und am Ende eine große Unrichtigkeit verursachen, so daß sich der letzte Theil selten bey G endigen wird, wo die ganze Linie zu Ende ist. Damit sich also die Fehler nicht häufen, so verfährt man richtiger auf folgende Art. Man trägt von A bis B erstlich 144 Theile, dann von A bis C, 2. 144 oder 288 Theile, von A bis D, 3. 144 oder 432 Theile u. s. w. so kommen endlich von A bis G, 6. 144, oder 864 Theile, und indem solchergestalt immer aus einem Punkte A aufgetragen wird, so können sich die Fehler nicht häufen, und die Linie AG wird auf diese Art weit richtiger getheilet werden. Eben dieses ist die Ursache warum in III, die Theile 13, 14, 20 nicht nach der Ordnung von A bis b, von b bis c, von c bis d aufgetragen, sondern von A bis b erst 13, dann von A bis c, 37, und endlich von A bis d 47 Theile abgesetzet wurden.

VIII) Diese Methode (VII) eine Linie in eine beliebige Anzahl gleicher Theile zu theilen, ist in der Ausübung weit bequemer, als die gewöhnliche Euclidische Methode, die in der Elementar-

geome-

Geometrie gebliesen wird (*). Auch ist sie nicht denen Fehlern unterworfen, die bey Ausübung der Euclidischen Methode vorfallen können, wenn man die dabey nothwendigen Parallellinien nicht sehr genau ziehet. Indessen ist aber die letztere auch oft von großen Nutzen; wenn man z. E. keinen verjüngten Maaßstab bey der Hand hat, oder eine Linie nicht in gar viele Theile getheilt werden soll.

IX) Die practischen Feldmessen theilen, besonders kleine Linien auch oft nur blos durchs Augenmaaß oder durch Versuche. Dieses gehet besonders dann desto bequemer von statten, wenn die Anzahl der Theile sich in Factoren zerfällen läst. Z. E. solte eine Linie in 12 Theile getheilet werden, so theilet man sie erst in 3 Theile, und dann jedes Drittel wieder in 4 Theile.

X) Wenn man vermittelst des tausendtheiligsten Maaßstabes, ein paar Linien aufs Papier absetzen wolte deren Verhältniß irrational wäre. Z. E. wie $\sqrt{7} : \sqrt{5}$, so muß man das vorgegebene Verhältniß erstlich beynahe durch ein rationales ausdrücken. Dies geschiehet wenn man die Wurzeln würklich ausziehet, und dann der herauskommenden Werthe ihr Verhältniß in ganzen Zahlen, von dem Maaßstabe abträgt.

Z. E.

(*) S. Kästners Anf. d. Geom. u. Arith. Gött. 1774. das. Geom. 29 Satz.

z. E. $r7 = 2,64$ beynahe
$r5 = 2,23$ beynahe
also beynahe $r7 : r5 = 2,64 : 2,23 = 264 : 223$.

Man nimt also nur das Verhältniß der ganzen Zahlen 264 : 223 von dem Maaßstabe ab, so wird man ein paar Linien erhalten, die beynahe das irrationale Verhältniß $r7 : r5$ unter einander haben.

XI) Wegen der Ausziehung der Wurzeln, die man vorher bewerkstelligen muß, ist dieses Verfahren etwas unbequem. In dem Falle wenn sich unter dem Wurzelzeichen die Zahlen, in Factoren zerfällen lassen, läst sich die Aufgabe bequemer durch folgende geometrische Methode auflösen.

Gesetzt: das Irrationalverhältniß sey folgendes
$r\,68575 : r\,14124$
hier lassen sich die Zahlen unter dem Wurzelzeichen in folgende Factoren zerfällen.
$68575 = 325 \cdot 211$
$14124 = 428 \cdot 33$.

Man trage also (Fig. XXXVIII) auf eine gerade Linie von A bis C 325 Theile des tausendtheiligten Maaßstabes von A bis B, $325 + 211$ oder 536 Theile, so wird $CB = 211$ Theilen. Man halbire AB in P, und beschreibe über AB einen Halbkreiß ADB; durch C errichte man einen Perpendickel CD, so ist $CD = r\,68575$.

Bew.

Beyw. Denn CD ist die mittlere Proportional-Linie zwischen AC und CB folglich

AC : CD = CD : CB oder

325 : CD = CD : 211 mithin

325 . 211 = CD^2 also

CD = $\sqrt{}$ 325 . 211 = $\sqrt{}$ 68575.

Völlig auf eben die Art findet man $\sqrt{}$ 14124, wenn man Ac = 428, Ab = 428 + 33 = 461 Theilen nimt, über Ab einen Halbkreiß Adb beschreibet und durch c das Perpendickel cd setzt: dann wird wie vorhin cd = $\sqrt{}$ 14124; So sind also die Perpendickel CD, cd, die Linien, die das Irrationalverhältniß $\sqrt{}$ 68575 : $\sqrt{}$ 14124 unter einander haben.

XII) Damit man bequem solche Zahlen unter dem Wurzelzeichen, in ihre Factoren zerfällen kan, so kan man sich mit Vortheil solcher Tafeln bedienen, wo man sogleich, die Factoren herausnehmen kan, ohne sie vorher durch weitläuftige Rechnungen zu suchen. Dergleichen Tafeln, und ihren Gebrauch findet man in Hrn. Lamberts Beyträgen zur Math. II Th. pag. 52. Daselbst findet man die Factoren aller Zahlen bis 10200. Poetii Anleitung zur arithmetischen Wissenschaft enthält eine solche Tafel bis auf die Zahlen 10000.

XIII) Endlich, wenn die Linien die vorhin verjüngten Maaßstabe, in den bisherigen Aufgaben abgetragen oder auf ihm gemessen werden sollen, größer sind, als der Maaßstab, so muß man sie in Theile zerlegen, und die Größe eines jeden einzeln Theiles bestimmen.

Aufgabe.

§. 70. Die krumme Linie auf dem Felde (Fig. XXII) für die man in (§. 52. 20) die Abmessungen hat, aufs Papier zu tragen, und daselbst eine zu verzeichnen, die ihr so viel als möglich, ähnlich ist.

Aufl. I) Man ziehe auf dem Papiere willkürlich eine gerade Linie; auf diese trage man nach dem verjüngten Maaßstabe, die in §. 55. 20 gefundenen Maaße für die Abscissen.

II) Diese Maaße werden aber alle von einem Punkte angerechnet, welcher auf dem Papiere eben so wie auf dem Felde, der Anfangspunkt der Abscissen ist.

III) Hat man nun solchergestalt, nach der Ordnung aus dem Manuale alle Abscissen aufgetragen, so richtet man durch alle Endpunkte der Abscissen, Perpendiculärlinien auf. §. 63.

IV) Auf diese setzet man die jeder Abscisse zugehörige Ordinate, und nachdem die Zeichen + — an-

angegeben sind, werden die Maaße der Ordinaten rechter oder linker Hand der Abscissenlinie, auf die Perpendickel getragen.

V) Ist man hiemit fertig, so ziehet man durch die Endpunkte der aufgetragenen Ordinaten, aus freyer Hand eine zusammenhängende krumme Linie. Diese wird also der auf dem Felde beynahe ähnlich seyn; besonders wenn man auch zu gleicher Zeit, während der Verzeichnung, darauf siehet, wo nach Angabe des Manuals, die krumme Linie hohl oder erhaben gegen die Abscissenlinie zuläuft aus §. 54. 12. u. §. 55. 19

Anmerkung.

§. 71. Die Abscissenlinie nebst denen Ordinaten kan man erst mit einem subtilen Bleystift, die krumme Linie selbst aber mit einer fein geschnittenen in Tusche eingesenkten Rabenfeder ausziehen, und alsdann, die mit dem Bleystift gezogenen Linien, mit Brod wieder wegreiben.

Herrn Branders System von Maaßstäben.

§. 72. 1. Die verschiedene Größe der Maaßstäbe, richtet sich überhaupt nach den verschiedenen Endzwecken die man durch den Grundriß einer Figur erreichen will; Sollen auch sehr kleine Theile einer Figur noch unterschieden werden können, so muß man einen Maaßstab annehmen, der die zu dieser Absicht erforderliche Größe hat.

Ist ferner der Raum, oder die Größe des Papiers gegeben, auf welches man eine Figur deren Abmessungen auf dem Felde gefunden worden, abtragen will, und soll solche so viel als möglich den Raum des Papiers ausfüllen, so hat es oft Schwürigkeit, die eigentlich hierzu erforderliche Größe der Theile, auf dem verjüngten Maaßstabe zu bestimmen. Denn nähme man den Maaßstab, oder die Theile auf ihm, zu groß an, so würde die damit abzutragende Figur, vielleicht gar nicht auf die vorgegebene Größe des Papiers passen. Nähme man sie zu klein an, so würden solche Theile einer Figur unsichtbar und undeutlich ausfallen, die man doch noch gern unterscheiden will.

Um nun nicht nöthig zu haben, die in jedem Falle erforderliche Größe des Maaßstabes erst lange aufzusuchen, so verfertigt Hr. Mech. Brander in Augspurg, besonders hierzu eingerichtete Systeme von Maaßstäben, unter welchen man sogleich denjenigen auswählen kan, der zu einer gewissen Absicht am schicklichsten ist.

2. Die Einrichtung eines solchen Systems beruhet auf folgenden Gründen.

Erstlich, die Maaßstäbe, oder vielmehr ähnliche Theile auf ihnen, sollen in einer geometrischen Progression fortgehen, aber so, daß ein Theil z. E eine Ruthe auf dem eilften Maaßstabe, nur erst ohngefähr 10 mahl größer ist, als ein ähnlicher

Theil

Theil auf dem ersten Maaßstabe. Also muß der 11te Maasstab 10 mahl so groß seyn als der 1ste.

Zweytens, alle diese Maaßstäbe werden auf eine ähnliche Art eingetheilet, damit die Theile auf denen nach einander folgenden Maaßstäben stuffenweise immer größer werden. Und zwar so, daß

Drittens, ähnliche Theile zweener nächst aufeinander folgender Maaßstäbe, kein gar zu großes Verhältniß gegen einander haben.

4. Es sey also die Länge des ersten Maaßstabes = a, des eilften = l: So werden zwischen a und l, 9 mittlere geometrische Proportionallinien b, c, d, e, f, g, h, i, k, gesucht, auf die nachher Abtheilungen verzeichnet werden. Dieses geschiehet so:

5. Weil a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l in einer geom. Progression stehen, so ist das Verhältniß l: a zehenmahl so groß als das Verhältniß b: a, mithin nach den Regeln der Zusammensetzung der Verhältnisse. (Kästn. Arith. VI Kap. 4 Zus.)

$$l : a = b^{10} : a^{10}$$

$$\text{daher } b^{10} = \frac{a^{10} \cdot l}{a} = a^9 \cdot l$$

Nun soll aber $l = 10 . a$ seyn (2) also wird $b^{10} = 10 . a^{10}$ Mithin $b = a . \sqrt[10]{10}$, und $\log b = \log a + \frac{1}{10} \log 10 = \log a + 0,1000000$

6. Ferner ist $a : b = b : c$; $b : c = c : d$ u. s. w.

folglich $c = \frac{b^2}{a} = \frac{a^2 \sqrt[10]{100}}{a} = a \sqrt[10]{100}$;

daher $\log c = \log a + \frac{1}{10} \log 100 = \log a + 0,2000000$;

$d = \frac{c^2}{b} = a \sqrt[10]{1000}$ daher $\log d = \log a + \frac{1}{10} \log 1000 = \log a + 0,3000000$ u. s. w.

7. Nun macht Hr. Br. den kleinsten Maaßstab $a = 100$ Pariserlinien, und theilt jede Linie wieder in 10 Theile. Also ist in solchen Theilen $a = 1000$; und $\log a = 3$.

8. Daher werden die Logarithmen von a, b, c, d u. s. w. nebst den zugehörigen Werthen von a, b, c, d u. s. w. folgende

$\log a = 3,0000000$;	folglich	$a =$	1000,000
$\log b = 3,1000000$;	—	$b =$	1257,925
$\log c = 3,2000000$;	—	$c =$	1584,893
$\log d = 3,3000000$;	—	$d =$	1995,262
$\log e = 3,4000000$;	—	$e =$	2511,886
$\log f = 3,5000000$;	—	$f =$	3162,278
$\log g = 3,6000000$;	—	$g =$	3980,072
$\log h = 3,7000000$;	—	$h =$	5011,872
$\log i = 3,8000000$;	—	$i =$	6309,574
$\log k = 3,9000000$;	—	$k =$	7943,284
$\log l = 4,0000000$;	—	$l =$	10000,000

9. So zeigen also die für b, c, d u. s. w gefundenen Werthe, wie viel von denen Theilen, deren a, 1000 hält (7) zu der Länge eines jeden nächstfolgenden Maaßstabes genommen werden.

10. Jede solche Länge wird nun für sich in 1000 Theile getheilt, und so erhält Hr Br. 1000theiligte Maaßstäbe a, b, c u. s. w deren ganze Längen sowohl, als auch ähnliche Theile auf ihnen, sich wie die für a, b, c, u. s. w. gefundenen Werthe (8) verhalten.

11. Da nun z E. a:b = 1000 : 1257, 925 = 31 : 39 ist, so erhellet, daß die Länge eines gewissen Maaßstabes sich verhält zu der Länge des nächstfolgenden wie 31 : 39; und eben so verhalten sich ähnliche Theile, die z. E. auf beyden nächstaufeinander folgenden Maaßstäben, Ruthen bedeuten, gegeneinander.

Es wachsen also die Maaßstäbe und ähnliche Theile auf ihnen nicht sehr schnell: daher ist der Endzweck erfüllet, daß wenn z E. ein gewisser Maaßstab, zu einer Figur die man auf dem Papiere entwerfen wolte, etwas zu groß wäre, man stuffenweise einen von den nächst kleinern nehmen könte, ohne sich der Gefahr auszusetzen, einen auszuwählen, durch den die damit aufgetragene Figur plötzlich zu klein ausfiele.

12. Die Art, wie nun der zu einer Figur schickliche Maasstab gefunden wird ist diese:

Gesetzt es sey auf dem Felde ein Dreyeck gemessen worden dessen längste Seite = 5° 3′ 4″ sey. Damit nun diese längste Seite und folglich auch das ganze Dreyeck z. E. auf ein vorgegebenes Quartblatt Papier aufgetragen werden könne, und daselbst eine schickliche Größe bekomme, so nehme man auf dem Papiere eine gewisse Länge an, so groß man nämlich die längste Seite des Dreyecks haben will; diese Weite fasse man mit dem Zirkel, und untersuche auf welchem der Maaßstäbe a, b, c u. s. w. diese Weite 534 Theile, oder nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche, 5° 3′ 4″ beträgt, oder dieser Größe am nächsten kömt, so hat man den Maaßstab gefunden, nach welchen die Figur aufgetragen werden muß. Man nehme alsdann die 534 Theile von dem gefundenen Maaßstabe völlig genau ab, setze diese Weite aufs Papier, und beschreibe über sie das vorgegebene Dreyeck.

13. Mehrere Beyspiele findet man in Hrn. Br. Abhandlung selbst. Man s. dessen Beschreibung eines Systems von Maaßstäben §. 12. u. s. w.

14. So kan folglich eine solche Reihe von Maaßstäben, in der ausübenden Mathematick überhaupt von sehr großen Nutzen seyn, und man erspart

spart dadurch viele Mühe, die man sonst auf die Auswahl eines geschickten Maaßstabes und dessen Zeichnung verwenden müste. Will man sich nicht selbst die Mühe geben, nach der bisherigen Anleitung eine solche Reihe von Maaßstäben zu verfertigen, so kan man solche vom Hrn. Br. auf Messing und Glas in sehr großer Vollkommenheit erhalten.

Der Nonius oder Vernier.

§. 73 Es sey (Fig XXXIX Tab. III) AR eine gerade Linie auf der sich lauter gleiche Theile z. E. in beystehender Figur, 14 gleiche Stücke befinden.

II) Nun nehme man eine gewisse Anzahl von diesen Theilen, z E. die Weite mc welche 9 von diesen Theilen hält, trage solche auf eine andere gerade Linie von M nach D; dergestalt MD = mc sey; und theile nun diese Länge MD in 8 gleiche Stücke ML = LK = KI u. s. w. nämlich in einen Theil weniger als vorher; so erhellet daß die Theile auf MD größer seyn werden, als die auf mc. Es ist nämlich $ML = \frac{1}{8} MD = \frac{1}{8} mc$; aber ml ist $= \frac{1}{9} mc$, mithin $ML > ml$.

III) Man nenne einen Theil auf MD = a; einen Theil auf mc oder AR, = b, und die angenommene Größe mc oder

MD = L: So ist $ML = a = \frac{1}{8} L$

$ml = b = \frac{1}{9} L$

Mithin

Mithin der Unterschied ML — ml = a — b = $\frac{1}{8}$ L — $\frac{1}{9}$ L = $\frac{1}{72}$ L oder weil auch 8a = 9b, und folglich a = $\frac{9}{8}$ b ist, so wird auch a — b = $\frac{9}{8}$ b — b = $\frac{1}{8}$ b:

IV) Es ist also ein Theil ML der eingetheilten Linie MD, um den 72ten Theil der ganzen Länge MD größer als ein Theil ml auf der zuerst eingetheilten Größe mc: oder es ist auch das Stück ML größer als ml, um den 8ten Theil von ml.

V) Man nehme also Weite ML und trage sie von m nach r, so ist das Stückgen rl der 72te Theil von mc oder der 8te Theil von ml oder kl.

VI) Ferner ist

MK — mk = 2a — 2b = 2 (a — b) = $_2$ b (III)

MI — mi = 3a — 3b = 3 (a — b) = $\frac{3}{8}$ b

MH — mh = 4a — 4b = 4 (a — b) = $\frac{4}{8}$ b

u. s. w.

VII) Man stelle sich also vor, die Linie MD werde auf mc gelegt, so daß M auf m, und folglich D auf c zu liegen komme, so wird der Theilpunkt L linker l, auf r fallen, und L wird von l um $\frac{1}{8}$ b abstehen. Ferner wird der Theilstrich K linker Hand k zu liegen kommen, und beyde Theilstriche K, k werden um $\frac{2}{8}$ b von einander abstehen. I wird von i um $\frac{3}{8}$ b entfernt seyn. u. s. w.

VIII

nien AR, DM von einander zu unterscheiden, künftig AR einen eingetheilten Rand, MD aber einen Vernier oder Nonium nennen. Die Ursache dieser Benennungen soll unten erkläret werden.

Den Punkt oder Strich M, wo sich auf dem Vernier die Theile anfangen, werde ich in der Folge den Index oder den Anfangsstrich nennen. die Theilstriche L, K, I u. s. w. die auf dem Vernier den ersten, zweiten, dritten u. s. Theil endigen, werden nach der Ordnung der erste, zweite, dritte u. s. Theilstrich heissen.

Dieses zum vorausgesetzt, nehme man an, man könte den Vernier MD längst des eingetheilten Randes AR fortschieben, so aber daß beyde Linien MD, AR immer genau an einander lägen (wie wenn z. E. die Abtheilungen ML, KL u. s. w. sich auf dem Rande eines dünnen Linials MD befänden, welches man an die Linie AR anlegte, und längst ihr fortbewegte) so wird aus dem bisherigen folgendes erhellen. Wenn man den Vernier MD so an den eingetheilten Rand AR anlegt, daß dessen Index M genau an einen gewissen Theilstrich zu liegen kömt, (wie in VII) so liegen in dieser ersten Lage des Vernier, überhaupt die Theilstriche desselben, L, K, I u. s. w. insgesamt linker Hand derjenigen Theilstriche der eingetheilten Größe mc, die mit denen des Vernier einerley

Zahl

Zahl haben, das heist: L wird von l um $\frac{1}{8}$ b, K von k um $\frac{2}{8}$ b u. s. w. abstehen.

Schiebt man also den V. DM von der linken Hand gegen die rechte, längst AR fort, bis der erste Theilstrich L des V an den ersten Theilstrich l der angenommenen Größe mc zu liegen kömt, so rückt der Index M vorwärts nach R zu, und entfernt sich von m um $\frac{1}{8}$ b. Und so rückt der Index nach der Ordnung um $\frac{2}{8}$ b, $\frac{3}{8}$ h u. s. w. vorwärts, so wie nach und nach bey dem Fortschieben des V. die Theilstriche, K, l, H, u. s. w. an die ähnlichen Theilstriche, k, i, l u. s. w. der eingetheilten Größe mc, zu liegen kommen.

IX) Dieses giebt ein Mittel zu erfahren, um wie viel ein Punkt μ, der z. E. zwischen zweenen Theilstrichen m und n angenommen wird, von dem nächsten Theilstriche m linker Hand, abstehet. Man schiebe den V. fort, bis dessen Index M genau an μ zu liegen kömt; Dann untersuche man, welcher Theilstrich des V. mit einem gewissen Theilstriche der eingetheilten Größe mc zusammentrift; Gesetzt der 5te Theilstrich G, passe alsdann genau an den eben so vielten Theilstrich g. der eintheilten Größe mc, so wird nach VIII der Index M oder der Punkt μ, genau um $\frac{5}{8}$ b von m abstehen, oder es wird das Stückgen $m\mu = \frac{5}{8}$ b seyn müssen; und die Weite $A\mu$ würde hier auf dem eingetheilten Rande $= 11\,b + \frac{5}{8}\,b$ seyn.

X)

X) Es kan aber geschehen, wie Fig. XL ausweiset, daß kein Theilstrich des V. mit einem Theilstriche des Randes zusammentrift. Es erhellet wenn der dritte Theilstrich 1 des V. MD, mit dem eben so vielten Theilstrich i der Länge mc, zusammen passete, daß alsdann völlig genau das Stück $m\mu = \frac{3}{8}$ b seyn müste. Nun stehet aber 1 etwas rechter Hand über i hinaus, also muß offenbar $m\mu$ etwas größer als $\frac{3}{8}$ b seyn. Es kan aber nicht $= \frac{4}{8}$ b seyn, weil sonst die Theilstriche H, h, zusammen passen müsten, welches nicht angenommen wird. Es ist also $m\mu > \frac{3}{8}$ b aber $< \frac{4}{8}$ b, und daher zwischen zwoen Gränzen enthalten die nur um $\frac{1}{8}$ b, von einander unterschieden sind. Das Stückgen li, auf dem Rande, ist aber eigentlich der Werth um wie viel $m\mu$ größer als $\frac{3}{8}$ b ist. Um also li zu finden überlege man folgendes.

Weil HI — hi $= \frac{1}{8}$ b, und die Summe der beyden Stückgen li + Hh, den nur genannten Unterschied HI — hi beträgt, so wird li + Hh $= \frac{1}{8}$ b. Man schätze nun nach dem Augenmaaße was die beyden benachbarten Stückgen li, Hh für ein Verhältniß gegen einander haben; Gesetzt man habe gefunden li : Hh = n : m, also Hh = $\frac{m}{n}$ li; so wird li + $\frac{m}{n}$ li oder $\frac{n+m}{n}$ li $= \frac{1}{8}$ b

mithin li $= \frac{m}{m+n} \cdot \frac{1}{8}$ b.

je

je genauer man also sich auf das Augenmaaß verlassen kan, desto zuverläßiger wird man dem wahren Werthe von li nahe kommen.

Ex. Ich will annehmen man habe Hh etwa $= \frac{1}{3}$ li geschätzt so wäre m $=$ 1, n $=$ 3, also li $= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8}$ b $= \frac{1}{32}$ b, folglich das Stück m$\mu = \frac{3}{8}$ b $+ \frac{1}{32}$ b, und die Weite Aμ auf dem Rande $=$ 11 b $+ \frac{3}{8}$ b $+ \frac{1}{32}$ b.

XI) Ich habe bisher bloß der Deutlichkeit halber angenommen, daß die Länge des Vernier 9 Theilen des Randes gleich sey, und diese Länge desselben in 8 gleiche Stücke zertheilet worden. Hierdurch wurde jeder Theil des Vernier um $\frac{1}{8}$ b größer als jeder Theil des Randes (III) und wir fanden dadurch sehr bequem Achttheilgen von denen gleichen Stücken auf dem Rande. Man kan aber die bisherigen Betrachtungen leicht allgemein machen. Man darf sich nur statt der bisherigen Zahl 9 jede andere vorstellen. Gesetzt es fasse überhaupt der Vernier r Theile des Randes, oder die Länge des V. sey $=$ r. b, und diese werde in r $-$ 1 Theile getheilet, so wird ein Theil des V. um $\frac{1}{r-1}$ b größer seyn als ein Theil des Randes, wo also r überhaupt dasjenige bedeutet, was in denen bisherigen Schlüssen (I — X) die Zahl 9 war.

Fer-

Ferner seyen auf dem Rande von A bis m überhaupt x Theile, jeder = b, und für das Stückgen $m\mu$ welches kleiner als ein b ist, treffe der yte Theilstrich des angelegten Vernier DM, an einen Theilstrich des Randes, so wird überhaupt die Weite

$$A\mu = xb + \frac{y}{r-1} \cdot b$$

wo also x, y, die in (X) gebrauchten Zahlen 11; 3 vorstellen können.

Passet endlich kein Theilstrich des V. genau an einen Theilstrich des Randes, so wird

$$A\mu = xb + \frac{y}{r-1} \cdot b + \frac{m}{m+n} \cdot \frac{1}{r-1} b$$

wo m, n, wieder die Zahlen bedeuten, die in solchen Falle, nach der gegebenen Anleitung (X) von dem Augenmaaße abhängen.

Anmerkung.

§. 74. Die bisherige Methode, kleine Theile einer Linie anzugeben, wird gewöhnlich dem Peter Nunnetz, oder Nonius, wie man ihn zu nennen pflegt, zugeeignet. Man nennet daher die längst dem eingetheilten Rande bewegliche Linie DM auch einen Nonium. Nunnetz war ein Portugiese, und Prof. der Mathematick zu Koimbra.

Hr. Hofr. Käſtner in ſeinen vortreflichen aſtronom. Abhandl. zweite Saml. 5te Abhandl. p. 180 eignet dieſe Erfindung vielmehr einem Deutſchen, Nahmens P. Vernier oder Werner zu, und dieſes giebt die Urſache der Benennung §. 73. VIII. Man kan in der angeführten Schrift die Geſchichte dieſer Erfindung weiter nachleſen, auf welche ich alſo meine Leſer verweiſe.

Anwendung des bisherigen.

§. 75. Man ſetze, auf dem Rande AR habe man von A nach R 10 Zolle abgetragen, und jeder Zoll ſey in 10 Linien abgetheilet, dergeſtalt, daß alſo das bisherige $b = \frac{1}{10}$ Zoll = 1 Linie ſey. Nun mache man einen Vernier DM deſſen Länge = 101 . b ſey, und dieſen Vernier theile man in 100 gleiche Theile, ſo iſt ein Theil auf dem Vernier $= \frac{101}{100}$. $b = b + \frac{1}{100}$. b, mithin um $\frac{1}{100}$ b oder um $\frac{1}{1000}$ Zoll größer, als ein Theil des Randes; ſo kan man alſo vermittelſt dieſes V. ſehr bequem den Zoll in 1000 Theile, folglich den Fuß in 10000 Theile theilen.

Anmerkung (zu §. 62. 15)

§. 76. 1. Geſetzt in Fig. XXXII ſey auf dem längern Schenkel BC eine gewiſſe Anzahl von Zollen abgeſetzt, und jeder Zoll ſey in 10 Linien abgetheilet dergeſtalt, daß alſo die gleichen Theile auf dem Rande BC, Linien bedeuten. Auf dem

Schen-

Schenkel DE des längst BC beweglichen Dreyecks DEF, sey ein Vernier verzeichnet, dessen Länge = 11 Linien, in 10 gleiche Theile getheilet sey, so wird ein Theil auf dem Vernier = $\frac{11}{10}$ b = b + $\frac{1}{10}$ b also hier um $\frac{1}{10}$ b oder (wegen b = 1 Linie) um 1 Scrupel größer als ein Theil des Randes. Mithin wird man leicht begreifen, wie sich durch diese Vorrichtung längst EF Parallellinien ziehen lassen, die in einer beliebigen Weite von einander abstehen.

2. Nähmlich die Zahlen, die sich auf die Theile des Randes beziehen, werden von B gegen C, die sich aber auf die Theile des Vernier beziehen, nach entgegengesetzter Richtung auf dem Vernier von E gegen D hingesetzt; bey x befinde sich der Index des Vernier.

3. Gesetzt nun, man solte ein paar Parallellinien ziehen, die z. E. um 8 Linien 4 Scrupel, mithin nach der bisherigen Bezeichnung um 8 b + $\frac{4}{10}$ b von einander abständen.

4. So lege man den Schenkel DE so an BC, daß der Index des Vernier genau an einen gewissen Theilstrich des Randes passet, und ziehe längst EF eine gerade Linie: Nun schiebe man das Dreyeck DEF von der linken Hand gegen die rechte fort, bis an dem Rande BC, der Index x des Vernier, genau um die in (3) angegebene Größe 8b + $\frac{4}{10}$ b vorwärts gerückt ist, und sich

also um so viel von seiner ersten Stelle entfernt hat, so kan man längst EF wieder eine Linie ziehen, die also mit der erstern, in der gegebenen Weite parallel seyn wird.

4. Auf eben die Art dienet auch der Schenkel AB dem EF als Nonius oder Vernier.

Wie ein Vernier zur Eintheilung der Kreisbögen und Winkel gebraucht wird.

§. 77. Da dieses mit dem bisherigen sehr genau zusammen hängt, so ist hier der bequemste Ort davon zu handeln.

I) Es sey Fig. XLI, AR ein aus dem Mittelpunkte C gezogener Kreisbogen der in lauter gleiche Theile z. E. in gewöhnliche Grade getheilt sey. AR bedeute hie also einen eingetheilten Rand.

II) Nun halte der Bogen oV auf dem Rande überhaupt r von solchen gleichen Theilen, oα, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ u. s. w. oder es sey oV = r . oα, und der diesem Bogen oV zugehörige Winkel VCo am Mittelpunkte heise α: so wird, wenn man sich durch die Theilpunkte α, β, γ u. s. w. Linien nach dem Mittelpunkte C gezogen vorstellet, dadurch der Winkel oCV = α in r gleiche Theile getheilet.

III)

III) DM sey ein anderer Kreisbogen, aus eben dem Mittelpunkte C mit einem Halbmesser CM beschrieben, der hier etwas kleiner ist, als der Halbmesser Co des Randes: So ist der Bogen DM mit dem eingetheilten Rande concentrisch, und gehört hier eben dem Winkel VCo am Mittelpunkte, zu.

IV) Auch die nach C zulaufenden Theilstriche des Randes, $\alpha 1$, $\beta 2$, $\gamma 3$ u. s. w. würden den Bogen DM in r gleiche Theile theilen.

V) Nun theile man aber den Bogen DM, bey a, b, c, d u. s. w. in $r-1$ gleiche Theile, und stelle sich durch die Theilpunkte a, b, c &c. gleichfalls Theilstriche vor, die nach dem Mittelpunkte C zulaufen.

So erhellet folgendes:

Einem Theile wie $o\alpha$ auf dem Rande, gehöret am Mittelpunkte C ein kleiner Winkel αCo zu welcher der r te Theil des Winkels oCV, also $= \frac{\alpha}{r}$ ist (II).

Aber einem Theile wie Ma auf dem Bogen MD, gehöret am Mittelpunkte C ein Winkel MCa zu, der der $r-1$ te Theil des Winkels MCD oder oCV also $= \frac{\alpha}{r-1}$ ist.

Der Unterschied der beyden Winkel MCa und

oCα ist MCa — oCα $= \frac{\alpha}{r-1} - \frac{\alpha}{r} = \frac{\alpha}{r(r-1)}$

$=$ dem kleinen Winkel aC1, den beyde Theilstriche α1, u. a, am Mittelpunkte C mit einander machen würden.

Eben so ist der Winkel oC$\beta = \frac{2}{r} \cdot \alpha$; der

Winkel MCb $= \frac{2}{r-1} \cdot \alpha$; daher oC$\beta$ — MCb

$= \frac{2}{r(r-1)} \cdot \alpha =$ dem kleinen Winkel 2Cb, um den die beyden Theilstriche β2 und b von einander abstehen. u. s. w.

VI) Man nenne den Winkel oCα der einem Theile oα auf dem Rande zugehört $=$ b, so ist $b = \frac{\alpha}{r}$ (V).

Also der kleine Winkel aC1, den die ersten beyden Theilstriche α1 und a mit einander machen $= \frac{b}{r-1}$, der Winkel 2Cb der nächstfolgenden beyden Theilstriche $= 2 \cdot \frac{b}{r-1}$ u. s. w.

VII)

VII) Man siehet hieraus, daß jede Theilstriche a, b, c u. s. w. des Bogens MD, linker Hand der eben so vielten oder gleichnahmigten Theilstreiche α, β, γ des Randes, nach der Ordnung um folgende kleine Winkel $\frac{b}{r-1}$, $\frac{2b}{r-1}$, $\frac{3b}{r-1}$, $\frac{4b}{r-1}$ u. s. w. abstehen werden.

VIII) So würde also hier der Bogen MD in Absicht des eingetheilten Randes AR eben das seyn, was Fig. XXXIX die gerade Linie MD in Absicht der AR war. D. h. es würde hier der Bogen MD ein Vernier seyn. Und man muß sich hier, eben so wie in §. 73. VIII, einbilden, der Bogen MD könne längst den Abtheilungen des Randes fortgeschoben werden, so aber daß MD beständig mit AR parallel bliebe.

So wird begreiflich seyn, wie sich vermittelst dieser Einrichtung noch viel kleinere Winkel angeben lassen, als diejenigen sind, die denen Theilen des Randes am Mittelpunkte C zugehören.

IX) Hätte man daher auf dem Rande z. E. den kleinen Bogen ow, oder den zugehörigen kleinen Winkel wCo am Mittelpunkte, und wolte dessen Größe erfahren, so schiebe man den V. MD von der linken Hand gegen die rechte fort, bis der Index des Vernier, oder der Strich

M genau in den Halbmesser Cw zu liegen kömt, und untersuche hierauf welcher Theilstrich des Vernier, von dem Index angerechnet, mit einem gewissen Theilstriche des Randes in eine gerade Linie fällt, so hat man den kleinen Winkel wCo um den der Index des V., rechter Hand von dem nächsten Theilstriche o auf dem Rande abstehet.

X. Ex. Gesetzt man habe den Rand in seine einzeln Grade getheilt, oder jeder Theil auf dem Rande gehöre am Mittelpunkte einem Grade zu; so ist $b = 1°$. Der Bogen MD des Vernier gehöre am Mittelpunkte C einem Winkel MCD $= \alpha = 31$ Graden zu, so ist $r = 31$.

Folglich $\frac{b}{r-1} = \frac{1°}{30} = \frac{60'}{30} = 2'$. D. h. jedem Theil auf dem V. gehöret am Mittelpunkte C ein Winkel zu, der um 2′ größer ist, als der welcher einem Theile des R. zugehöret: Mithin würde bey dieser Einrichtung des Vernier ein Winkel von 2 zu 2 Min. gemessen. Träfe daher in IX der 12te Theilstr. d. V. mit einem Theilstriche des Randes zusammen, so würde der kleine Winkel oCw, um den der Index des V. von dem Theilstr. o abstehet $= 12.2' = 24'$ seyn. Und hätte man auf dem Rande von A bis o, 13 Grade, so wäre der Bogen Aow, oder der zugehörige Winkel am Mittelpunkte $= 13° 24'$.

XI) Trift übrigens kein Theilstrich des Vernier mit einem Theilstriche des Randes genau zusammen, so wird man aus §. 73. XI schon zu beurtheilen wissen, wie man in solchen Fällen das Augenmaaß gebrauchen müsse.

XII) Zweites Ex. Gesetzt der Rand AR sey von 5 zu 5 Minuten getheilet, es sey also $b = 5' = 300''$. Es frägt sich wie viel Theile des Randes mus der Vernier fassen (*), wenn ein Theil auf dem Vernier um 15″ grösser seyn soll, als ein Theil des Randes. Hier wird also r gesucht.

Es soll also (I) die Größe $\frac{b}{r-1}$ oder hier $\frac{300''}{r-1} = 15''$ seyn: Mithin wird $\frac{300}{r-1} = 15$ oder $\frac{20}{r-1} = 1$ folglich $r = 21$. Man muß also die

(*) Wenn ich mich in der Folge des Ausdrucks bediene, der V. fasse so viel Theile des Randes, oder sey so vielen Theilen des R. gleich, so verstehe ich darunter die Anzahl der Theile des Randes, welche dem Winkel DCM zukommen, zwischen dessen Schenkeln CD, CM der Vernierbogen enthalten ist.

Länge des V. 21 Theilen des Randes gleich setzen und solche alsdann in 20 Theile theilen, so wird man das gesuchte erhalten.

Anmerkung.

§. 78. Da die Theile des Randes, wie auch des V. hier gewissen Winkeln am Mittelpunkte zugehören, so erhellet, wie die bisherigen Betrachtungen bey Werkzeugen Winkel zu messen, ihre Anwendung finden, und ich werde in der Folge zeigen, wie man an solchen Werkzeugen, die Einrichtung machet, daß man den V. an dem eingetheilten unbeweglichen Rande bequem fortführen kan. Uebrigens habe ich hie weiter nichts zu bemerken, als daß die Theilstriche des V. eben sowohl als die des Randes, genau nach dem Mittelpunkte zulaufen müssen, wenn man anders bey der Untersuchung ob zweene Theilstriche zusammen passen, keine Fehler begehen will.

Noch eine andere Einrichtung des Vernier.

§. 79. Man setze, der V. fasse r Theile des Randes oder dessen Länge sey = r . b; Man theile diese Länge in r + 1 Theile, so werden hier die Theile des V. kleiner ausfallen, als die des Randes. Es ist nähmlich alsdann ein Theil

des

des B. $= \frac{b}{r+1}$ und folglich $b - \frac{b}{r+1} = \frac{b}{r+1}$;

oder um die Größe $\frac{b}{r+1}$ übertrift itzo ein Theil des Randes, eineu des B.

Diese zwote Art von Eintheilung, bey der die Theile des Vernier kleiner ausfallen als die des Randes, wird auch unterweilen bey Winkelmessern gebraucht, deswegen habe ich hier etwas davon sagen müssen. Den fernern Gebrauch hievon, wird man aber leicht verstehen können, da mit einer kleinen Veränderung die Betrachtungen des 73 §. hier ebenfalls ihre Anwendung finden.

Eine Anwendung des verjüngten Maaßstabes kleine Theile eines Zirkelbogens anzugeben.

§. 80. Da wir bisher gerade mit der Eintheilung der Zirkelbogen beschäftiget sind, so werde ich hie noch zeigen, wie man nach Art des verjüngten Maaßstabes unterweilen die Zirkelbogen in kleinere Theile einzutheilen pflegt. Man findet verschiedene, sowohl alte als neuere Winkelmesser, wo diese Art der Eintheilung angebracht ist; und denen zu Gefallen, die ein solches Werkzeng besitzen, mögen folgende Betrachtungen dienen.

I) Es sey CFD Fig. XLII ein gegebener Winkel $= \alpha$, und AB, CD ein paar concentrische Kreisbogen, die aus F mit den Halbmessern FC $=$ R; FA $=$ r beschrieben worden, so ist der Abstand AC, der parallelkreiße CD, AB, bekannt, nähmlich es ist AC $=$ R $-$ r, welches ich a nennen will.

Nun ziehe man von C nach B die schiefe Linie CB; Ferner sey der Winkel CFN ein Theil von CFD, oder man nehme CFN $= \frac{m}{n} \cdot \alpha$. Man sucht den Punkt K, wo der Schenkel FN die schiefe Linie CB durchschneidet; oder wenn der Winkel CFN $= \frac{m}{n} \alpha$ seyn soll, was ist alsdann CK für ein Stück von CB?

II) Um dieses zu finden, fälle man auf FN, von C, B, die Perpendickel CL, BM herab, so ist in denen rechtwinklichten Dreyecken CFL, BFM; für den Sinus totus $=$ 1

$$1 : \sin CFN = CF : CL \text{ oder}$$

$$1 : \sin \frac{m}{n} \alpha = R : CL$$

$$\text{also } CL = R \cdot \sin \frac{m}{n} \alpha = (r+a) \cdot \sin \frac{m}{n} \alpha .$$

III)

III) Nun ist ferner der Winkel NFD $= \alpha - \frac{m}{n}\alpha = \frac{n-m}{n}\alpha$; und daher eben wie in II

$$BM = BF \cdot \sin MFB = r \cdot \sin \frac{n-m}{n} \alpha .$$

IV) In den beyden ähnlichen Dreyecken CKL, MKB ist CL : BM = CK : KB oder auch CL + BM : CL = CK + KB : CK also endlich (weil CK + KB = CB)

$$CK = \frac{CL}{CL+BM} \cdot CB \text{ . oder aus (II. III)}$$

$$CK = \frac{(r+a)\sin \frac{m}{n} \alpha}{(r+a)\sin \frac{m}{n} \alpha + r \sin \frac{n-m}{n} \alpha} \cdot CB.$$

V) Auf diese Art ist also CK ein solches Stück von CB, als der Bruch andeutet, womit CB multipliciret ist: Man könte also für jeden Winkel $CFN = \frac{m}{n} \alpha$; das zugehörige Stück CK der schiefen Linie CB berechnen.

VI) Um aber die in IV gefundene Formel zum gewöhnlichen Gebrauche anzuwenden, so wollen wir

wir setzen der Winkel CFD $= \alpha$ sey sehr klein. Z. E. nur $\alpha = 1°$, und man wolle also vermittelst des Stücks CK, den Winkel CFN, oder den $\frac{m}{n}$ Theil eines Grades angeben.

VI) Bey dieser Voraussetzung (V) kan man nun ohne merklichen Fehler $\sin \frac{m}{n} \alpha = \frac{m}{n} \alpha$; $\sin \frac{n-m}{n} \alpha = \frac{n-m}{n} \alpha$, oder die Sinus für die Bogen selbst annehmen. Dann wird

$$CK = \frac{(r+a)\frac{m}{n}\alpha \,.\, CB}{(r+a)\frac{m}{n}\alpha + r\frac{(n-m)}{n}\alpha}$$

$$= \frac{(r.m+a.m)}{rn+am}.CB = \frac{m+\frac{a}{r}.m}{n+\frac{a}{r}.m}.CB.$$

VII) Wenn also a in Vergleichung mit r sehr klein ist, folglich der Bruch $\frac{a}{r}$ sehr klein wird,

so

so kan man im Zähler und Nenner die Glieder $\frac{a}{r}$. m, weglassen, und dann wird ohne großen

Fehler $CK = \frac{m}{n}$ CB; Folglich CK : CB = CFN : CFD.

VIII) Hierauf gründet sich die gewöhnliche Eintheilung eines Winkels in kleinere Theile. Es seyen die parallelen Kreisbogen, gf, io Fig. XLIII, mit willkührlichen Halbmessern beschrieben; die Bogen gd = de = eh u. s. w. bedeuten jeder einen Grad; ziehet man alsdann die Halbmesser Fgi, Fdk Fem, Ffo u. s. w. so werden auch die Bogen ik, km, ml, lo, auf dem größern Kreise, Grade bedeuten, und das Maaß der Winkel iFk, kFm am Mittelpunkte, seyn. Man ziehe die schiefen Linien id, ke, mh, lf u. s. w. theile id, in so viel gleiche Theile, in so viel man den Grad iFk eintheilen will. Durch die Theilpunkte a, b, c beschreibe man mit denen Halbmessern Fa, Fb, Fc, eine Reihe concentrischer Kreise, wie die Figur ausweiset; so wird man jeden Grad, wie iFk; kFm u. s. w. in kleinere Theile theilen, und diese Theile auf denen schiefen Linien id, ke, mh, lf u. s. w. angezeigt finden. In beystehender Figur ist die schiefe Linie id in 4 gleiche Theile getheilet worden, und wegen der gezogenen Parallelkreise wird

jede

jede andere schiefe Linie ke, lf, eben so viel gleiche Theile halten. Wenn man sich daher z. E. von F nach a eine gerade Linie gezogen vorstellet, so wird der Winkel iFa $= \frac{1}{4}$ iFd; weil ia $= \frac{1}{4}$ id ist; folglich iFa $=$ 15′. Eben so iFb $= \frac{2}{4}$ iFd $=$ 30′ u. s. w; Man theilet also auf diese Art hier jeden Grad von 15 zu 15 Minuten ein.

Hätte man daher z. E. den Winkel; iFr, wo Fr durch den 3ten Theilpunkt der schiefen Linie lf durchgehet, so würde dieser Winkel hier $=$ $3° + 3 \cdot 15' = 3° + 45'$ seyn.

VIII) Auf diese Art findet man verschiedene Winkelmesser, wo diese Eintheilung angebracht ist. Man siehet aber, daß diese Eintheilung sich auf die Voraussetzung gründet, daß die Stückgen auf den schiefen Linien id, ke, u. s. w. sich wie die Winkel am Mittelpunkte verhalten; dieses gehet aber offenbar nur in dem Falle an, wenn in der Formel für CK (VI) der Bruch $\frac{a}{r}$ sehr klein ist, wenn folglich die Breite des Randes ig $=$ a mit dem Halbmesser Fg $=$ r verglichen, sehr klein ist. Im entgegengesetzten Falle, dürfen die Theile auf den Querlinien id, ke &c. nicht einander gleich seyn, wenn die Winkel iFd, kFe in gleiche Theile getheilet werden sollen.

Es

Es sey z. E. $\frac{a}{r} = \frac{1}{8}$ also a : r = 1 : 6, und

man wolte den Grad iFd in 8 gleiche Theile theilen; so ist in der Formel VI, n = 8, und für den

ersten Theil iFa = $\frac{1}{8}$ iFd, wird in VI, $\frac{m}{n} = \frac{1}{8}$;

Mithin CK, oder in Fig. XLIII; ai = $\frac{1 + \frac{1}{7}}{8 + \frac{1}{7}}$. id =

$\frac{7}{57}$. id = $\frac{1}{7}$. id.

Soll also der Winkel iFa, in diesem Exempel, der 8te Theil von iFd seyn, so darf man nicht etwa ia = $\frac{1}{8}$ id nehmen, sondern es muß hier ia = $\frac{1}{7}$ id genommen werden. Soll ferner iFb = $\frac{2}{8}$ iFd seyn, so wird, weil jetzt m = 2; n = 8 ist.

$$ib = \frac{2 + \frac{2}{7}}{8 + \frac{2}{7}} \text{ . id} = \frac{14}{58} \text{ id} = \frac{7}{29} \text{ id}$$

also keinesweges ib = $\frac{2}{8}$ id.

Und so wird leicht erhellen, daß die Theile auf id insgesamt ungleich ausfallen werden, wenn zu ihnen gleich große Winkel am Mittelpunkte gehören sollen.

IX) Da in Fig. XLIV überhaupt CK $\equiv$ $m + \frac{a}{r}.m$ / $n + \frac{a}{r}.m$. CB ist, so kan man einmal für allemal aus den beyden Seiten CF $=$ r $+$ a; FB $=$ r; und dem eingeschlossenen Winkel CFB $=$ α; die schiefe Linie CB berechnen, und sie folglich in dem Maaße finden, womit man FB ausgemessen hat; daher alsdann auch CK in diesem Maaße bekant wird.

Ex. Man setze a $=$ 2 Zoll, r $=$ 48 Zoll; $\alpha = 1^\circ$ so findet sich durch eine leichte Rechnung CB $=$ 2, 176 Zoll. Solte man nun für CFK $= \frac{1}{2}$ Gr. das Stück CK der schiefen Linie CB berechnen, so setze man in die Formel, statt $\frac{m}{n}$ den Bruch $\frac{1}{2}$, oder setze m $=$ 1, n $=$ 2, ferner $\frac{a}{r}$ $= \frac{2}{48} = \frac{1}{24}$; also

$$CK = \frac{1 + \frac{1}{24}}{2 + \frac{1}{24}} . 2, 176 \text{ Zoll} = 1, 108 \text{ Zoll.}$$

Dies Ex. befindet sich in Hrn. H. Kästners Astron. Abh. 2ten Theil pag. 168. Hr. H. K. findet CL $=$ 1, 109 Zoll.

IX)

X) Will man also einen Winkel auf die bisher beschriebene Art eintheilen, so muß man nach der angegebenen Formel, erst die Theile auf der zugehörigen schiefen Linie CB berechnen; dann wird man eine weit genauere Theilung bewerstelligen, als wenn man nur schlechthin nach der gewöhnlichen Methode (VIII) auf der schiefen Linie CB lauter gleiche Stücke nimmt.

XI) Man hält den Tychode Brahe' für den ersten, der diese Art, die Winkel einzutheilen, gelehret; er hat in der That hier die Eintheilung des verjüngten Maaßstabes nachahmen wollen; wie aus Vergleichung der Figuren XLIII, und XXXVI (B), deutlich zu ersehen ist. Tycho und andere theilen nicht die schiefe Linie id, sondern die Breite des Randes ig, in gleiche Theile; aber auch auf ig, dürfen die Theile nicht gleich groß seyn, wie sich leicht zeigen liesse.

Es ist indessen immer vortheilhafter, die Theilung auf id, als auf ig zu bewerkstelligen, weil immer id $>$ ig ist, und sich folglich die Theile genauer auf id auftragen lassen.

XII) Eigentlich müste die Linie id ein Zirkelbogen seyn, wenn man auf ihr, auch bey einem großen Verhältniß a:r, lauter gleiche Theile hintragen wolte, und dann hätte diese Theilung des Winkels iFd ihre völlig geometrische Richtigkeit.

S. H. Hofr. Käſtners Aſtr. Abh. II Th. pag. 171; dieſer Kreisbogen id, hat aber ſeinen Mittelpunkt nicht bey F.

Es iſt indeſſen ziemlich mühſam; dieſes Kreiſes id Mittelpunkt zu finden, und ihn gehörig zu ziehen. Dieſes iſt die Urſache, warum man für id lieber eine gerade Linie annimmt, und die denen Winkeln am Mittelpunkte F zugehörigen Stücke auf id, nach IX, berechnet.

XIII) Leupold im Theatro Mach. Geom. cap. 26 §. 410, behandelt das bisherige auf eine practiſche Art; und zeigt, wie man dieſe Eintheilungen bey Werkzeugen Winkel zu meſſen, gehörig anbringen, und bewerkſtelligen könne. Er zeigt aber nicht die Gründe ſeiner Vorſchriften. Auch kommen in d. angef. Buche noch verſchiedene andere, aber nicht ſehr brauchbare Methoden vor, die Winkel in kleinere Theile einzntheilen.

Der Proportionalzirkel.

§. 81. Dieſes Werkzeug dienet auch, Linien in gegebenen Verhältniſſen zu theilen, beſonders in ſolchen Fällen wo keine große Schärfe nöthig iſt.

1. Die Einrichtung dieſes Inſtruments, läſt ſich aus der XLIIII Fig. beurtheilen.

Da-

Daselbst stellen ABCD, CEGF zwey meßingene Liniale vor, welche bey C um ein Gewinde beweglich sind, beynahe auf eben die Art, wie die Schenkel eines gewöhnlichen Handzirkels, dergestalt, daß man die beyden innern Seitenlinien BC, EC, der nurgenannten Liniale, in jeden Winkel eröfnen kan. Das Gewinde muß so gearbeitet seyn, daß bey jeder Oefnung des Instruments, die beyden Linien BC, EC, sich immer genau in einen und eben denselben Punkt C durchschneiden. Dieser Punkt C ist der Mittelpunkt der runden Platte, auf welcher sich in dem Gewinde die Liniale herumdrehen.

Wenn man das Instrument zusammenlegt, so müssen die Oberflächen der Liniale genau in eine einzige Ebene fallen: Und wenn man beyde Schenkel BC, EC, in einen gewissen Winkel eröfnet, so muß sich dieser nicht so leicht wieder verrücken.

Beyde Liniale werden übrigens gleich lang gemacht. Die Diagonallinien CA, CF, theilet man in eine gewisse Anzahl kleiner Theile. Gewöhnlich werden auf beyden Schenkeln gleich große Theile genommen. Hier in der Figur mögen AC, FC, jede etwa in 100 gleiche Theile getheilet seyn. Neben die Theilpunkte, werden wir hier, von 10 zu 10 Theilen, Zahlen beygeschrieben. Wenn aber auf diese Art auf beyden

Schenkeln gleich große Theile genommen werden, so ist es eine der nothwendigsten Erfordernisse, daß solche Theilpunkte, bey denen auf beyden Schenkeln, einerley Zahlen zu stehen kommen, von dem Punkte C gleiche Entfernungen haben.

Diese eingetheilten Diagonallinien nennet man auf dem bisher beschriebenen **Proportionalzirkel, die arithmetischen Linien**; (Lineae partium aequalium).

2. Es befinden sich auserdem gewöhnlich noch verschiedene andere Gattungen von Linien, auf diesem Instrument, die man aber zu andern Absichten braucht, als blos Linien dadurch zu theilen. Man kan überhaupt, die nähere Einrichtung des Proportionalzirkels, und dessen weitläuftigen Gebrauch in **Leupolds Theatro Mach. Geom.** Kap. XVI ersehn. Auch findet sich daselbst Kap. XVIII ein weitläuftiges Verzeichnis von Schriftstellern, die von dem Proportionalzirkel gehandelt haben.

3. Von der Art wie dieses Instrument gebraucht wird, soll folgendes kürzlich einigen Unterricht ertheilen.

Gebrauch des Proportionalzirkels

1) Eine gerade Linie LM Fig. XLIV in eine gewisse Anzahl gleicher Theile. Z. E. in 9 gleiche Theile einzutheilen verfahre man so:

Man

Man fasse die vorgegebene Weite LM mit einem Handzirkel. Suche auf dem Schenkel CF des Proportionalzirkels, einen solchen Theilpunkt auf, dessen beygeschriebene Zahl sich mit derjenigen genau dividiren läst, welche die Menge der Theile ausdrückt, in die man LM theilen will. Hier wähle man also z. E. den Theilpunkt 90, welche Zahl sich mit 9 genau dividiren läst, setze in diesen Punktdie Zirkelspitze, und eröfne das Instrument soweit, bis die andere Spitze, auf den eben so vielten Theilpunkt 90 des Schenkels CA hinfällt, dergestalt, daß also die Weite zwischen beyden gegen einander überstehenden Theilpunkten 90, 90, genau der vorgegebenen Länge LM gleich ist. In dieser Oefnung lasse man nun das Instrument unverrückt, und fasse mit dem Zirkel die Weite zwischen beyden gegenüberstehenden Theilpunkten, 10, 10, (welche Zahlen den 9ten Theil von 90 ausdrücken) so wird diese Weite von 10 nach 10, der neunte Theil der zwischen den Theilpunkten 90, 90, enthaltenen Länge LM seyn. Die Weite zwischen denen Theilpunkten 20, 20, wird $= \frac{2}{9}$ LM seyn u. s. w.

Der Beweiß dieses Verfahrens ist aus der Natur des Instruments offenbar. Denn da ähnliche Theilpunkte, d. h bey denen auf beyden Schenkeln einerley Zahlen stehen, gleiche Weiten von C haben, so sind alle Weiten, z. E. von 10 nach 10, oder 20 nach 20 u. s. w. mit ein-

ander parallel, und verhalten sich wie der Theilpunkte 10, 20, u. s. w. Weiten von C. Weil also hier die Weite C 10 der 9te Theil von C 90 ist, so wird auch die Weite von 10 nach 10, der 9te Theil der Weite LM seyn, die zwischen den Theilpunkten 90, 90, enthalten ist, und mit der Weite 10, 10, parallel läuft.

Eben so, weil C 20 $= \frac{2}{9}$ C 90, so ist auch die Weite von 20 nach 20, $= \frac{2}{9}$ LM u. s. w.

II) Die Linie LM in einem gegebenen Verhältniß z. E. wie 25:60 zu theilen.

Man addire beyde Zahlen 25 u. 40 zusammen, dies giebt die Zahl 65. Man fasse LM mit dem Zirkel und trage sie auf das Proportionalinstrument, eröfne es so weit, biß die Weite zwischen den Theilpunkten 65, 65, der vorgegebenen Länge LM gleich ist. Dann fasse man, bey unverrückter Oefnung des Instruments, die parallelen Weiten, zwischen den Theilpunkten 25, 25 und 40, 40, trage sie auf LM, so wird LM in dem vorgegebenen Verhältniß 25:40 getheilet seyn, wie ebenfalls aus der Natur des Werkzeugs erhellet.

III) Zu drey vorgegebenen Linien, die ich z. E. a, b, c nennen will, die 4te Proportionallinie d zu finden.

Um dieses zu leisten fasse man die Weite a, und trage sie auf den Schenkel CA des Proportionalzirkels z E von C nach 20; Ferner trage man auch die Weite b auf eben den Schenkel CA z. E. von C nach 50; Hierauf nehme man die Weite c, setze die eine Zirkelspitze in den Theilpunkt 20, wo sich die erste Weite a endigte, und eröfne den Zirkel so weit, bis die Weite zwischen beyden gegenüberstehenden Theilpunkten 20, 20, genau der Weite c gleich ist; dann wird die Weite zwischen denen Theilpunkten 50, 50, die gesuchte 4te Proportionallinie seyn. Denn es verhält sich, nach (I) C20 zu C50 wie die Weite von 20 nach 20; zu der Weite von 50 nach 50. D. h. a:b = c:d.

IV) Man siehet aus dem bisherigen sehr leicht, wie sich durch Hülfe des Proportionalzirkels noch eine Menge anderer Aufgaben auflösen liessen; ich übergehe sie aber hier, weil sich viele davon sicherer aus §. 68 auflösen lassen. Meine Absicht war nur die vornehmsten Begriffe von dem bisherigen Instrumente beyzubringen, da es bey den praktischen Feldmessern in so großem Ansehen stehet.

V) Indessen muß ich aber errinnern, daß der Nutzen des Proportionalzirkels im Grunde nicht so sehr groß ist, wie wohl viele dafür halten. Der Gebrauch dieses Instruments ist allerdings deswegen eingeschränkt, (1) weil sich viele Ver-

hältnisse nicht anders als durch große Zahlen, ja die Irrationalverhältnisse gar nicht genau durch Zahlen ausdrücken lassen, folglich auch nicht von dem Proportionalzirkel abgetragen werden können. Im Gegentheil kan man doch manche Irrationalverhältnisse durch eine leichte geometrische Zeichnung genau finden, und durch Linien darstellen, wie oben im 69 §. daf. XI ein Beyspiel vorgekommen ist. (2) Wenn eine einzutheilende Linie LM größer ist, als die Summe der beyden Schenkel CA + CF des Proportionalzirkels, so fällt der Gebrauch dieses Instruments völlig weg. (3) Lassen sich auf den Schenkeln des Proportionalzirkels, die Verhältnisse nicht sehr genau und in kleinen Theilen angeben, wenn nicht das Instrument eine ansehnliche Größe hat. Sind daher die beyden Liniale DC, GE nicht wenigstens 8 bis 10 Zoll lang, so läst sich mit dem Instrumente nicht sehr viel genaues ausrichten. Aber alsdann, wenn das Werkzeug eine solche Größe bekömt, so kömt dessen Preiß gewöhnlich ziemlich hoch zu stehen; auch sind mit einer solchen Größe des Proportionalzirkels alsdann neue Unbequemlichkeiten verbunden, weil in solchen Falle ein Handzirkel, von gewöhnlicher Größe, sich nicht bequem und sicher dabey gebrauchen läst; und es ist besser wenn man sich alsdann eines Stangenzirkels bedienet, die Linien auf das Instrument zu tragen, oder davon abzunehmen.

Anmer-

Anmerkung.

§. 82. Die bisher beschriebene Einrichtung des Proportionalzirkels, mit zweyen um ein Gewinde beweglichen Linialen, hat der berühmte Galiläus zuerst bekannt gemacht; ohngefähr um das Jahr 1610.

Es hat zwar schon vor dem Jahre 1600 Just. Byrgius ein Werkzeug angegeben, welches ebenfalls zu der Absicht, Linien in gegebenen Verhältnissen, zu verzeichnen und abzutheilen dienen solte: Allein sein Werkzeug ist doch ziemlich von Galiläi Einrichtung unterschieden. Es bestehet Byrgs Proportionalzirkel, aus zweenen Schenkeln, auf denen sich zwar auch Abtheilungen befinden, die sich aber um einen Kopf drehen, der sich verschieben läst. Man sehe hievon Leupolds Theatr. Mach. Geom. §. 256. Bions Mathem. Werkschule, drittes B. 1 Kap. p. 82. Galgemeyers Tractat vom Proportionalschreymaaß und Zirkel. (Ulm 1615) und Leb. Hulsii Tracktat von Mechanischen Instrumenten. (Frankf. am Mayn 1600.)

Allein Byrgs Einrichtung ist von sehr wandelbaren und unrichtigen Gebrauche, und ihr ist Galiläi Proportionalzirkel, mit zwey beweglichen Linialen, die sich um ein festes Centrum drehen, weit vorzuziehen.

Die

Die besten Schriftsteller die den mannichfaltigen Gebrauch des Proportionalzirkels lehren, sind MALLET *Geometrie Practique. De Chales Geom. Pract L. 4.* Mich. Scheffels Unterricht vom Proportionalzirkel. NIC. GOLDMANN *tract. de usu proportionarii (Lugd. Bat. 1656) in fol.*

Auch Hr. Mech. Brander in Augspurg verfertigt Proportionalzirkel, zum geometrischen Gebrauche; man hat davon Hrn. Lamberts Abhandlung. Kurzgefaste Regeln zu perspectivischen Zeichnungen, vermittelst eines zu deren Ausübung, so wie auch zu geometrischen Zeichnungen eingerichteten Proportionalzirkels. Augspurg 1768.

Ein Verfahren, das Verhältniß zwoer Linien gegeneinander zu finden, wenn man keinen verjüngten Maaßstab, oder andere Mittel bey der Hand hat.

§. 83. 1. Gesetzt man solle Fig. XLV Tab. III, das Verhältniß der geraden Linien AB: AE finden.

Man trage also die kleinere Linie AB, auf die größere AE so oft es angehet, von A nach B, von B nach C, von C nach D. Dieses gehet hier 3 mahl an, und es bleibt das Stück DE übrig, daher ist hier

I) $AE = 3 . AB + DE.$

2. Nun fasse man die Weite DE, und trage sie auf AB so oft es angehet, von A nach b von b nach c, von c nach d; hier bleibt nun das Stückgen Bd übrig, und es ist

II) $AB = 3 . ED + dB.$

3. Eben so trägt man das übergebliebene Stück dB auf Ab, so oft man kan, so findet sich Ab oder

III) $ED = 2 . Bd + \gamma b.$

4. Und endlich nach eben dem Verfahren, $A\beta$ oder

IV) $Bd = 2\, b\gamma + \gamma\beta$

5. Hier ist das übergebliebene Stückgen $\gamma\beta$ schon so klein daß man es bequem nach dem Augenmaaße mit dem in (3) übergebliebenen Stückgen $b\gamma$ vergleichen kan. Hier würde ohngefähr

V) $\gamma\beta = \frac{3}{4}\gamma b$ seyn.

6) Aus denen Gleichungen I, II, III, IV, V, die man solchergestale in (1, 2, 3, 4, 5) erhalten hat, kan man nun durch eine sehr leichte Rechnung, das Verhältniß AB: AE finden. Denn

7) Aus der Gleichung V, den Werth von $\gamma\beta$ in die IV substituirt, wird.

$Bd = \frac{1}{4}\frac{1}{1} . b\gamma$. also $b\gamma = \frac{4}{11} . Bd$ dies in III substituirt giebt.

ED

$ED = \frac{26}{11}$. Bd also $Bd = \frac{11}{26}$. ED; dies in II substituirt giebt $AB = \frac{89}{26}ED$ also $ED = \frac{26}{89}AB$, dies in I gesetzt giebt $AE = \frac{293}{89}$. AB. Daher das gesuchte Verhältniß

$$AE : AB = 293 : 89.$$

8. Man siehet aus dem bisherigen Exempel sehr leicht das allgemeine dieser Methode. Man sucht nähmlich diese Näherung so weit zu treiben, bis man endlich auf ein so kleines Stückgen, wie $y\beta$ kömt, welches sich bequem, mit dem nächst vorhergehenden Stückgen γb, nach dem Augenmaaße vergleichen läst.

9. Die Richtigkeit dieses Verfahrens hängt aber offenbar von der Sorgfalt ab, mit der man vermittelst des Zirkels, die Theile auf AE nach einander hinsetzet, und von der Schärfe des Augenmaaßes, bey Schätzung des letzten übergebliebenen Stücks.

10. Man kan dieses Verfahren auch zur Ausmessung der Winkel oder Zirkelbogen gebrauchen. Gesetzt die bisherigen Linien AE, AB, seyen ein paar Kreisbogen, die mit einerley Halbmesser beschrieben worden. Der Bogen AE gehöre zu 60° so wird AB zu $\frac{89}{293}$. 60° oder zu 18° 13′ 30″ gehören, und so groß würde der Winkel seyn, der diesem Bogen zugehörte. Auf die Secunden die man in dem Werthe für AB erhält, wird man sich aber bey diesem Verfahren wohl schwerlich ver-

verlassen können; besonders wenn der Halbmesser dieser Bogen klein ist.

11. Ich habe übrigens nicht für undienlich erachtet, diese Methode hie beyzubringen: Denn man muß in der Ausübung immer auf mehrere Auflösungen einer Aufgabe sich gefast halten; und die bisherige kan in Ermangelung anderer Mittel gar wohl gebraucht werden.

Herrn Hogrevens Vorschlag, Maaßstäbe auf ein dreyeckigtes Prisma zu verzeichnen.

§. 84. Da die Abtragung gerader Linien von dem verjüngten Maaßstabe, immer einige Zeit erfordert, besonders wenn man genau verfahren will, und man gar leicht auf messingenen Maaßstäben die Zirkelspitzen verdirbt, so räth H. Hogreve (pract. Anweis. z. topogr. Vermess. eines Landes §. 26) man soll auf die Seitenflächen eines dreyeckigten Prisma von Holz oder Elfenbein ꝛc. Maaßstäbe verzeichnen; Beym Gebrauche die scharfe Kante, auf der die Abtheilungen eingerissen sind, an die vorgegebene gerade Linie anlegen, und so auf ihr bloß vermittelst einer scharfzugespitzten Nadel die abzusetzenden Maaße bemerken.

Man kan auf alle drey Seitenflächen des Prisma Maaßstäbe von verschiedener Größe verzeichnen; Innerhalb des dreyeckigten Prisma wird aber ein

Theil

Theil mit Bley ausgefüllt, damit das Prisma auf dem Papiere fest liege.

Hr. Hogreve versichert, daß dieses Verfahren Maaße abzutragen sehr geschwind von statten gehe, und auch die Fehler vermieden würden, die sonst beym Einsetzen der Zirkelspitzen begangen werden könten.

Einige Anmerkungen über die Zuverläßigkeit beym Abtragen gerader Linien.

§. 85. 1. In der theoretischen Mathematick pflegt man sich den Punkt als die Gränze aller Ausdehnung zu gedenken, und mathematische Punkte haben weder Länge Breite noch Dicke. Eine Linie ist bloß die äuserste Gränze einer Fläche, und sie bestehet also bloß in einer Länge ohne Breite und Dicke. Allein man siehet, daß es eine ganz andere Bewandniß mit solchen Punkten und Linien habe, die in der praktischen Mathematik betrachtet werden. Die praktischen Punkte, wenn sie in die Sinne fallen sollen, sind selbst kleine Theilchen einer Fläche; und eben so verhält sich die Sache mit den practischen Linien, bey denen ebenfalls Länge und Breite in Betrachtung kömt.

Auf dem Felde werden, nach Maaßgabe der Umstände, oft ganze Flächen und Körper, z. E. Gränzsteine, Häuser, Bäume, Bergspitzen u. s w. als Punkte angesehen, und Flüsse, Hecken, Wege

und

der Unterschied, zwischen den theoretischen und practischen Größen.

Auf dem Papiere haben wir Ursache, die practischen Punkte und Linien, dem Bilde der theoretischen, so nahe als möglich zu bringen, d. h. sie so zart zu entwerfen, als es die Werkzeuge zulassen, und die Umstände erfordern.

Wenn wir eine practische Linie auf dem Papiere mit einem Zirkel fassen, und messen wollen, so werden wir dabey allemahl Fehler begehen; theils wegen der Dicke der Zirkelspitzen, die als Punkte angesehen werden, theils wegen des Maaßstabes selbst, der vielleicht nicht zuverläßig ist, und endlich wegen der Unvollkommenheit unserer Augen, die im Sehen ihre Gränzen haben, und practische Punkte auf dem Papiere nicht mehr deutlich erkennen, so bald sie gar zu klein sind, und folglich unter einem gar zu kleinen Sehewinkel ins Auge fallen.

2. In dem letzten Falle hat man Versuche angestellet, die kleinste mögliche Größe der practischen Punkte zu bestimmen, die man auf dem Papiere mit bloßen Auge noch unterscheiden kan. — Um hievon nur ohngefähr einige Begriffe beyzubringen, so setze man, auf dem Papiere sey ein kleiner Kreis z. E. von einer Linie im Durchmesser, beschrieben, und etwa mit einer schwarzen Farbe

angestrichen worden. Nun stelle man das Blatt Papier in eine mäßige Erleuchtung, und entferne sich mit dem Auge nach und nach so weit, bis der Kreis auf dem Papiere anfängt undeutlich zu werden. Die Entfernung des Auges von dem Papiere, mit dem Durchmesser des Kreises verglichen, giebt die scheinbare Größe, oder den Winkel unter welchen ein kleiner Gegenstand von einer gewissen Farbe, ins Auge fällt, wenn solcher anfängt von dem Auge undeutlich empfunden zu werden.

3. Nämlich wenn man den Sinus totus = 1 setzet, so wird die Tangente der scheinbaren Größe dieses Kreises herauskommen, wenn man dessen Durchmesser, mit der Entfernung des Auges dividirt. Es sey also die scheinbare Größe = ϕ des Kreises Durchmesser = a, die Weite des Auges von dem Kreise wenn er anfängt undeutlich zu werden = b so ist

$$\text{tang } \phi = \frac{a}{b}$$

oder weil ϕ immer ein sehr kleiner Winkel ist, so kan man bloß $\phi = \frac{a}{b}$ (Trig. S. VII) oder in

$$\text{Secunden } \phi = \frac{a}{b} \cdot 206264 \text{ Sec. setzen.}$$

4. Diese scheinbare Größe φ richtet sich offenbar nach der Schärfe der Augen, weil b nicht für jedes Auge einerley seyn kan.

5. So ist R. Smith (Lehrbegr. d. Optik 97 §.) bey einem Versuche gegenwärtig gewesen, wo ein guter Freund von ihm, einen schwarzen Kreis auf weißen Papiere, bey dem gewöhnlichen Tageslichte nicht mehr deutlich erkennen konte, da die Entfernung seines Auges von dem Kreise ohngefähr 5156 mahl größer war, als der Durchmesser desselben. Mithin war für diese Person $b = 5156 . a$ und folglich $\varphi = \frac{206264}{5156}$ Sec. = 40 Sec.

6. Diese Person hatte sehr gute Augen; darum konte sie auch in einer so großen Entfernung, folglich bey einer so geringen scheinbaren Größe den erwähnten Kreis noch erkennen. Wahrscheinlicherweise muß bey den meisten Menschen der Sehewinkel größer als 40″ seyn, wenn sie ein kleines Objeckt noch deutlich sollen empfinden können.

Man kan annehmen, als ein Mittel aus vielen Erfahrungen, daß von den meisten Menschen ein Objeckt anfängt undeutlich empfunden zu werden, so bald der Winkel, unter welchen es ins Auge fällt, kleiner als eine Minute oder 60″ ist. — Indessen giebt es Personen denen ein Gegenstand noch unkentlich bleibt, wenn er gleich

unter einem Winkel von 2 und mehrern Minuten ins Auge fiele.

7. Es kömt der Sehewinkel offenbar auch auf die Farbe und Figur der Gegenstände, und auf den Grad ihrer Erleuchtung an. So z. E. wenn man einen gelben Kreis von eben der Größe wie in (5) auf dem weißen Papiere verzeichnete, so würde man ihn bey weiten in der Entfernung gar nicht mehr sehen, in welcher der schwarze Kreis nur erst anfängt undeutlich zu werden.

Die grösten Fixsterne machen an unsern Auge kaum einen Winkel von 1″ und wir sehen sie dennoch wegen ihres sehr lebhaften Glanzes.

8. Hat man nun ein für allemahl durch eine Erfahrung den kleinsten Sehewinkel bestimmt, unter dem ein Auge einen gewissen Gegenstand noch deutlich empfindet, so können wir daraus herleiten, wie groß der Durchmesser eines andern Objeckts, dessen Weite vom Auge gegeben ist, seyn müsse, damit man es noch deutlich erkennen möge. Denn aus der Gleichung (3) wird umgekehrt

$$a = b \text{ tang } \varphi.$$

Ex. Gesetzt eine Person deren kleinster Sehewinkel bey schwarzer Farbe auf weiß, zwo Minuten betüge, wolte eine gerade Linie LM Fig. XLIV, die auf dem Papiere mit Tusche gezeichnet

net ist, mit dem Zirkel fassen, und auf dem verjüngten Maaßstabe messen; die Entfernung dieser Linie vom Auge sey 8 Zoll, so ist $\varphi = 2$ Min. $b = 8$ Zoll, folglich der Diameter des kleinsten sichtbaren practischen Punktes der Linie LM = 8 Zoll $\times$ tang 2′ = 0, 0005818 . 8 Zoll = 0, 0046544 Zoll = $\frac{1}{215}$ Zoll. Um so viel kan also diese Person bey dem einen Endpunkt M der Linie LM, und um eben so viel auch bey dem andern Ende L fehlen.

Daher würde sie also die Weite LM höchstens nur bis auf $\frac{2}{215}$ oder $\frac{1}{125}$ eines Zolles genau mit dem Zirkel fassen können; Um so viel würde sie folglich LM zu groß oder zu klein annehmen, weil ihr die äusersten Gränzen dieser Linie in der Entfernung von 8 Zollen unkenntlich werden.

Wäre z. E. die Linie LM = 6 Zoll, so wäre das Verhältniß des Fehlers zur ganzen Länge = $\frac{1}{125}$: 6 = 1 : 750 oder blos wegen der undeutlichen Empfindung der äusersten Punkte dieser Linie, würde die Person, deren kleinster Sehewinkel 2′ betrüge, die vorgegebene Länge LM, in einer Entfernung von 8 Zollen, nur höchstens bis auf ihren 750 Theil genau abtragen, und messen können, wenn auch gleich die Zirkelspitzen mathematische Punkte wären, und also aus dieser Ursache keine neuen Fehler entsprängen.

9. So läst sich also aus dem bisherigen einigermaaßen die Genauigkeit bestimmen, mit der eine Person, deren kleinster Sehewinkel bekant ist, eine vorgegebene Linie abtragen, und messen kan. Indessen in den meisten Fällen werden doch die Fehler, deren Grund in dem Baue unserer Augen liegt, nicht sehr beträchtlich seyn. Weit größer sind die Unrichtigkeiten, die man aus Nachläßigkeit oft zu begehen pflegt. Z. E. wenn man die Zirkelspitzen nicht recht genau einsetzt, oder wenn sie nicht scharf genug sind, die äußersten Gränzen einer Linie recht gehörig zu fassen.

10. Die bisherigen Betrachtungen, werden bey Gelegenheit auch in der Folge noch nützlich seyn. Man kan vermittelst ihrer die Fehler bestimmen, die wegen der unterschiedenen Schärfe der Augen, beym Winkelmessen u. s. w. begangen werden können.

11. Verschiedene Versuche über die Schärfe der Augen, und der scheinbaren Größe der kleinsten sichtbaren Punkte bey verschiedener Farbe, und Erleuchtung derselben, findet man von meinem Vater Tob. Mayer angestellt und in den alten Göttingischen Comment. Soc. Reg. Tom. IV. pag. 120 beschrieben.

VII.

VII. Kapitel.

Von denen zur Ausmessung der Winkel auf dem Felde gehörigen Werkzeugen.

---

§. 86. Die Größe eines vorgegebenen Winkels auf dem Felde zu bestimmen, ist eine der vorzüglichsten Aufgaben in der practischen Geometrie, und man hat bey diesem Geschäfte alle mögliche Sorgfalt und Genauigkeit zu beobachten, theils weil wir auf dem Felde keine gar große Werkzeuge bequem gebrauchen können, theils weil Fehler die bey Winkeln begangen werden, gewöhnlich weit größern Einfluß haben, als solche die bey Messung der Linien vorfallen. Es wird daher nothwendig seyn, nicht allein eine genaue Kenntniß der Werkzeuge hie beyzubringen, sondern auch die nöthigen Prüfungen und Vorsichten bey ihren Gebrauche kennen zu lernen. Zugleich wird es nicht undienlich seyn, so viel als nöthig, einige Begriffe von ältern Werkzeugen beyzubringen, um die Zuverläßigkeit der damit vorgenommenen Messungen einigermaaßen zu beurtheilen. Von dem Gebrauche und der Einrichtung neuerer Werkzeuge werde ich aber etwas umständlicher handeln, als gewöhnlich

in den Anleitungen zur practischen Feldmeßkunst zu geschehen pflegt.

Allgemeine Begriffe von Winkelmessern.

§. 87. Wenn man die Größe eines Winkels bestimmen will, so verlangt man dessen Werth in Graden, Minuten, und in einigen Fällen wohl noch in kleinern Theilen.

Solche Werkzeuge womit man die Winkel misset bestehen hauptsächlich aus folgenden Stücken.

I) Aus einer ebenen **Fläche** oder **Platte**, worauf sich ein Kreis von einem willkürlichen Halbmesser befindet, dessen Peripherie in seine einzeln Grade und wo möglich noch in kleinere Theile eingetheilet ist. Dieser Kreis macht gewöhnlich während daß man vermittelst der Abtheilungen auf ihm einen Winkel bestimmt, den unbeweglichen Theil des Werkzeugs aus.

II) Aus den beweglichen **Dioptrlinialen** oder **Fernröhren**, die man an der unbeweglichen Platte (I) so anbringt, daß sie sich um den Mittelpunkt des auf ihr beschriebenen Kreises herumdrehen, nnd nach Gegenständen hinrichten lassen, deren Winkel am Mittelpunkte des Werkzeugs man bestimmen will.

III) Aus dem **Gestelle** oder **Stativ**, auf dem die unbewegliche Platte mit ihren Dioptern ruht,

und welches zu gleicher Zeit dazu dienet, dem Werkzeuge eine bequeme Stellung zu geben.

Dieses sind im ganzen die wesentlichen Stücke eines Winkelmessers. Die besondern Einrichtungen dieser einzeln Theile, die Art ihrer Verbindung, ihres Gebrauchs u. s. w. machen aber bey verschiedenen Gattungen solcher Werkzeuge eine unendliche Mannigfaltigkeit aus.

Bey einigen Werkzeugen, wird die Größe eines Winkels unmittelbar auf dem unbeweglichen Theile derselben, in Graden, Minuten u. s. w. angegeben, wie auf den sogenannten Astrolabiis. u. s. w. Bey andern Werkzeugen erhält man auf der unbeweglichen Platte bloß den Winkel ohne dessen eigentlicher Größe in Graden und Minuten, wie z. E. auf dem Meßtische, der Scheibe. u. s. w. Letztere Werkzeuge haben mit dem Astrolabio wohl die unbewegliche Platte gemein, nur befindet sich auf ihr kein eingetheilter Kreis. Ich werde nun nach der Ordnung die nähere Einrichtung der einzeln Theile eines Winkelmessers beschreiben.

Die unbewegliche Platte, beym Astrolabio.

§. 88. Dieser Theil des Werkzeugs, erfordert ohnstreitig die meiste Sorgfalt des Geometers. Es erhellet von selbsten, daß der Kreis auf der unbeweglichen Platte des Astrolabii, so genau als es

die Größe des Halbmessers erlaubt, in seine einzeln Grade getheilt sey. Kleinere Theile, die man wegen der geringen Größe des Halbmessers nicht unmittelbar auf dem Kreise haben kan, erhält man vermittelst eines Vernier, und anderer Einrichtungen, wie die Folge weisen wird

Da man nämlich bey weitläuftigen Messungen zugleich auf die Bequemlichkeit siehet, so nimmt man den Halbmesser des Kreises auf der Platte nicht leicht größer als etwa $\frac{3}{4}$ Fuß. Da die Platte und noch mehrere Theile eines Astrolabii meistens von Messing verfertigt werden, so würden diese Werkzeuge zu schwer ausfallen, und daher nicht bequem von einer Stelle an die andere gebracht werden können, wenn man dem Kreise einen grössern Halbmesser geben, folglich dadurch das Werkzeug gar zu groß machen wolte. Meistens begnüget man sich mit Winkelmessern, die nur $\frac{1}{2}$ Fuß im Halbmesser haben; aber den Halbmesser noch kleiner anzunehmen, würde wohl nicht zu rathen seyn, wenn man nur etwas mäßig genaues leisten will.

Ein Kreis dessen Durchmesser = 1 Fuß ist, hat zu seiner Peripherie 3, 1415 Fuß; da nun diese in 360 Theile oder Grade getheilet wird, so ist die Länge eines Grades = $\frac{1}{360}$. 3, 1415 = 0, 0087 Fuß oder nicht völlig 1 Linie. Daher sind in diesem Falle die Theile auf dem Rande schon ziemlich klein, und es würde große Schwürig-

rigkeiten haben, die Länge eines jeden Grades, wieder in 60 Theile oder Minuten unmittelbar zu theilen. Man begnüget sich daher auf dem Winkelmesser, nur die einzeln Grade genau zu erhalten, die kleinern Theile bestimmt man durch den Vernier u. s. w.

Da nun die genaue Eintheilung des Kreises, auf der Platte des Werkzeugs, mit unter die wesentlichsten Vollkommenheiten eines Winkelmessers zu rechnen ist, so wird der Geometer, diese Theilung lieber selbst vornehmen, als sie von einem Mechanico bewerkstelligen lassen, von dem man oft nicht wissen kan, ob er hiebey allemahl die nöthigen Vorsichten gebraucht. Der Feldmesser könte zwar die von dem Mechanico verfertigte Eintheilung prüfen, und die entdeckten Unrichtigkeiten bey Messung der Winkel in Betrachtung ziehen. Allein die gehörige Prüfung ist oft mit weit größerer Mühe verbunden, als wenn man das ganze Werkzeug selbst theilen wolte. Auch ist es unangenehm beträchtliche Fehler an der Theilung eines Winkelmessers zu entdecken, und sie jederzeit in Rechnung zu bringen. Ich halte daher für nützlich, sich selbst die Mühe zu geben, und die Eintheilung zu bewerkstelligen, wenn man anders überzeugt ist, zu diesem Geschäfte, einige Geschicklichkeit der Hände zu besitzen. Und wie nothwendig ist nicht diese überhaupt bey allen practischen Arbeiten, wo man einige Genauigkeit verlangt.

Ich

Ich halte es nicht für überflüßig hie kürzlich etwas von dem Verfahren beyzubringen, wie man einen Winkelmesser eintheilen könne. Alle Handgriffe zu erzählen würde zu weitläuftig seyn, da eine geschickte Hand, und ein vorsichtiges Auge mit einiger Uebung verbunden, : ar leicht die Mittel finden, wenigstens grobe Fehler zu vermeiden.

Theilung eines Kreises in seine einzeln Grade.

§. 89. 1) Zuvörderst muß man bey diesem Geschäfte mit einem guten Stangenzirkel versehen seyn, um den Kreis auf die mettallene Platte, die zum Winkelmesser dienen soll, aufzureißen.

Dieses Werkzeug bestehet Fig. XLVI Tab. III. aus einer viereckigten prismatischen Stange AB, von Messing oder polirten Stahle: abcd, αβγδ sind viereckigte messingene Hülsen, in welche genau der prismatische Stab AB passet. Diese Hülsen sind an ihrer untern Fläche mit zweenen Ansätzen versehen, an die man sehr scharfe stählerne Stiften i, g senkrecht anschrauben kan. p und q, sind ein paar andere Ansätze, durch welche die Stellschraube Ml gehet. Ersterer p findet sich am Ende des prismatischen Stabes AB, der zwote q ist aber auf die Hülse abcd befestiget. Die Vorichtung an dieser Stellschraube muß so beschaffen seyn, daß, wenn man sie herumdrehet, sie der Hülse abcd, und folglich dem Stifte i eine sanfte

Be-

Bewegung von A gegen B, oder von B gegen A ertheilet. r, n sind Schrauben, wodurch man die Hülsen an dem prismatischen Stabe in einer unverrückten Lage erhalten kan. Löset man die Schraube n an der Hülse αβγδ, so läst sich diese Hülse an dem prismatischen Stabe AB fortschieben, und man kan dadurch denen Stiften i, g, eine verlangte Weite von einander verschaffen.

Damit sich aber zwischen i, g eine gewisse Weite sehr genau fassen läst, so dienet dazu die Stellschraube Ml; Sobald nämlich die Hülse αβγδ, der abcd so nahe gebracht worden, daß zwischen g und i nur erst ohngefähr die verlangte Weite enthalten ist, so ziehet man die Schraube n an; Löset hierauf die r und wendet die Stellschraube Ml herum. Dann wird sich i so wenig man will verrücken lassen, bis zwischen i und g die verlangte Weite völlig genau enthalten ist. Wenn alsdann die Schraube r wieder angezogen wird, so läst sich die gefundene Entfernung ig unverändert behalten.

Dieses ist ohngefähr die Einrichtung eines Stangenzirkels, so wie ich ihn für bequem halte. Man könte gar leicht noch verschiedene Verbesserungen dabey anbringen z. E. auf dem prismatischen Stabe AB Maaßstäbe verzeichnen wodurch sich die Spitzen i, g sogleich in eine verlangte Weite stellen liessen, und dabey die Einrichtung

so

so machen, daß Ml als Mikrometerschraube, sehr kleine Theile des Maaßstabes angäbe.

II) Nun lasse man sich zwo messingene Platten verfertigen, und solche wohl abschleifen und poliren. Die erste die ich in der Folge A nennen will, soll den Winkelmesser abgeben, die zwote B aber dienet, die Abtheilungen auf ihr zu verfertigen, und solche von ihr nachher ins reine, auf die Platte A abzutragen.

III) Ist nun die Größe des Halbmessers für den einzutheilenden Umkreis des Winkelmessers festgesetzt, so fasse man diese Länge zwischen die beyden Spitzen i, g des Stangenzirkels (I) behalte sie unverrückt, und ziehe mit diesem Halbmesser auf beyden Platten A, B, zweene gleich große Kreise, so zart als möglich. S die Fig. XLVII Tab. III. Man setzet zu dieser Absicht die eine Spitze des Stangenzirkels in die Mitte der Platten A, B, und fähret mit der andern ganz sanft in einen Kreisbogen herum.

IV) Da nun bekantermaaßen der Halbmesser eines Kreises genau 6 mahl in dessen Peripherie herumgetragen werden kan, so behalte man die Weite, womit in (III) die Kreise gezogen worden, unverändert, und trage sie in die Umkreise A, B 6 mahl herum, so sind die Bogen $ab = bc = cd$ u. s. w. so wie auch die $\alpha\beta = \beta\gamma$ u. s. w. jeder $= 60°$.

Es verstehet sich, daß man bey diesem Geschäfte alle mögliche Sorgfalt anwenden müsse, sowohl die Spitzen des Stangenzirkels genau in die Bogen einzusetzen, als auch die Theilpunkte a, b, α, β, u. s. w. so zart anzugeben, daß man Mühe hat sie mit bloßen Augen zu erkennen. Diese Errinnerung gilt überhaupt bey jeder folgenden Eintheilung.

V) Ferner kan man auf dem Kreise ß einen solchergestalt erhaltenen Bogen von 60° z. E. βγ abermahls sehr leicht durch Hülfe des Stangenzirkels halbiren. Die beste Methode durch Versuche dieses zu bewerkstelligen ist folgende.

VI) Man fasse zwischen beyde Spitzen des Stangenzirkels eine Weite, wodurch man ohngefähr nach dem Augenmaaße glaubt den Bogen βγ halbiren zu können, setze die eine Zirkelspitze in den Punkt β und mache mit der andern in den Kreisbogen einen sanften Einschnitt v. Hierauf setze man bey unveränderter Oefnung des Stangenzirkels, die eine Zirkelspitze in γ ein; wenn nun die andere genau in den Durchschnittspunct v fiele, so würde die Weite der beyden Spitzen des Stangenzirkels, genau die Halbirungsweite des Bogens βγ seyn.

Trift aber die andere Zirkelspitze nicht in den Punkt v so mache man einen zweiten Einschnitt w. Dann erhält man die beyden Punkte v, w, wenn

diese

diese nahe genug neben einander sind, mithin das Räumgen vw sehr klein ist, so kan man ziemlich genau schon nach dem bloßen Augenmaaße die Mitte desselben i, welche zugleich der Halbirungspunkt des Bogens βγ seyn muß, bestimmen. Man lasse die eine Zirkelspitze in γ stehen, und verändere vermittelst der Stellschraube die andere Spitze, bis sie in i, oder in die Mitte zwischen v und w hintrift. Da aber solchergestalt i nur durchs Augenmaaß bestimmt wird, so kan man doch um etwas weniges fehlen; Man muß daher mit der Weite γi wieder eben den Versuch anstellen, den man anfangs mit der Weite βv, oder γw vornahm, so wird man es endlich dahin bringen, daß ein paar Durchschnittspunkte, wie v, w, immer näher zusammen rücken, bis sie völlig genau in einen einzigen Punkt i zusammenfallen, der alsdann der wahre Halbirungspunkt des Bogens βγ seyn wird. Mit dieser Weite die solchergestalt den Bogen βγ = 60° halbiret, kan man hierauf auf dem Kreise A jeden Bogen von 60°, wie bc, cd halbiren, wobey man aber sehr behutsam verfahren muß, damit sich die gefundene Weite zwischen beyden Spitzen des Stangenzirkels nicht verrücke.

VII) Auch halbire man mit der Weite βi jeden Bogen von 60° auf dem Kreise B.

VIII)

VIII) Man kan hierauf, um sich von der Richtigkeit der Arbeit zu versichern, auf dem Kreise A die Weite $gd = gc + cd = 30° + 60° = 90°$ mit dem Stangenzirkel fassen, und versuchen, ob sie durchgehends viermahl in den ganzen Umkreis herumpasset, bey welchem Theilpunkte b, g, c, d man auch anfangen mag.

IX) Auf eine völlig ähnliche Art halbiret man ferner auf dem Kreise B jeden Bogen von 30° z. E. den Bogen $Bi = 30°$, bey x, so wird $Bx = 15°$ und mit dieser Weite kan man alsdann auf dem Kreise A auch jeden Bogen von 30° halbiren.

X) Um nun endlich auf dem Kreise B die einzeln Grade zu erhalten, so theilet man einen Bogen von 15° erst in 3 Theile, und dann jedes Drittel wieder in 5 Theile; Man muß hier freylich bloß durch Versuche diese Eintheilungen bewerkstelligen.

Da aber auf dem Kreise B sich der Bogen von 15° sehr oft befindet, so kan man die Versuche auch oft anstellen, und solte etwa auf einem Bogen von 15° die Theilung unglücklich ausfallen, so kan man solche auf einem andern Bogen vornehmen, bis man endlich einen erhält, der mit aller möglichen Genauigkeit in seine einzeln Grade getheilet ist. Von diesem Bogen werden alsdann

die einzeln Grade auf den Kreis A abgetragen. Dieses geschiehet so:

Von dem richtig eingetheilten Bogen von 15° auf dem Kreise B, fasset man erstlich mit aller möglichen Sorgfalt, die Weite eines Grades, und trägt sie auf den Kreis A z. E. von f nach 1; Dann nimt man auf dem Kreise B die Weite von 2°, und trägt sie von f nach 2; Hierauf werden 3° von f nach 3 getragen u. s. w. bis man auf dem Kreise A den Bogen fm in seine 15° getheilet hat.

Um eben so auf dem nächsten Bogen mn = 15°, die einzeln Theile zu erhalten, so fasse man auf dem Kreise A, nach der Ordnung die Weiten $l1 = 15° + 1°$; $l2 = 15° + 2°$, $l3 = 15° + 3°$ u. s. w. Setze allemahl die eine Zirkelspitze in f, so wird die andere zwischen m und n fallen, und auf dem Bogen mn solchergestalt, die Theilpunkte für die einzeln Grade angeben, und so kan man, wie ein kleines Nachdenken zeigen wird, auf dem Kreise A jeden Bogen von 15° sehr genau in seine einzeln Grade theilen.

Die Theilung des Bogens von 15° auf dem Kreise B verrichte ich aber bloß vermittelst eines Federzirkels, davon §. 62. 6 die Beschreibung gegeben worden ist: Denn der Stangenzirkel ist, wenn die Theile so klein werden, mit einigen Unbequemlichkeiten verbunden. In Ermangelung

eines

eines Federzirkels könte man sich auch blos des gewöhnlichen Handzirkels bedienen, dessen Spitzen sehr scharf und gehärtet seyn müssen. Allein man wird ihn nicht mit leichter Mühe so genau stellen können als den Federzirkel.

Die sogenannten Haarzirkel dergleichen man in Leupolds Th. Geom. §. 287 (das. in d. XX Tafel die XIII Figur) beschrieben findet, würden auch zur Theilung eines Kreises gute Dienste leisten.

XI) Auch wird es während der Theilung nicht überflüßig seyn, sich beständig eines Vergrösserungsglases etwa von 2 Zollen in der Brennweite zu bedienen, sowohl um die Zirkelspitzen desto genauer in die Theilpunkte einsetzen zu können, als auch selbst kleine Fehler in der Theilung auf dem Kreise A desto sichtbarer zu machen. Die Theilpunkte auf dem Kreise A werden aber, vermittelst eines stählernen Punzen, sichtbar gemacht. Es werden nämlich anfangs die Stellen, wo die Abtheilungen hinfallen, bloß durch sehr zarte Einschnitte mit dem Zirkel angegeben, die sich allenfalls wieder wegpolieren lassen, wenn einige davon unrichtig ausgefallen seyn solten. Die wahren und für richtig befundenen Theilpunkte werden aber vermittelst des erwähnten Punzen durch zarte Tüpfelgen, die nicht größer als etwa 0,001eines Zolles seyn müssen, bemerkt.

XII) Ist nun die ganze Eintheilung auf der Platte A vollendet, und durch vielfältige Prüfungen für richtig befunden worden, so nimt man wieder den Stangenzirkel zur Hand, und ziehet aus dem Mittelpunkte A in einiger Entfernung von dem eingetheilten Kreise abcdefa einen zweiten Kreis, dessen Halbmesser etwa um $\frac{3}{4}$ Linie größer ist, als der Halbmesser des eingetheilten: Zwischen diese beyden concentrischen Kreise werden alsdann die Theilstriche ausgezogen.

Zu dieser Absicht bediene ich mich eines bloßen Federmessers, dessen Spitze aber von Stahl, und sehr scharf und dünne geschliffen seyn muß. Ich lege an den Mittelpunkt A, und an jeden Theilpunkt a, b, c u. s. w. ein Linial sehr genau an und ziehe längst desselben, von jeden Theilpunkte bis an den äusern Umkreis sehr zarte Theilstriche mit dem Federmesser aus. Man muß hiebey die Vorsicht gebrauchen, daß die Theilstriche genau durch die Theilpunkte gezogen werden. Man wird aber dieses sowohl sehen als fühlen können, besonders wenn die Tüpfelgen gut gemacht sind, und man sich eines Vergrösserungsglaßes bedient, auch erst mit der Spitze des Federmessers längst des Linials herfährt, ehe man den Theilstrich würcklich auszieht.

XIII) Endlich polieret man das Rauhe von der Platte ab, und überziehet sie mit einer Druckerschwär-

schwärze, nach deren Wegbeschaffung alsdann die Theilstriche sehr deutlich in die Augen fallen.

Auf diese Art kan man mit ziemlicher Genauigkeit einen Winkelmesser eintheilen, wie ich selbst den Versuch gemacht habe. Ueberhaupt muß man sich aber bey diesem Geschäfte nicht übereilen und sich keine Mühe verdriessen lassen, durch öfters wiederhohlte Prüfungen die erhaltenen Theilpunkte zu berichtigen.

XIV) Die meisten Mechanici theilen die geometrischen Werkzeuge bloß vermittelst der sogenannten Theilscheibe. Allein ich muß gestehen, daß man hiedurch bey weiten den Grad der Richtigkeit nicht erhalten wird, als vermittelst des bisherbeschriebenen Verfahrens. Selten habe ich Winkelmesser für richtig befunden, von denen ich wuste, daß sie auf der Theilscheibe getheilt waren. Hiezu kömt auch oft noch die Nachläßigkeit des Mechanici.

XV) Die Methode deren sich H. Helfenzrieder (Anleitung zur Geodäsie. Ingolstadt u. Augsp. 1775. das. im 7ten Kap.) bedienet, halte ich nicht für sehr zuverläßig, und die Zurüstungen die man vorher machen muß sind ohne Noth zu weitläuftig und zu erkünstelt.

Ich halte die einfachste Methode immer für die beste, und die ist doch wohl, bey einem geometrischen Winkelmesser, der bloße Gebrauch eines

Stangen- und Handzirkels. Bey grossen Winkelmessern z. E. von 2 und mehrern Fußen im Halbmesser, bestimmt man die Abtheilungen vermittelst ihrer Chorden, die man berechnet, und von einem sehr genau eingetheilten Maaßstabe abnimmt. Man kan das ganze Verfahren in des geschickten Künstlers *J. Bird's Method of dividing astronomical instruments*, davon sich in Hrn. Hofr. Kästners astron. Abh. II Theil eine Uebersetzung befindet, nachlesen. Bey einem so kleinen Winkelmesser, wie man meistens zum practischen Feldmessen gebraucht, ist es unnöthig ein ähnliches Verfahren anzubringen; Vorher einen so genau eingetheilten Maaßstab für die Chorden zu verfertigen, kostet fast eben so viel Arbeit, als die Theilung des Kreises selbst, und ich habe daher lieber die Methode vorschlagen wollen, auf zwo Platten zweene gleich große Kreise zu beschreiben, auf dem einen die gehörige Theile durch Versuche zu bestimmen, und solche nachher auf den andern abzutragen.

In den *Memoires de l'Academie R. des Sc. a Paris.* 1765 befindet sich eine Abhandlung vom Hrn *Duc de Chaulnes*. über die Theilung eines Winkelmessers. Er bedienet sich zwar eines etwas zusammengesetzten Kunstgrifs, die Abtheilungen gehörig zu verfertigen, und seine Methode bestehet hauptsächlich in einer gehörigen Anwendung dioptrischer Werkzeuge, wodurch dem schwachen

Auge

Auge nachgeholfen wird; Indessen ist er dadurch in den Stand gesetzt worden, einen Winkelmesser von 11 Paris. Zollen im Halbmesser, so genau einzutheilen, daß vermittelst desselben ein Winkel eben so scharf ausgemessen werden konte, als mit einem astronomischen Quadranten von 6 Fuß im Halbmesser; wie die Beobachtungen ausweisen, die mit diesem Werkzeuge des Hrn. Herzog von Chaulnes auf dem Königl. Observatorio zu Paris, über die Schiefe der Ecliptik angestellet worden

Nachher hat Hr. *Abbè Fontana* zu Florenz, einige Verbesserungen angebracht, und des Hrn. Herz. von Chaulnes seine Methode, theils einfacher theils richtiger, und vermittelst anderer Vorrichtungen, zur Ausübung allgemeiner zu machen, sich bemühet; Wer von dieser Vorrichtung des Hrn. Abbe Fontana, nähern Unterricht verlangt, der findet diese in der Vorrede der italiänischen Uebersetzung eines Werkes, welches die Londner Soc. der Künste herausgegeben hat (*Avanzamento dell'arte delle Manifatture e del Commercio &c. Firenze* 1773. in Fol. 2 Tomi.

Ueber die Feinheit der Theilstriche auf dem Rande des Winkelmessers.

§. 90. Diese ist, ausser der Gleichheit der Theile, eine der nothwendigsten Eigenschaften, eines Winkelmessers; und die Theilstriche, müssen desto

zärter auf die Platte gerissen werden, je kleiner der Halbmesser des Kreises ist.

Der Halbmesser eines Kreises heiße a, so ist dessen Umkreis = 3, 1415.2a; gesetzt nun die Dicke eines Theilstrichs, oder Punkts auf der Peripherie heiße b, so kan man die Anzahl von Secunden finden, die dieser Theilpunkt auf dem Umkreise einnimmt. Da nähmlich der ganze Umkreis 1296000 Sec. hält, so schliest man nach der Regel de Tri

3, 1415.2a : b = 1296000 : zur Anzahl von Secunden = x die der Theilstrich einnimmt. Also ist

$$x = \frac{648000}{3,1415} \cdot \frac{b}{a} \text{ oder}$$

$$= 206264 \cdot \frac{b}{a} \text{ Secunden.}$$

Ex. Es sey a = 1 Fuß = 10 Zoll b = 0, 001 Zoll so wird

$\frac{b}{a}$.206264 = 0, 0001 × 206264 Sec. =

20″, 66.. Wenn also bey einem Winkelmesser von 1 Fuß im Halbmesser, die Dicke eines Theilstrichs nur 0, 001 Zoll beträgt, so nimmt dieser Theilstrich schon einen Bogen von 20″ auf dem Rande ein.

Dieses zeigt die Nothwendigkeit, die Theilstriche so fein zu ziehen, daß man sie mit Mühe durch die bloßen Augen erkennen kan, wenn man an-

anders bey Winkelmessungen einige Schärfe verlangt.

Es wird gut seyn, bey einem Winkelmesser, den man gebrauchen will, vorher die Dicke der Theilstriche zu untersuchen, und folglich den daraus zu befürchtenden Fehler einigermaaßen beurtheilen zu können.

Den Halbmesser des Werkzeugs bekömt man, wenn man auf dem Rande, die Chorde von 60° fasset, und sie auf einen verjüngten Maaßstab trägt. Die Dicke eines Theilstriches, in Theilen des Maaßstabes, muß man ohngefähr nach dem Augenmaaße schätzen, und so hat man den Quotienten $\frac{b}{a}$ in der Formel für x.

Verschiedene Arten des eingetheilten Randes.

§. 91. Meistens bestehet der eingetheilte Rand eines Winkelmessers, aus einem ganzen Kreise.

Man findet aber auch Werkzeuge, die nur aus einen Halb- oder Virtelskreise bestehen; die letztern nennet man Quadranten.

Da es in der Ausübung sehr oft vorkömt Winkel nach allen Richtungen, aus einem einzigen Standpunkt aufzunehmen, so würde der ganze Kreis

freylich zu dieser Absicht am bequemsten seyn, weil man da nicht nöthig hat, das Werkzeug von neuen zu stellen, so bald die Winkel sehr groß werden.

Der Quadrant, ist besonders bequem zu Höhenmessungen.

Bey einem Winkelmesser, dessen Rand aus einem ganzen Kreise bestehet, hat man die Unbequemlichkeit, daß das Werkzeug zu schwer und zu kostbar wird, wenn man dessen Halbmesser grösser als etwa $\frac{3}{4}$ Fuß annimt; Und dann fallen die Grade schon ziemlich klein aus.

Wäre es daher nicht besser sich bey geometrischen Vermessungen bloß eines Quadranten statt eines ganzen Kreises zu bedienen? Man könte für ihn einen weit größern Halbmesser annehmen ohne daß er kostbarer und schwerer würde. Die Theile auf dem Rande würden weit größer ausfallen, und folglich auch genauer bestimmt werden können u. s. w.

Ich würde mir daher statt eines ganzen Kreises von $\frac{1}{2}$ Fuß im Halbmesser, lieber einen Quadranten von 1 Fuß im Halbmesser anschaffen. Auch brauchte nicht die ganze Scheibe des Quadranten von Metall zu seyn, sondern blos der eingetheilte Rand, und die Theile die zur Befestigung der Dioptern oder Fernröhre, und ande-

rer

rer wesentlicher Stücke, gehören. Uebrigens wird ein aufmerksamer Beobachter mit einem Viertheilszirkel, auch leicht solche Winkel bestimmen können, die über 90° oder 180° gehen; wenn man nur solche große Winkel in Theile zerlegt, und jeden besonders ausmisset.

Noch einige Betrachtungen über die Eintheilung der Winkelmesser.

§. 92. Die Theilung eines Kreises in 360 Theile, oder eines Quadranten in 90, ist schon seit langer Zeit eingeführt, und bey geometrischen Werkzeugen ist fast bisher keine andere gebraucht worden. Bey astronomischen Werkzeugen pflegt man heut zu Tage auch gar oft den Quadranten in 96 Theile zu theilen.

Da man den Bogen von 60°, und folglich auch durch eine Halbirung den von 30°, am bequemsten bestimmen kan, so darf man den Bogen von 30° oder von $\frac{1}{3}$ 90° nur noch 5 mahl nach einander halbiren, so bekömt man $\frac{\frac{1}{3}\ 90^\circ}{2.2.2.2.2}$ oder

$\frac{1}{3.2.2.2.2.2} . 90^\circ$ oder den 96ten Theil eines Quadranten. Da man also bey dieser Einrichtung nur immer halbiren darf, und dieses besonders bequem ist, so mag wohl dieser Umstand zu

der

der 96 Theilung eines Quadranten Anlaß gegeben haben.

2. Man kan aber gar leicht die 96 Theile des Quadranten, auf die gewöhnlichen 90 Theile oder Grade reduciren. Da $\frac{1}{96} \cdot 90^\circ = 56' 15''$ ist, so läst sich leicht $\frac{2}{96} \cdot 90^\circ$, $\frac{3}{96} \cdot 90^c$ und so überhaupt jedes Vielfache von $\frac{1}{96} \cdot 90^\circ$ oder von $56' 15''$ berechnen, und in eine Tafel bringen, die nachher dazu dienen kan, einen Winkel der in 96 Theilen des Quadranten oder in 384 Theilen des ganzen Umkreises bekant ist, durch die gewöhnlichen Theile eines Kreises, nämlich durch Grade und Minuten auszudrücken.

3. Zu gleicher Zeit können beyde Arten von Eintheilungen, die man an einem geometrischen Werkzeuge auf zweenen koncentrischen Kreisen anbringt, einander wechselseitig zur Prüfung, und selbst auch zur genauern Ausmessung eines Winkels dienen, wie in der Folge erhellen wird.

4. Die wesentlichste Eigenschaft eines guten Winkelmessers, bestehet in der möglichst genauen Gleichheit der Theile auf dessen Rande: Es mögen nun diese Theile entweder gewöhnliche Grade, oder auch von jeder andern willkührlichen Größe seyn, (wenn man nur letzterer ihren Werth in gewöhnlichen Graden weiß.)

Nun lehret die Erfahrung daß es weit leichter sey, auf eine unbestimte gerade Linie oder Zirkelbo-

gen

gen, eine gewisse Anzahl willkürlicher gleich großer Theile abzusetzen, als umgekehrt einen Bogen von gegebener Größe, in eine bestimte Anzahl gleicher Theile zu theilen, wie z. E. den Quadranten genau in 90 gleiche Theile.

Man könte daher einen sehr richtig eingetheilten Winkelmesser mit leichter Mühe auf folgende Art erhalten.

Auf einen Kreisbogen, den man auf einer mettallenen Platte gerissen hat, setze man eine gewisse Anzahl willkürlich kleiner Theile von gleicher Größe, so oft an einander, bis man einen Bogen von beträchtlicher Größe, z. E beynahe einen Quadranten oder Halbkreis u. s. w. bekömt. Diesen Bogen, auf dem sich solchergestalt lauter vollkommen gleiche Theile befinden, gebrauche man zu einem Winkelmesser.

Nur muß man vorher die eigentliche Größe dieses Bogens in gewöhnlichen Theilen des Kreises, nämlich in Graden und Minuten u. s. w. wissen, ehe man ihn würklich zu Winkelmessungen braucht. Ich werde in der Folge einige Mittel angeben wie man sehr leicht und zuverläßig den Werth eines solchen Bogens bestimmen könne.

4. Gesetzt also auf einen Kreisbogen von einem gegebenen Halbmesser habe man nach der Ordnung 86 willkürliche gleich große Theile abgesetzt, und diese 86 Theile betrügen nach angestellter Unters

tersuchung einen Bogen von 95° 7′ oder von 5707′, sowürde ein solcher Theil = 1° 6′ 21″, 62 seyn.

Wenn man also hievon die vielfachen bis aufs 86fache berechnete und in eine Tafel brächte, so könte man alsdann sehr leicht einen jeden Winkel oder Bogen, der in solchen 86 Theilen die sich auf dem Rande des Werkzeugs befinden, gegeben ist, auf gewöhnliche Grade und Minuten u. s. w. reduciren wie in (2).

5. Diese Methode einen Winkelmesser einzutheilen hat schon Römer bey astronomischen Werkzeugen angebracht (*Horrebow Op. Math. Tom. III. Cap. V.* §. 57. 58) und verdiente würklich, daß man von ihr in der Ausübung mehreren Gebrauch machte, da sie mit so viel Bequemlichkeit und Genauheit verrichtet werden kan. Die einzige Vorsicht ist nur diese, daß man beym Auftragen dieser willkürlich kleinen Theile im Einsetzen der Zirkelspitzen keine Fehler begehe, und immer genau dieselbe Weite zwischen beyden Zirkelspitzen erhalte; Dieses wird sich aber in der Ausübung sehr leicht bewerkstelligen lassen. Uebrigens ist die kleine Mühe, die willkürlichen Theile des Randes in die gewöhnlichen Grade und Minuten jedesmahl zu verwandeln, sehr unbeträchtlich gegen den Vortheil, auf eine so leichte Art einen sehr richtig eingetheilten Winkelmesser zu erhalten.

6. In

6. In der Ausübung könte man aber die gedachten willkürlichen Theile etwa so groß nehmen, daß 90 von ihnen einen Bogen ausmachten, der nicht sehr von gewöhnlichen 90 Graden abwiche. Man könte auch etwa Vernier anbringen, der die erdichteten Grade (gradus ficti) auf dem Rande noch weiter in kleinere Theile eintheilte.

Die beweglichen Dioptern an dem Winkelmesser.

§. 93. 1. Wenn man die Vorrichtung so macht, daß sich um den Mittelpunkt eines eingetheilten Kreises ein Linial bewegen kan, an dessen beyden Enden senkrecht auf die Fläche des Linials, ein paar Linien aufgerichtet sind, längst die man nach einem gewissen Gegenstande hinaus visiren, und dadurch die Richtung einer durch den Gegenstand und den Mittelpunkt des eingetheilten Kreises eingebildeten Verticalfläche bestimmen kan, so heist dieses Linial ein **Absehlinial**, eine **Alhidadenregel.**

2. Die nähere Einrichtung davon zeigt Fig. XLVIII. Tab. III; daselbst ist A der Mittelpunkt des eingetheilten Randes. Durch ihn gehet eine Axe, um die das Linial DD beweglich ist. eBe, eie, sind zwo senkrecht auf die Ebene des Linials aufgerichtete meßingene Plättlein oder **Absehen.** (Dioptern)

3. Die

3. Die Ocular dioptrer eie, hinter welche das Auge O zu liegen kömt, hat längst der Mitte herunter, senkrecht auf die Ebene des Linials, einen zart eingeschnittenen Schlitz id, durch welchen das Auge zielet. Die Objectivdiopter eBe, hat aber eine etwas weite Oefnung, durch die der Länge herunter, ein zarter Silberfaden Bb, oder Pferdehaar ausgespannt ist. Der Schlitz id, nebst den ausgespannten Faden Bb müssen genau in einer Ebene liegen, die man sich durch den Mittelpunkt A, auf die Fläche des Linials senkrecht aufgerichtet, vorstellet.

4. Wenn also auf diese Art DD horizontal liegt, so sind id, Bb, vertical, und das Auge, welches durch id visiret, und von dem Faden Bb einen gewissen Gegenstand bedeckt siehet, liegt alsdann in einer Verticalfläche idBb, die erweitert, auch durch den Gegenstand gehet. Diese Verticalfläche idBb heist die **dioptrische Ebene** (Planum dioptricum).

5. Sie gehet durch den Mittelpunkt A, und ihre Durchschnittslinie mit der Ebene des Linials, oder db, heist die **Alhidade**, (Ziel oder Visirlinie).

6. Oft ist die Einrichtung so gemacht daß die Schärfe des Linials DD, selbst die Alhidade ist.

7. Ge-

7. Gewöhnlich sind die Dioptern, bey ee, ee, um Gelenke beweglich; damit man sie auf die Regel DD niederlegen könne.

Gebrauch der Dioptern.

§. 94. Wenn die dioptrische Ebene hier nach einem gewissen Gegenstande hingerichtet ist, folglich dem Auge O, das Objeckt von dem Faden Bb bedeckt zu seyn scheinet, so bemerke man sich auf dem Rande den Theilstrich m, welchen die Regel DD abschneidet.

Hierauf wende man die Alhidadenregel herum, und richte die dioptrische Ebene nach einem zweiten Objeckt; Gesetzt $\eta\delta B\beta$ sey solchergestalt die zwote Lage der dioptrischen Ebene, und hinter dem Faden $B\beta$ erscheine abermahls ein Gegenstand, so ist der Bogen ms, oder der μw welchen die Visirlinien $d\mu$, δw auf dem Rande abschneiden, das Maaß des Winkels $bA\beta$, um welchen die Alhidadenregel herumgedrehet worden, und wenn die Ebene des Werkzeugs horizontal ist, so ist zugleich der nur genannte Bogen $ms = \mu w$, das Maaß des Neigungswinkels, den ein paar Verticalflächen mit einander machen würden, die man sich durch den Mittelpunkt des Werkzeugs, und die beyden Objeckte, nach denen man hinvisiret hat, einbildet.

Es verstehet sich, daß während Herumdrehung der Alhidadenregel, die Ebene des eingetheil-

theilten Randes in unverrückter Lage erhalten werden müsse. Die Art wie dieses bewerkstelliget wird, wird in der Folge, bey vollständiger Beschreibung eines Winkelmessers näher erhellen.

Nothwendige Eigenschaften der Dioptern.

§. 95. 1) Der Schlitz id im Ocular diopter darf nicht zu enge, aber auch nicht zu weit seyn. Im ersten Falle hält es schwer, Gegenstände die nicht sehr stark erleuchtet sind, deutlich zu erkennen, und aufzusuchen. Im andern Falle, giebt es eine Parallaxe, das will sagen, wenn der Schlitz zu weit ist, so wird einem Auge hinter ihm, ein gewisses Objeckt von dem Faden des Objectivdiopters bald bedeckt zu seyn scheinen, bald nicht, nachdem man das Auge ein wenig mehr rechts oder links hält. Einige machen deswegen den Schlitz zwar enge, geben ihm aber der Länge herunter verschiedene kleine runde Löcher, die mehreres Licht durchlassen, und also zu bequemerer Aufsuchung der Gegenstände dienen.

Man visiret erst durch ein solches Loch, suchet das Objeckt, nach welchem man visiren will, auf, und drehet dabey die Alhidadenregel herum, bis in dem Faden des Objectivdiopters, wenigstens erst ohngefähr der Gegenstand erscheinet. Hierauf zielet man durch den engern Theil des Schlitzes, und richtet vermittelst einer geringen Verrückung der Alhidadenregel, den Faden des Objectiv-

dio-

diopters, völlig genau nach einem gewissen bestimmten Punkte des Objects.

II) Der Faden muß jederzeit wohl gespannet seyn; zu welcher Absicht sich leicht eine Vorrichtung erdenken läst, etwa, ihn durch ein Schräubgen anzuziehen.

III) Es ist gut wenn die Dioptern ziemlich hoch sind, um nach erhabenen Gegenständen desto bequemer zielen zu können. Aber je höher sie sind, desto nothwendiger ist es, daß der Schliß und der Faden, genau in einer auf der Alhidadenregel senkrechten Ebene liegen.

IV) Eine der nöthigsten Erfordernisse ist, daß sich die Alhidadenregel, genau um den Mittelpunkt des eingetheilten Randes bewege, sonst begehet man in einigen Fällen einen großen Fehler, wenn man den Bogen ms oder μw, welchen die Alhidade, auf dem Rande durchlaufen hat, für das Maaß des Winkels μAw annimt, um welchen die Alhidade herumgebrehet worden. Die aus der Excentricität eines Winkelmessers, entspringende Unrichtigkeiten, lassen sich durch folgende Betrachtungen einigermaaßen übersehen.

Fehler bey Ausmessung der Winkel, wenn die Alhidadenregel, sich um einen Punkt drehet, der nicht genau der Mittelpunkt des Werkzeugs ist.

§. 96. 1. Es sey der Kreis Fig. XLIX Tab. III. der eingetheilte Rand des Winkelmessers; C

dessen wahrer Mittelpunkt; c der Punkt um den sich die Alhidadenregel beweget; o sey der Punkt auf dem Rande, von welchem die Theilung angerechnet wird.

2. Gesetzt nun die Alhidade co führe nach einem gewissen Gegenstande hin, und werde hierauf herumgedrehet, bis sie in der Lage cA nach einem zweiten Objeckte hingerichtet sey: so ist zwar der Winkel ocA, derjenige welchen die beyden Gegenstände mit einander machen, aber der Bogen oA, ist nicht das Maaß dieses Winkels, weil c, nicht der Mittelpunkt des Randes ist. Man begehet also einigen Fehler, wenn man nurgedachten Bogen, für des Winkels ocA Maaß annehmen wolte; Er ist eigentlich des Winkels oCA Maaß.

3. Um soviel also die beyden Winkel oCA, ocA von einander unterschieden sind, soviel beträgt der Fehler, der von der Excentricität des Werkzeugs herrühret.

4. Es sey also der auf dem Rande gefundene Bogen oA, oder der zugehörige Winkel oCA $= \varphi$.

5. Um die Lage des Punktes c zu bestimmen, muß gegeben seyn, dessen Abstand Cc vom wahren Mittelpunkte C, und der Winkel cCo, welchen Cc mit dem Halbmesser Co macht, welcher durch den ersten Theilpunkt o gehet. Es sey daher $Cc = c$; $cCo = \alpha$, und der Halbmesser $Co = r$

6. Ich

6. Ich suche den Unterschied (3) nämlich ocA — oCA dieses ist der Fehler, dessen Größe verlangt wird.

7. Diesen findet man so: In dem Dreyecke ocm ist der äusere Winkel omA = ocm + com und eben so omA = oCA + CAm; Daher,

8. ocm — oCA = CAm — com.

9. Nun ist im Dreyecke cCo gegeben; Cc = c; cCo = α, Co = r; daraus findet sich

$$\text{tang coC} = \frac{c \sin \alpha}{r - c \cos \alpha}$$ (Trig. S. XXI.)

weil aber der Winkel coC gewiß in jedem Falle nicht sehr groß seyn wird, wenn anders das Werkzeug nicht gar zu fehlerhaft ist, so kan man ohne merklichen Fehler blos setzen

$$\text{coC} = \frac{c \sin \alpha}{r - c \cos \alpha}$$

10. Eben so in dem Dreyecke CAc, ist bekannt Cc = c; CA = r; cCA = φ + α; und daher

$$\text{tang CAm} = \frac{c \sin (\alpha + \varphi)}{r - c \cos (\alpha + \varphi)}$$; oder aus eben dem Grunde, wie vorhin (9)

$$\text{CAm} = \frac{c \sin (\alpha + \varphi)}{r - c \cos (\alpha + \varphi)}$$

11. also, (9.10.)

CAm — coC oder (8)

ocm — oCA =

$$\frac{c \sin(\alpha+\varphi)}{r - c\cos(\alpha+\varphi)} - \frac{c.\sin\alpha}{r - c\cos\alpha}$$

12. Weil nun c in Vergleichung mit r sehr klein ist, so kan man die Glieder $c.\cos(\alpha+\varphi)$, $c.\cos\alpha$ im Nenner ohne merklichen Irrthum weglassen, und blos setzen

$$ocm - oCA = \frac{c(\sin(\alpha+\varphi) - \sin\alpha)}{r}$$

13. Weil $\sin(\alpha+\varphi) - \sin\alpha = 2.\cos\frac{1}{2}(\alpha+\varphi+\alpha)\sin\frac{1}{2}(\alpha+\varphi-\alpha) = 2.\cos(\frac{1}{2}\varphi+\alpha)\sin\frac{1}{2}\varphi$ ist, so wird ocm — oCA

$$= \frac{2c}{r}.\cos(\tfrac{1}{2}\varphi+\alpha)\sin\tfrac{1}{2}\varphi;$$ welches sich sehr leicht durch Logarithmen berechnen läst. Nur ist hiebey noch zu bemerken daß die Formel $\frac{2c}{r}.\cos(\frac{1}{2}\varphi+\alpha)\sin\frac{1}{2}\varphi$, den Bogen welcher den Unterschied der beyden Winkel ocm — oCA misset, in Decimaltheilen des Sinus totus angiebt, will man den Winkel ocm — ocA sogleich in Secunden ausdrücken, so muß man die gedachte Formel noch mit der Zahl 206264 multipliciren, dann wird

$$\frac{2c}{r} \cos\left(\tfrac{1}{2}\varphi + \alpha\right) \sin \tfrac{1}{2}\varphi \cdot 260264''.$$

14. Auf dieſe Art giebt alſo die gefundene Formel die Anzahl von Secunden an, die man zu dem Winkel φ, oder dem Bogen oA addiren muß, wenn man den wahren Winkel ocA, finden will, um welchen die Alhidade herumgedrehet worden. Addiret man dieſe Anzahl von Secunden nicht hinzu, ſondern nimmt für den Winkel ocA, blos den Bogen oA $= \varphi$ zum Maaß an, ſo begehet man einen Fehler der ſo groß iſt, ſo viel der Werth $\frac{2c}{r} \cos\left(\frac{1}{2}\varphi + \alpha\right) \sin \frac{1}{2}\varphi \cdot 206264$, Secunden beträgt.

15. Es ſey der Bogen oA oder $\varphi = 20°$; $\alpha = 10°$; $c = 1$; $r = 1000$, alſo $\frac{2c}{r} = 0,002$

Mithin $\frac{1}{2}\varphi + \alpha = 20°$; $\frac{1}{2}\varphi = 10°$. alſo

$$\log \frac{2c}{r} = \log 0,002 = 0,30103 - 3$$

$$\log \cos\left(\tfrac{1}{2}\varphi + \alpha\right) = \log \cos 20° = 9,97298 - 10$$

$$\log \sin \tfrac{1}{2}\varphi = \log \sin 10° = 9,23967 - 10$$

$$\log 206264 = 5,31442$$

Summe der log. $= 1,82810$;

hierzu gehört die Zahl 67″, 3 oder 1′ 7″, 3 so groß ist also der Fehler, den man begehet, wenn für das Maaß des Winkels ocA, der Bogen oA = 20° angenommen würde.

Der wahre Winkel ocA wäre eigentlich = 20° . 1′ . 7″, 3

Wenn bey einer gegebenen Excentricität Cc = c; und cCo = α, der Fehler am grösten wird.

16. Dieses läst sich sogleich aus der erstern Formel (12)

$$ocm - oCA = \frac{c}{r}(\sin(\alpha + \varphi) - \sin\alpha)$$

beurtheilen.

17. Da in dem Factor $\sin(\alpha + \varphi) - \sin\alpha$, der Winkel α beständig ist, so wird $\sin(\alpha + \varphi) - \sin\alpha$, am grösten wenn $\sin(\alpha + \varphi) = 1$, also $\alpha + \varphi = 90°$, mithin $\varphi = 90° - \alpha$ ist.

18. In diesem Falle wird also der Fehler,

$$ocm - oCA = \frac{c}{r}(1 - \sin\alpha) \cdot 206264''$$

oder wegen $1 - \sin\alpha = 2\sin(45° - \frac{1}{2}\alpha)^2$ auch

$$ocm - oCA = \frac{2c}{r} \cdot \sin(45° - \tfrac{1}{2}\alpha)^2 \cdot 206264''.$$

19.

19. Wenn der Winkel $\alpha + \varphi$ über 180° gehet so ist $\sin(\alpha+\varphi)$ am grösten wenn $\alpha+\varphi = 270°$ mithin $\sin(\alpha+\varphi) = -1$ wird.

20. Dann ist der gröste Fehler

$$ocm - oCA = \frac{c}{r}(-1-\sin\alpha) \cdot 206264'' =$$

$$-\frac{c}{r}(1+\sin\alpha)206264''$$

oder wegen $1+\sin\alpha = 2\sin(45°+\frac{1}{2}\alpha)^2$

$$ccm - oCA = -\frac{2c}{r}\sin(45°+\tfrac{1}{2}\alpha)^2 \cdot 206264''.$$

21. Ex. In dem Exempel (15) war angenommen worden $\alpha = 10°$. Folglich ist der Fehler 2 mahl am grösten erstlich für

$$\varphi = 90° - \alpha = 80° \quad (17)$$

zweitens für $\varphi = 270° - \alpha = 260°$ (19)

Für den ersten Fall (18) wird

$$\log\frac{2c}{r} = 0,30103 - 3$$

$$\log\sin(45° - \tfrac{1}{2}\alpha)^2 = 2\log\sin 40° = 19,61612 - 20$$

$$\log 206264 = 5,31442$$

Summe d. Log. = 2,23157

hierzu gehöret die Zahl 170″, 4 oder 2′ 50″, 4 beynahe = 3′.

Fehler = 250″, 4, wenn man oA für des Winkels ocA Maaß annähme; der wahre Winkel ocA aber = 80° . 2′ . 50″, 4.

22. Für den 2ten Fall $\varphi = 260°$ wird

$$\log \frac{2c}{r} = 0,30103 - 3$$

$$\log \sin (45° + \tfrac{1}{2}\alpha)^2 = 2 \log \sin 50° = 19,76850 - 20$$

$$\log 206264 = 5,31442$$

Summ. d. log. = 2, 38396;

hierzu gehöret die Zahl 242″, 1 oder 4′.2″, 1.

Da wäre also der Fehler = — 4′ . 2″, 1 und der wahre Winkel ocA = 260° — 4′ . 2″, 1 = 259° . 55′ . 57″, 9.

23. Hieraus erhellet, daß, wenn $\varphi = 80°$ wird, also die Alhidade von dem Theilpunkte o angerechnet, einen Bogen oA von 80° durchlaufen hätte, der wahre Winkel ocA, um welchen sich die Alhidade herum beweget hat, um 2′ 50″, 4 zu klein angegeben würde, wenn man für dessen Maaß, den Bogen oA = 80° annehmen wolte.

Im Gegentheil würde man den wahren Winkel ocA um, 4′ . 2″, 1 zu groß angeben, wenn der Bogen oA, den die Alhidade durchlaufen hat, 260° wäre.

24. So

24. So siehet man also, wie bey einer Excentricität, wo Fig. XLIX, cC nur $= \frac{1}{1000}$ des Halbmessers, und der Winkel cCo $= 10°$ wäre, bey Ausmessung der Winkel mit einem solchen Werkzeuge, ein Fehler begangen werden kan, dessen Größe sich auf 4′. 2″, 1 beläuft. Da nun ein solcher Fehler gewiß nicht unbeträchtlich ist, so zeigt dieses die Nothwendigkeit, daß die Alhidadenregel genau um den Mittelpunkt des eingetheilten Randes beweglich sey.

25. Wüste man c, und α so ließe sich freylich nach der Formel (13) für jedes φ, oder für jeden Bogen oA auf dem Rande, die Größe des Fehlers berechnen; allein es hält in der That schwer, bey einem gegebenen Winkelmesser die Untersuchung anzustellen, ob er etwas excentrisch sey, und wie groß c, nnd α sind. Es ist deswegen nothwendig, daß der Verfertiger eines Winkelmessers gleich anfangs alle mögliche Sorgfalt anwende, die Bewegung der Alhidadenregel, um den wahren Mittelpunkt zu veranstalten.

Fernröhre statt der Dioptern.

§. 97. Man hat ehemals fast bloß das bisher beschriebene Diopterlinial bey Winkelmessern angebracht. Auch noch heut zu Tage findet man dessen Gebrauch häufig; z. E. beym Meßtische u. s. w.

Ueberhaupt ist dabey beym Gebrauche der Dioptern besonders für Kurzsichtige, dieses eine Unvollkommenheit, daß man durch sie nach entfernten Gegenständen nicht sehr genau und sicher visiren kan.

Man bringt daher statt der Dioptern auf die Alhidadenregel lieber ein Fernrohr an. Durch dieses erhält man den Vortheil, entfernte Objekte nicht nur sehr deutlich, sondern auch vergrößert zu sehen; Statt des bisherigen Fadens im Objectivdiopter, wird in dem Brennpunkte des Fernrohrs, ein Faden ausgespannt, dessen Richtung auf die Fläche der Alhidadenregel, senkrecht stehet; das Fernrohr selbst wird meistens so gelegt, daß dessen Axe sich in einer Ebene befinde, die man sich durch den Mittelpunkt des Werkzeugs, auf die Fläche des Alhidadenlinials senkrecht vorstellet. Die Art, wie das Fernrohr angebracht, und mit der Alhidadenregel verbunden wird, werde ich da zeigen, wo ich die nähere Einrichtung eines heut zu Tage gebräuchlichen Winkelmessers beschreibe.

In Leupolds Theatro Machinarum Geom. Tab. XXIX. und Kap. XXIV. findet man eine Menge besonderer Einrichtungen der Dioptern. Die, welche ich im bisherigen (§. 93.) beschrieben habe, ist aber am meisten im Gebrauche. Die übrigen sind meistens unnütz. Das Diopterlinial beym Gebrauche des Meßtisches hat noch eine etwas andere Einrichtung als die §. 93. wie in der Folge erhellen soll.

An-

Anmerkung.

§. 98. Die innere Einrichtung der Fernröhre überhaupt muß ich, der Kürze halber, als bekannt zum voraus seßen, so wie auch die nöthigen Sätze aus der Dioptrik, von denen ich etwa in der Folge Anwendung mache. Ich werde indessen keine andern Sätze gebrauchen, als blos solche, die sich in der Dioptrik befinden, welche in dem Käſtnerischen Handbuche der angewandten Mathematik vorkömmt; da dieses Buch in jedermanns Händen ist, so werde ich mich allezeit auf solches beziehen, wenn ich einen dioptrischen Satz nöthig habe.

Die Fernröhre, die man gewöhnlich bey geometrischen Werkzeugen anbringt, bestehen aus zwey erhaben geschliffenen Gläsern, die man durch Röhren von Meßing so miteinander verbindet, daß ihre Axen genau in eine gerade Linie fallen. Die Röhre, in welcher sich das Ocularglas befindet, kan nach Gefallen in die Röhre des Objektivglaßes, weiter herein oder herausgeschoben werden, bis das Auge vor dem Ocularglaße die Gegenstände durch das Fernrohr deutlich siehet. (S. Käſtn. Dioptr. 89. 91.) Durch eine solche Verbindung zweyer Gläßer erhält man nicht allein Vergrößerung, sondern auch Deutlichkeit; die Brennweiten der Gläßer müssen aber zu dieser Absicht gewisse Verhältnisse gegen einander haben, die sich aus den Gründen der Dioptrik bestimmen lassen, und dem Mechaniko bekannt seyn müssen,

sen, der sich mit Verfertigung der Fernröhre abgiebt. (K. Diopt, 93. 94. 95.) Die Gegenstände durch ein solches Fernrohr erscheinen verkehrt. (K. Diopt. 89.) Dieses kan aber keine Verwirrung verursachen, weil man ein Fernrohr an einem Winkelmesser nur dazu braucht, ein entferntes Objekt deutlich zu sehen, und den im Brennpunkte ausgespannten Faden genauer nach einem gewissen bestimmten Punkte des Objekts hinrichten zu können, als vermittelst der bloßen Dioptern geschehen kan. Da ist es aber gleichgültig, ob die Gegenstände aufgerichtet oder verkehrt erscheinen.

Beschreibung eines Winkelmessers.

§. 99. 1. Die Werkzeuge, deren man sich bisher in der praktischen Geometrie zum Winkelmessen bedienet hat, sind meistens so beschaffen, daß sich wenig genaues damit bewerkstelligen läst, und bey Vermessungen, die einigermaßen ins Grosse gehen, gar nicht die Schärfe verstatten, die doch unumgänglich nothwendig ist. Folgendes Werkzeug wird indessen zur Ausübung bequemer und richtiger seyn, als die meisten bisher üblichen. Was aber an der Beschreibung, die ich hievon ertheile, unvollkommen bleiben möchte, das wird man leicht aus Betrachtung der Figuren, und durch eigenes Nachdenken ergänzen können.

2. Tab. V. Fig. LVIII. Ist das Werkzeug von oben anzusehen. Fig. LIX dessen perspektivi-

scher

scher Aufriß, und Fig. LX dessen Profil. Es wird gut seyn bey der folgenden Beschreibung beständig diese Figuren zugleich in Augenmerk zu haben.

Erstlich ist also Fig. LVII, IAAA der eingetheilte Rand des Winkelmessers: Von den Abtheilungen selbst habe ich hie nur die Bogen ke, id, angegeben, die man sich leicht um den ganzen Rand herumgezogen, vorstellen kan.

3. Die Abtheilungen auf dem Bogen id mögen solche seyn, dergleichen 96 auf einen Quadranten, mithin 384 auf den ganzen Umfang gehen. Ich werde in der Folge dieses die 96 Theilung des Winkelmessers nennen.

Jeder Bogen zwischen zweenen nächsten Theilstrichen gehöret also am Mittelpunkte einem Winkel von $\frac{1}{96} \cdot 90^\circ$ oder von 56′ 15″ zu. §. 92.

4. Die Abtheilungen auf ke mögen hingegen gewöhnliche Grade oder 360 Theile des ganzen Umfangs bedeuten.

5. So hat man auf dem Rande zwo Gattungen von Eintheilungen, die von einander unabhängig sind, und die, wie die Folge weisen wird, einander gegenseitig sowohl zur Prüfung, als auch zu genauerer Ausmessung eines Winkels dienen.

Die

Die beyden ersten Theilstriche i, k, von denen aber die Abtheilungen angerechnet werden, müssen genau in einer gemeinschaftlichen geraden Linie kic liegen, die durch des Werkzeugs Mittelpunkt c gehet: Die Zahlen die aber die Abtheilungen auf dem Rande von 10 zu 10 Theilen weisen, werden wie die Figur zeigt, von der linken Hand gegen die rechte bey die Theilstriche gesetzt.

6. Die auf einander senkrecht stehende Querstücken CC, CC, bestehen mit dem eingetheilten Rande aus einem Stück, und vereinigen sich in einer runden Platte rr Fig. LIX, aus deren Mittelpunkte die Kreisbogen auf dem Rande gezogen sind.

7. Ueber dieser runden Platte rr siehet man zwo andere oo, mm. An der oo befindet sich die **Alhidadenregel** OO Fig. LVIII mit ihrer **Vernier** oder **Noniusplatte** ln. Diese Vernierplatte ln ist ein auf beyden Seiten ausgekehltes Stück Messing, das von zweenen Kreisbogen begränzt wird, die mit den eingetheilten Bogen des Randes concentrisch sind, und auf denen sich die Vernierabtheilungen befinden, die bey Umdrehung der Alhidadenregel über die Abtheilungen des Randes wegstreichen.

8. Die runde Platte mm bestehet mit der Regel P aus einem Stück. Diese Regel P, welche ich in der Folge den **Alhidadenhalter** nennen will,

nebst

nebst der Alhidadenregel OO, sind an ihren Enden mit zweenen sogenannten Ansätzen p, q, versehen, durch welche die Micrometerschraube MK gehet. Diese Schraube wird von Stahl verfertiget, und mit sehr feinen und genau gearbeiteten Schraubengängen versehen; die Scheibe M dienet die Schraube MK bequem herumdrehen zu können. Auch befinden sich auf ihr Abtheilungen, die man deutlicher bey Fig. LXI sehen kan, wo AA ein Stück des eingetheilten Randes, P ein Stück des Alhidadenhalters, und O ein Stück der Alhidadenregel vorstellet. Wozu diese Abtheilungen auf der Scheibe M nützen, wird sobald erhellen. Auch ist an die untere Fläche des Alhidadenhalters ein Aermlein $\mu\nu$ befestiget, an dessen Ende ν sich ein Weiser erhebt, der bey Umwendung der Micrometerschraube MK die Abtheilungen auf der Scheibe M zeiget.

9. Die Fig. LXII stellet die Fig. LXI in umgekehrter Lage vor, so wie sie von unten anzusehen ist. Daselbst ist abcd ein an die untere Fläche des Alhidadenhalters durch das Schräubgen ψ befestigtes Stück Messing, welches sich bis cd über den Rand AA erhebt, und solchergestalt einen Theil des Randes, zwischen sich und der Regel P enthält; bey x gehet durch das Stück abcd eine Schraube: Wenn man diese anziehet so drückt sie gegen den Rand AA, und erhält solchergestalt den Alhidadenhalter P, folglich auch die Alhida-

denregel O, welche vermittelst der Micrometerschraube, mit dem Alhidadenhalter zusammenhängt, fest an den Rand AA: Und eben daher rühret die Benennung Alhidadenhalter. Will man hingegen die Alhidadenregel um den Mittelpunkt des Werkzeugs herumführen, so darf man nur die Schraube x lösen.

10. Bey Fig. LXIII ist die nähere Zusammensetzung der Micrometerschraube zu sehen. KR ist der eigentliche, mit feinen Schraubengängen versehene Theil. Diese Schraubengänge wenden sich bey Herumdrehung der Mikrometerschraube, in einer Mutter herum, die sich in dem auf der Alhidadenregel O befestigten Ansatze q befindet. KR endigt sich aber in einen etwas dünnern stählernen Zapfen RB. Dieser gehet durch den Ansatz p, und wältzet sich in demselben wie in einer Pfanne herum. An der Scheibe M befindet sich, senkrecht auf sie, ein hohler Cylinder D. Wenn nun der Zapfen RB durch den Ansatz p durchgestecket worden, so daß das dickere Ende R wo die Schraube KR aufhöret, dichte bis vor den Ansatz p stößet, so wird an den Theil des Zapfens, welcher alsdann rechter Hand des Ansatzes hervorraget, die Höhlung des Cylinders D gestecket, so daß die Grundfläche dieses Cylinders ebenfalls dichte bis vor den Ansatz p zu liegen komme, und folglich dem Zapfen kein Spielraum weder von p nach q, noch von q nach p übrig bleibe. Diese Vorrich-

tung

tung ist deswegen nöthig, weil sonst die Schraube im Anfange nicht angreifen, sondern eine Weile leer gehen würde. Es muß aber die Höhlung des Cylinders D etwas weniges enger seyn, als der Zapfen RB dicke ist, damit eine ziemliche Gewalt erfordert wird, wenn man den Cylinder D an den Zapfen RB stecken will.

Die Absicht davon ist, daß der Cylinder D an dem Zapfen RB vermittelst einer starken Friction sehr fest stecke, und folglich wenn man die Micrometerschraube herumdrehen will, der Cylinder D nicht zu gleicher Zeit eine eigene Bewegung um den Zapfen RB habe. Man könte auch den Cylinder D an den Zapfen RB anlöthen, so wäre gar keine eigene Bewegung zu befürchten, es ist aber besser, wenn man alle einzeln Theile, eines Werkzeugs, auseinander nehmen kan.

11. Der obere Ring i i Fig. LVIII ist, wie aus dem Profile (*) des ganzen Werkzeugs Fig. LX zu ersehen ist, vermittelst dreyer Schrauben, an die Alhidadenregel OO befestiget, und um ihn ist die runde Platte mm des Alhidadenhalters (8) beweglich; dieser Ring ist von Stahl.

(*) Dieses Profil stellet den Durchschnitt des Werkzeugs vor, wenn man sich einbildet, die Alhidadenregel OO, sey über das Querstück CC gebracht, und hierauf nach ihrer Mitte, ein Schnitt senkrecht auf sie, durch den Mittelpunkt des Werkzeugs geführet worden.

12. Unterhalb der runden Platte rr Fig. LIX siehet man noch zwo andere. Die nächste unter rr gehöret zu der Regel NN, die unter eben dem Buchstaben, auch in dem Profile zu sehen ist. Diese Regel NN ist an ihrer untern Fläche mit einem Ansatze w versehen, dergleichen sich auch einer an der untern Fläche des Querstücks CC, befindet. Durch diese beyden Ansätze gehet die Stellschraube Wz Fig. LVIII, auf eine ähnliche Art, wie durch die beyden Ansätze p, q, die Micrometerschraube gehet, (10) diese Regel N mit ihrer Schraube Wz dienet, dem Werkzeuge eine sanfte horizontale Bewegung zu geben.

13. Die runde Platte an der sich NN befindet (12) ist mit der untersten runden Platte, die mit dem hohlen Cylinder R aus einem einzigen Stücke bestehet, vermittelst dreyer Schrauben ψ, ψ, Fig. LX verbunden.

14. Durch den Mittelpunkt des Werkzeuges gehet ein stählerner konischer Zapfen V (S. das Profil). Dieser ist vermittelst dreyer Schrauben auf die runde Platte der Regel NN (12) befestiget. Um diesen konischen Zapfen drehet sich die Alhidadenregel OO.

15. Senkrecht an diesem Zapfen V befindet sich an dem Mittelpunkt der Grundfläche desselben ein zweiter cylindrischer Zapfen y, der mit V aus einem Stücke bestehen kan, und sich in eine konische Spitze endiget.

16. Di

16. Die Höhlung des Cylinders R wird nun auf eine so genannte Nuß Fig. LXIV. Tab. VI. gestecket, und kan vermittelst der Schraube L fest an dem cylindrischen Zapfen αβ angehalten werden. Wie eine solche Nuß zusammengesetzt sey, davon brauche ich keine nähere Beschreibung mitzutheilen, da diese Art der Vorrichtung schon sehr alt und allen Mechanicis bekannt ist, und sich auch einigermaassen, so wohl aus dem Aufrisse, als dem dabey stehenden Profile deutlich übersehen läst. Verschiedene Gattungen derselben findet man auch sehr vollständig in **Leupolds Theatr. Mach. Geom.** beschrieben.

Der Zapfen αβ muß aber genau in die innere Höhlung des Cylinders R passen, damit, wenn das Werkzeug auf die Nuß gesetzt wird, nicht die geringste Wankung zu befürchten sey. Auch ist aus dieser Ursache bey α eine konische Vertiefung, oder eine Pfanne, in welche die konische Spitze des Zapfens y (15) zu ruhen kömt. Der Cylinder αβ bestehet mit der Kugel F aus einem Stück, und die Kugel selbst ist in einer sie umgebenden Hülse beweglich. Die Schraube H, die gegen ein an die Kugel F stossendes Plättlein h drücket, dient, die Kugel in ihrer Hülse unbeweglich zu erhalten, wenn man will.

17. Endlich der an der Hülse befindliche hohle meßingene Cylinder V dienet, die Nuß mit dem auf ihr ruhenden Winkelmesser, auf ein hölzernes

Stativ oder Gestelle Fig. LXV. zu setzen. S ist der Zapfen des Stativs, der genau in die Höhlung des Cylinders V passen muß. Die Beine oder Füsse des Stativs, sind bey e, e, an den Seitenflächen eines hölzernen dreyeckigten Prisma, um Axen beweglich, und können, nach Gefallen, so weit auseinander gesperret werden, bis das auf dem Stativ ruhende Werkzeug, eine bequeme Stellung und Höhe erhalten hat. Uebrigens kan man durch Schraubenmütter, die an den Enden der Axen, um die sich die Beine drehen, angebracht sind, die Beine des Stativs in eine unverrückte Lage bringen. Auch sind die Beine unten mit sogenannten eisernen Schuhen, nebst einer Stachel versehen, wodurch sie sich in den Boden befestigen lassen.

18. Das Fernrohr Fig. LXVI. Tab. V. läßt sich innerhalb der Hülse K um eine Axe drehen, und kan nach Gefallen durch die Schräubgen d, d, angehalten werden. Die Hülse K befindet sich an einem sogenannten Zirkelgewinde, um welches das Fernrohr genau in einer Verticalfläche auf und nieder bewegt werden kan. Die ganze Vorrichtung KTZ auf der solchergestalt das Fernrohr ruhet, wird durch 4 Schrauben, die man bey T und Z siehet, auf die Alhidadenregel OO Fig. LVIII. angeschroben. Die Schrauben bey T, gehören in die Mütter, die man auf der Alhidadenregel OO bey v, v, v, v, siehet.

A

Anmerkung.

Dieses ist im Ganzen die wesentliche Einrichtung eines zur Ausübung bequemen Winkelmessers. Was an der bisherigen Beschreibung etwa noch undeutlich seyn möchte, das wird sich aus genauerer Betrachtung des Aufrisses und Profiles ergänzen lassen. Den Gebrauch und die Absicht der bisher beschriebenen einzeln Theile dieses Winkelmessers werde ich in der Folge erklären, wenn ich die würkliche Ausmessung der Winkel zeige.

Die Maaßen aller einzeln Theile dieses Winkelmessers hiebeyzubringen, würde zu weitläuftig seyn, und ein geschickter Mechanicus wird die schickliche Grösse der einzeln Theile schon von selbst auszuwählen, und nach der festgesetzten Grösse des Werkzeugs zu bestimmen wissen. Nur was die Micrometerschraube anbelangt, so muß ich bemerken, daß, wenn der Halbmesser des Werkzeugs 6 Zoll ist, die Micrometerschraube etwa $2\frac{1}{4}$ Zoll lang, und $1\frac{1}{4}$ Linie dick seyn müsse. Die in ihrer Hülse bewegliche Nuß muß wenigstens 1 Zoll im Diameter haben, wenn das Werkzeug einen gehörig festen Stand haben soll. Die um den Mittelpunkt des Werkzeugs beweglichen Platten mm, oo, u. s. w. müssen etwa 2 Zoll im Durchmesser haben, und etwa 1 Linie dick seyn. Das Fernrohr kan etwas länger als 12 Zoll oder als der Durchmesser des Werkzeugs seyn.

Anmerkung.

§. 100. Die Art, wie hier die Alhidadenregel um den Mittelpunkt des Werkzeugs beweglich ist, nebst der Einrichtung, (12) wodurch man dem Werkzeuge eine sanfte horizontale Bewegung ertheilen kan, ist meistens von einem Winkelmesser genommen, den mein seel. Vater Tob. Mayer in einer noch ungedruckten, der hiesigen königlichen Soc. d. Wissensch. vorgelegten, Abhandlung beschrieben hat.

Das Werkzeug meines Vaters besitzt Hr. H. Kästner, der die Gütigkeit hatte, mir solches zu leihen; ich habe sodann die Figuren LVIII. u. s. w. meistens nach diesem Werkzeuge entworfen.

Uebrigens habe ich auch selbst Messungen mit diesem Instrumente angestellet, und kan versichern, daß es zur Ausübung sehr brauchbar ist. Auch Hr. Niebuhr hat ein ähnliches Werkzeug auf seinen Reisen gebraucht, und Messungen z. E. bey den Pyramiden damit vorgenommen.

Mein Vater hat keinen Vernier angebracht, sondern die Alhidadenregel führt bloß einen nach der Richtung des Halbmessers ausgespannten zarten Silberfaden über die Abtheilungen des Randes mit sich fort; und die Micrometerschraube dient, den Abstand dieses Fadens von einem gewissen Theilpunkte des Randes in Minuten u. s. w. zu bestimmen. Ich habe geglaubt, es würde

nich

nicht unnütz seyn, bey einem geometrischen Werkzeuge sich auch eines Vernier zu bedienen. Auch ist das Fernrohr bey meines Vaters Werkzeuge nicht in einem Gewinde auf und nieder beweglich, sondern ist parallel mit der Alhidadenregel, auf sie befestiget, ohngefähr auf die Art, wie bey dem Werkzeuge Fig. L. Tab. IV. (S. unten §. 107.) Daselbst sind H, H, ein paar Hülsen, die auf die Alhidadenregel AB befestiget sind, durch die die cylindrische Röhre des Fernrohres gestecket, und vermittelst der Schrauben w, w, festgehalten wird. Eben so ein paar Hülsen gedenke man sich auf der Alhidadenregel Fig. LVIII, ohngefähr an den Stellen, wo die Buchstaben O, O stehen, befestiget, und das Fernrohr durchgesteckt, so hat man die Art, wie an meines Vaters Werkzeuge das Fernrohr angebracht ist.

Es hat indessen diese Vorrichtung, bey der das Fernrohr nicht in einem Gewinde auf und nieder beweglich ist, die Unbequemlichkeit, daß man das Fernrohr bey Horizontalvermessungen, nicht zugleich nach erhabenen Objekten hinrichten kan, so, daß die Fläche des Werkzeugs horizontal bliebe, sondern man muß da der ganzen Fläche des Werkzeugs eine Neigung geben; dadurch erhält man an jedem Stande eigentlich nicht den Horizontalwinkel, sondern einen schiefen, und man muß ausserdem sich noch die Mühe geben, zweene Verticalwinkel zu messen, wenn man den hori-

zontalen durch trigonometrische Rechnung bestimmen will. §. 18.

Mein Vater hat ohne Zweifel deswegen kein bewegliches Fernrohr angebracht, weil es einige Unrichtigkeiten verursacht, wenn das Fernrohr nicht völlig genau in einer auf der Alhidadenregel senkrechten Ebene beweglich ist. Allein ein geschickter Mechanicus wird gar leichte diese nöthige Eigenschaft eines beweglichen Fernrohrs, oder sogenannten Kippregel in ihrer gehörigen Vollkommenheit darstellen können; auch würde sich leicht durch Stellschrauben eine Vorrichtung anbringen lassen, wodurch sich diese nöthige Vollkommenheit beweglicher Fernröhre, nach Gefallen erhalten ließe. Auch zeige ich in der Folge Mittel, wodurch man entdecken kan, ob eine Kippregel, die gehörige Bewegung in einer Verticalfläche habe oder nicht, und wie man die nöthige Korrektion bestimmen könne, wenn man einige Unrichtigkeit entdeckt haben solte.

Bey Höhenmessungen, wo die Ebene des Werkzeugs in eine Verticalfläche gebracht wird, würde die Kippregel einigen Unbequemlichkeiten unterworfen seyn, und es ist in diesem Betrachte besser, wenn das Fernrohr nach meines Vaters Einrichtung unbeweglich und parallel mit der Alhidadenregel, angebracht ist. Man kan indessen beyde Vortheile miteinander vereinigen. Bey Horizontalvermessungen bediene man sich der Kipp-

regel,

regel, indem man die Vorrichtung TKZ Fig. LXVI auf die Alhidadenregel befestiget; bey Höhenmessungen aber nehme man die Vorrichtung TKZ von der Alhidadenregel weg, befestige, statt ihrer, durch Schrauben ein paar Hülsen, wie H, H, fig. L auf die Alhidadenregel, und bringe das Fernrohr gehörig an.

Gebrauch der Micrometerschraube.

§. 101. I) Wenn man den Alhidadenhalter P an den unbeweglichen Rand AA, vermittelst der untern Schraube x fig. LXII befestiget, und nun die Micrometerschraube MK fig. LVIII herumdrehet, so wird sich die Alhidadenregel mit ihrem darauf befestigten Fernrohre sanft um den Mittelpunkt des Werkzeugs zu drehen anfangen, und sich der unbeweglichen Regel P nähern, oder sich von ihr entfernen, nachdem man die Schraube MK links oder rechts herumwendet, so, daß die beyden Indices α, β, der Verniere, nach und nach an andere, und andere Theilstriche des Randes zu stehen kommen werden.

II) Wenn nun die Schraubengänge auf MK, durchgehends, wie hier erfordert wird, von gleicher Weite sind, so wird bey jeder Umdrehung der Schraube, sich der Index des Vernier um gleich viel auf dem Rande verschieben; Und Theile von Umdrehungen der Schraube MK, werden sich verhalten, wie die kleinen Bogen, um die der In-

der

der des B. sich auf dem Rande verschiebt, und folglich auch, wie die diesen kleinen Bogen, am Mittelpunkte des Werkzeugs zugehörigen kleinen Winkel.

III) Wüste man also z. E. daß bey einer gänzlichen Umdrehung der Micrometerschraube, sich der Index des Vernier der 90 Theil. um 12 Minuten auf dem Rande fort bewegte, so würde sich bey einer halben Umdrehung der Index nur um 6 Min. bey einer Viertelsumdrehung nur um 3 Min. u. s. w. verschieben.

IV) Auf diese Art erhellet, wie die Umdrehungen der Schraube, kleine Bogen, um die sich der Index auf dem Rande verschiebt, in Minuten und noch kleinern Theilen angeben können, vorausgesetzt, daß man durch einen Versuch, vorher die Anzahl von Minuten und Secunden des Randes bestimt hat, die einer gegebenen Menge von Umdrehnngen zugehören.

Diesen Versuch stellet man so an:

V) Man bringe den Index des B. der 90. Theilung, genau an einen gewissen Theilstrich des Randes, und befestige den Alhidadenhalter.

Nun wende man die Micrometerschraube MK herum bis der Index des B. an den nächstfolgenden Theilstrich des Randes gerückt ist, und sich also um einen Grad fortbewegt hat.

Man

Man zähle, wie viel ganze Umdrehungen der Micrometerschraube, und wie viel Theile einer Umdrehung man nöthig hatte, den Index um einen ganzen Grad fortzurücken.

Dieses zählen kan man bequem bewerkstelligen, wenn der Umfang der Scheibe M, die am Ende der Micrometerschraube sitzt, in eine gewisse Anzahl gleicher Theile z. E. in 30 gleiche Theile getheilt ist. Da darf man nur bemerken, über welchen Theilpunkt der Scheibe M, der über ihr befindliche Weiser anfangs stand, ehe man anfing die Schraube herum zu wenden, und wie oft bey Umdrehung der Schraube, derselbe Theilpunkt wieder unter den Weiser kam, so weiß man wie viel ganze Umdrehungen, und wie viel Theile einer Umdrehung vollendet worden, den Index um einen Grad oder 60′ auf dem Rande fortzuschieben.

Gesetzt man habe die Micrometerschraube $8\frac{1}{30}$ mahl herum wenden müssen, den Index um den erwähnten Bogen fortzuschieben, so wird man leicht nach der Regel de Tri berechnen können, um wie viel Theile oder Minuten eines Grades sich der Index fortschiebt, wenn man nur eine oder 2 Umdrehungen u. s. w. vollendet. Man schließe hier $8\frac{1}{30}$ Umdreh. geben 1° oder 60′ was giebt 1 Umdreh.

Antw. 7′ 20″. also 2 Umdreh. 14′ 40″; $\frac{1}{2}$ Umdrehung 3′ 40″ u. s. w. Ist also der Umfang

fang der Scheibe M in 30 gleiche Theile getheilt, so kan man auch 30 Theile einer Umdrehung bemerken, und $\frac{1}{30}$ Umdreh. $= \frac{7' 20''}{30} = 11''$

$\frac{2}{30}$ Umdreh $= 22''$, u. s. w. Um so viel Secunden schiebt sich also der Index des V. auf dem Rande fort, wenn man die M. Schraube nur um $\frac{1}{30}$, $\frac{2}{30}$ u. s. w. herumwendet.

VI) Dieses zeigt nun, wie man die Micrometerschraube sehr bequem gebrauchen könne, kleine Bogen oder Winkel, in Minuten und Secunden zu bestimmen. Gesetzt nämlich der Index des V. stände auf dem Rande zwischen zweenen Theilstrichen z. E. zwischen 20° und 21° und man wolte wissen um wie viel Minuten er von dem nächsten Theilstriche der zu 20° gehört, entfernt wäre, so verfahre man so:

VII) Man bemerke auf der Scheibe M genau den Punkt, über welchen der Weiser stehet; wende nun die Schraube herum, bis der Index an den erwähnten Theilstrich (VI) gerückt ist, und zähle sowohl die ganzen Umdrehungen der Schraube, als auch die Theile von ihr; so wird sich daraus berechnen lassen, um wie viel Minuten der Index anfangs von dem erwähnten Theilstriche des Randes entfernt war.

Gesetzt man habe die Schraube genau 3 mahl umwenden müssen; so würde der Index rechter

Hand

Hand des erwähnten Theilstrichs um 3 × 7′20″ oder um 22′ abgestanden haben (V)

VIII) Damit man nicht nöthig habe, erst in jedem Falle, aus den gefundenen Umdrehungen, die zugehörigen Minuten und Secunden zu berechnen, so kan man ein für allemahl, die denen Umdrehungen zugehörigen Werthe berechnen, und sie in eine Tafel ordnen, aus der sich nachher sogleich eine gegebene Anzahl von Umdrehungen, in Minuten und Secunden verwandeln läst.

IX) So zeigt das bisherige den eigentlichen Gebrauch der Micrometerschraube. Ich habe dabey nur noch folgende nöthige Errinnerungen beyzufügen. (1) Muß man sich beständig eines Vergrösserungsglaßes bedienen, damit man genau bemerken könne, wenn der Index des V. an einen gewissen Theilstrich des Randes gebracht ist. (2) Muß man untersuchen, ob alle Schraubengänge gleiche Weite haben; hievon überzeugt man sich, wenn man probiret, ob durchgehends gleichviel Umdrehungen nöthig sind, den Index d. V. um einen und eben denselben Bogen des Randes zu verschieben. Indessen in den meisten Fällen, wird man selten merkliche Ungleichheiten der Schraubengänge entdecken. (3) Es verstehet sich daß die Schraube nur dazu dienet kleinere Winkel oder Bogen, als Grade, dadurch zu bestimmen.

Für

Für einen größern Bogen müste die Schraube nach dessen Gestalt gekrümmt seyn: Aber alsdann werden sich die Schraubengänge nicht mit der Gleichheit verfertigen lassen, die hier erforderlich ist. (4) Endlich muß man davor sorgen, daß die Micrometerschraube MK mit der Richtung der Alhidadenregel O so viel als möglich einen rechten Winkel mache.

Nähere Vorstellung der Vernierplatte.

§. 102. I) Der Bogen des Vernier für die gewöhnlichen Grade, oder 90 Th. des Quadranten, kan so beschaffen seyn, daß nach (§. 77. X) der Vernier den Grad von 2 zu 2 Minuten theilet. Es wird also der Bogen zwischen beyden äussersten Theilstrichen des Vernier genau zwischen zweenen Theilstrichen des Randes, die um 31° von einander abstehen, enthalten seyn müssen. Diesen Bogen des V. wird man genau in 30 gleiche Theile theilen.

Und so wird jeder kleine Bogen zwischen zweenen nächsten Theilstrichen des V. um 2′ grösser seyn, als ein Bogen zwischen zweenen nächst auf einander folgenden Theilstrichen des Randes, oder bestimmter, jedem Theile des V. gehöret am Mittelpunkte ein Winkel zu der um 2 Min. grösser ist als der, welcher einem Theile des R. zukömt.

II) Der Bogen des V. für die 96 Theile des Quadranten oder 384 Theile des ganzen Umfangs,

in der Anmerkung *) und werde in 32 gleiche Theile getheilt, so wird ein Theil des V. einen Theil des Randes um 1′ 14″, 21 oder etwa um 1′ 14″ übertreffen. Denn wenn $\frac{1}{90}$ des Quadranten = b ist, so wird solchergestalt ein Theil auf dem Vernier = $\frac{33}{32}$ b = b + $\frac{1}{32}$ b folglich um $\frac{1}{32}$ b größer als ein Theil, zweenen Theilstrichen des Randes. Da nun b = $\frac{1}{90}$. 90° = 56′ 15′ ist, so wird $\frac{1}{32}$ b = 1′ . 14″, 21.

III) Berechnet man nun jede vielfache von $\frac{1}{32}$ b, bis aufs 32fache, und bringt sie in eine Tabelle, so kan man alsdann sogleich jede vielfache $\frac{1}{32}$ b, um die der Index des Vernier, von einem gewissen Theilstriche des Randes abstehet, in Minuten und Secunden ausdrücken, ohne weitere Rechnung. Man s. hievon unten §. 103. ein Beyspiel.

IV) Uebrigens, die Abtheilungen auf der Vernierplatte zu verrichten, habe ich folgendes Mittel für gut befunden. Alle Handgriffe und Vorsichten zu erzählen, würde zu weitläuftig seyn. Ich zeige daher nur kürzlich die Theilung des Vernierbogens für die Gradabtheilungen des Winkelmessers.

V) Ich setze hiebey zum voraus, daß die Alhidadenregel, mit ihrer Vernierplatte schon ganz fertig sey, und also nur noch die Abtheilungen auf

den Vernierbogen gerissen werden müssen. Um nun dieses zu leisten, so bringe ich die Alhidadenregel gehörig um den Mittelpunkt des Winkelmessers, befestige sie an den Rand des Werkzeugs, indem ich die Schraube x des Alhidadenhalters §. 99. 9 anziehe, und bemerke nun auf zweenen um 31° von einander abstehenden Theilstrichen des Randes, genau die Stellen, wo die scharfe Kante des Vernierbogens sie durchschneidet. Ich nehme einen sehr geschärften, und wohl zugespitzten stählernen Punzen, fahre damit genau an der scharfen Kante her, und mache solchergestalt ganz zarte Einschnitte, auf den erwähnten Theilstrichen des Randes.

VI) So bekömt man auf ihnen, ein paar Punkte, die genau um den Halbmesser des Bogens, der die scharfe Kante des Vernier begränzt, vom Mittelpunkte des Werkzeugs abstehen, und einen Bogen von 31° zwischen sich fassen.

VII) Nun nehme man die Alhidadenregel mit ihrer Vernierplatte vom Mittelpunkte des Winkelmessers ab, befestige sie durch ein paar Handschrauben, oder durch eine sonstige Vorrichtung auf die Scheibe B Fig. XLVII auf der die Abtheilungen für den Rand des Winkelmessers verfertigt worden §. 89. II. Nehme den geschärften Punzen (V) zur Hand, fahre damit um die scharfe Kante, oder den Vernierbogen herum, und reisse auf diese Art auf der erwähnten Scheibe B einen blinden Bo-

gen

gen rp, genau von eben dem Halbmesser, mit welchem der Vernierbogen gezogen worden.

VIII) Hierauf nehme man die Alhidadenregel wieder weg, und trage auf diesen Bogen, von r nach p genau die Weite der beyden Punkte, die in (VI) auf den Theilstrichen des Randes bestimmt worden.

IX) So hat man auf diesem blinden Bogen (VII) genau die Weite rp, um die die beyden äussersten Theilstriche des Vernier, von einander abstehen müssen; dieser Bogen rp ist genau von 31°, und muß nun in 30 Theile getheilet werden.

X) Wie dieses durch halbiren, durch Theilung jeder Hälfte in drey, und eines jeden Drittels wieder in fünf Theile, vermittelst Versuche u. s. w. verrichtet werden könne, nebst denen dabey nöthigen Vorsichten, davon ist oben bey Gelegenheit der Abtheilungen des Randes §. 89. zureichend geredet worden.

XI) Wenn nun die Theilungen vollendet, und durch zarte Einschnitte oder Theilpunkte sichtbar gemacht worden, so ziehet man an jeden Theilpunkt r, s u. s. w. Tangenten. Dieses kan gar leicht mechanisch bewerkstelliget werden, wenn man nur ein Linial an die Punkte r, s u. s. w. so anlegt, daß solches den blinden Bogen, an denen Punkten r, s, berühre. Diese Tangenten brauchen übrigens nicht ganz bis an die Punkte r, s

ausgezogen zu werden, und werden ebenfalls nur durch blindgerissene Linien angedeutet.

XII) Sobald man hiemit fertig ist, so nimmt man wieder die Alhidadenregel zur Hand, legt die scharfe Kante des Vernier, wieder genau an den blinden, und nun getheilten Bogen rp, und befestigt sie durch ein paar Handschrauben, wieder fest auf die Scheibe B.

XIII) Solchergestalt liegen die Theilpunkte, des blinden Bogens pr, genau an der scharfen Kante der Vernierplatte, und es kömt nun darauf an, durch die Theilpunkte r, s u. s. w. auf die scharfe Kante des anliegenden Vernierbogens, feine, senkrecht stehende Theilstreiche zu reissen. Dieses zu leisten, dienen die (XI) gezogenen Tangenten. Man nimt nämlich einen Stangen- oder Federzirkel zur Hand, bringet die Spitzen desselben in eine bequeme Weite, setzet die eine Spitze genau in den Theilpunkt r, läst die andere bey z, auf die an r gezogene Tangente hinfallen, und beschreibt auf diese Art, aus dem Mittelpunkt z, einen sehr zarten Einschnitt r,1 auf der anliegenden Vernierkante. Man behält hierauf immer dieselbe Weite der beyden Spitzen des Zirkels, setzt nun die eine Spitze desselben genau in den Theilpunkt s, läst die andere, wieder in die zugehörige Tangente bey y hinfallen, und reisset aus dem Centro y den nächstfolgenden Theilstrich

s2 auf dem anliegenden Vernierbogen. Auf diese Art setzt man die Arbeit immer fort, bis durch alle Theilpunkte des blinden Bogens Theilstriche auf die anliegende Vernierkante gerissen sind. So hat man vermittelst dieses Verfahrens sehr bequem, die Abtheilungen des blinden Bogens auf den Vernier gebracht, und man kan nun, von dem Index des Vernier angerechnet, von der rechten gegen die linke Hand zu, etwa von 3 zu 3 Theilen, Ziefern bey die gerissenen Abtheilungen des Vernier stechen lassen, um das Zählen der Theilstriche desto leichter bewerkstelligen zu können.

Was die Theilstriche selbst anbelangt, so brauchen diese höchstens etwa nur $\frac{1}{2}$ Linie lang zu seyn, den ersten Theilstrich, der den Index abgiebt, ausgenommen. Dieser wird zum Unterschiede etwas länger gemacht.

XV) Das gewiesene Verfahren, indem man vermittelst der gezogenen Tangenten rz, sy sehr bequem auf dem Bogen rp, senkrecht stehende Theilstriche r1, s2, u. s. w. reisset, hat ausser seiner Bequemlichkeit, noch den Vortheil daß man durch die Theilpunkte r, s, weit genauer und sicherer die Theilstriche reissen kan, als wenn man sich wie in §. 89. XII. hierzu eines Linials bediente, das man an den Mittelpunkt des Bogens rp, und an jeden Theilpunkt r, s, anlegte, und längst dessen Schärfe man die Theilstriche zöge. Ich wolte daher lieber rathen, auch bey den Abtheilungen,

des Randes eines Winkelmessers, sich dieser Methode zu bedienen, als längst eines Linials, die Theilstriche zu reissen; die gezogenen blinden Tangenten, können bey der Politur des Randes sehr leicht wieder weggebracht werden.

XVI) Das bisherige betraf, die Eintheilung des Vernier für die 90 Theilung des Winkelmessers. Man siehet leicht wie sich auf eine ähnliche Art, auch der Vernier für 96 Theilung wird abtheilen lassen.

Nur muß hiebey noch folgendes bemerket werden. Es muß der Index oder der Anfangsstrich des Vernier der 96 Thl. mit dem Anfangsstriche des Vernier der 90 Theil. genau in einer einzigen geraden Linie liegen, die durch den Mittelpunkt des Winkelmessers gehet.

Ehe daher die Theilung des V. der 96 Thl. angefangen wird, muß man sorgfältig vorher, die Stelle, auf dem zugehörigen Vernierbogen bestimmen, durch die der Index gerissen werden muß.

Diese bestimmt man auf folgende Art.

XVII) Man bringt die Alhidadenregel wieder an den Mittelpunkt des Winkelmessers.

Da nun die ersten Theilstriche des Randes i, k Fig. LVIII ebenfalls in einem gemeinschaftlichen

Halb

Halbmesser liegen, so werden diese ein sehr bequemes Mittel abgeben, den Index des V. der 96 Theil. gehörig zu bestimmen.

Man führe nämlich nur die Alhidadenregel herum, und bringe sie in eine solche Lage, daß der Index des Vernier der 90 Theilung genau an den Theilstrich k zu liegen komme.

Dann wird der gegenüberstehende Theilstrich i auf der anliegenden Kante des Vernier genau den Punkt abschneiden, durch welchen der Index des V. der 96 Theilung gerissen werden muß.

Und so kan nach Bestimmung dieses Anfangsstrichs. Die Theilung auf dem Vernier der 96 Theilung vorgenommen werden.

Gebrauch der beyden Verniere und der Mikrometerschraube.

§. 103. 1. Da die Indices oder Anfangsstriche der beyden Verniere, in einer geraden Linie liegen, die durch des Werkzeugs Mittelpunkt gehet (§. 102. XIV) und auch nach (§. 99. 5) die ersten Theilstriche k, i, Fig. LVIII von denen auf dem Rande die 90 und 96 Theilung angerechnet wird, sich in einer geraden Linie cik befinden, so erhellet wenn man die Alhidadenregel in eine solche Lage bringt, daß der Index α des Vernier der 90 Thl genau an den ersten Theilstrich k zu liegen kömt, daß alsdann zu gleicher

Zeit auch der Index ß des B. der 96 Thl. genau an den Theilstrich i passen wird, dergestalt, daß also beyde Indices, mit i, k, alsdann in eine gemeinschaftliche gerade Linie cik zusammenfallen, die durch des Werkzeugs Mittelpunkt gehet.

2. Wenn nun die Alhidadenregel aus dieser Lage (1) wo beyde Indices genau an k und i liegen, herausgebracht, und von der linken Hand gegen die rechte herumgedrehet wird, dergestalt daß sie z E. in die Lage kömt, wie sie die Fig. LVIII vorstellet, so wird während Herumdrehung der Alhidadenregel, jeder Index auf dem Rande einen gewissen Bogen durchlaufen. Die beyden Bogen kα, iß, die sie solchergestalt beschreiben, werden einander ähnlich seyn, und einem gemeinschaftlichen Winkel kcα, oder icß, am Mittelpunkte des Werzeugs zugehören. Dieser Winkel würde derjenige seyn, den eine gerade Linie durch beyde Anfangsstriche der Verniere, um den Mittelpunkt des Werkzeugs würde beschrieben haben, indem die Alhidadenregel aus der erstern Lage, in die zwote gebracht worden ist.

Wenn nun in dieser zwoten Lage die Alhidadenregel an den Rand befestiget worden, so zähle man erstlich auf der 90 Theilung, wie viel Grade und Minuten, der Index des zugehörigen Vernier durchlaufen hat so bekömt man den Bogen kα als das Maaß des zugehörigen Winkels kcα am Mittelpunkte. Zweitens untersuche man auch

den

den Bogen iß den der Inder des V. des 96 Thl. beschrieben hat, reducire die gefundene Menge von 96 Theilen, vermittelst der Tafel, die man sich zu dieser Absicht berechnet hat §. 102. III. auf gewöhnliche Grade und Minuten, so hat man abermahls das Maaß des erwähnten Winkels am Mittelpunkte. Und indem man das Maaß dieses Winkels vermittelst zweener ganz verschieden abgetheilter Bogen auf dem Rande bestimmt, so findet man den Winkel weit genauer, als wenn er z. E. nur bloß durch die gewöhnliche 90 Theilung des Randes angegeben worden wäre.

Ex. Gesetzt der Index des V. der 90 Thl. habe von k angerechnet 46 ganze Grade durchlaufen, und stehe noch um etwas über den 46ten Gr hinaus. Man untersuche welcher Theilstrich des V. mit einem Theilstriche des Randes zusammen passet. Gesetzt es sey dieses der 28te, so würde der kleine Bogen oder Winkel um den der Index über 46° hinausstehet, = 28 . 2′ = 56′ seyn. Der ganze Bogen $k\alpha$, den also der Index α bey Herumdrehung der Alhidadenregel beschrieben hat, wäre = 46° 56′; folglich so groß auch der zugehörige Winkel $kc\alpha$ am Mittelpunkte des Werkzeugs.

Ferner der Index β des Vernier der 96 Theilung habe auf dem Rande durchlaufen 50 ganzer Theile, und stehe über den 50ten Theil hinaus, so,

daß der 2te Theilstrich des Vernier mit einem Theilstriche des Randes zusammen passete, so würde, wen $\frac{1}{97}$ des Quadr. b genennet wird, der Index von i angerechnet einen Bogen $i\beta = 50\,b + \frac{2}{32}\,b$ durchlaufen haben.

Nun drücke man $50\,b + \frac{2}{32}\,b$ durch Grade und Minuten aus nach (§. 102. II. III) so wird

$$50\,b = 46^\circ\ 52'\ .\ 30''$$
$$\frac{2}{32}\,b = \qquad\quad 2'\ .\ 28''$$

Mithin $50\,b + \frac{2}{32}\,b = 46^\circ\ .\ 54'\ .\ 58''$ oder beynahe $46^\circ\ 55'$.

Eigentlich müsten beide Bogen $\varkappa\alpha$, $i\beta$, auf dem Rande, die von den Anfangsstrichen α, β, der Verniere durchlaufen worden sind, gleich viel Grade und Minuten, für das Maas des zugehörigen Winkels am Mittelpunkte angeben. Da aber, wie die Rechnung ausweiset, auf der 96 Theilung, der Bogen $i\beta = 50\,.\,b + \frac{2}{32}\,b$ nur $46^\circ\ 55''$ giebt, und hingegen der ähnliche $k\alpha$ auf der 90 Theilung $= 46^\circ\ 56'$ gefunden worden, so zeigt dieses, daß der denen beyden ähnlichen Bogen $i\beta$, $k\alpha$ zugehörige Winkel am Mittelpunkte nur innerhalb einer Minute zuverläßig bekannt sey, und daß also, wenn zwischen $46^\circ\ 55'$, $46^\circ\ 56'$ ein arithmetisches Mittel genommen wird, der Winkel am Mittelpunkte $kc\alpha$ oder $ic\beta$ sehr nahe an $46^\circ\ 55'\ 30''$ gränzen werde.

Daß

Daß nehmlich hier die 96 Theilung eine Minute weniger giebt, das kan daher rühren, weil (1) vielleicht auf beyden Abtheilungen des Randes kleine Fehler enthalten seyn können, (2) weil bey der Beobachtung des Zusammenpassens der Theilstriche der Verniere, mit denen des Randes leicht kleine Fehler begangen worden seyn können, besonders, wenn man sich dazu keines Vergrösserungsglaßes bedienet hat, (3) weil vielleicht die ersten Theilstriche des Randes k, i, wie auch die Indices der Verniere, α, β, nicht völlig genau in einer geraden Linie liegen.

3. So zeigen also beyde Abtheilungen auf dem Rande, wodurch ein gewisser Winkel am Mittelpunkte bestimmt wird, wie genau man diesen Winkel findet, ob man z. E. um eine Minute oder noch mehr in dessen Bestimmung ungewiß ist. Es erhellet, wenn z. E. für einen gewissen Winkel am Mittelpunkte beyde Abtheilungen auf dem Rande etwas sehr unterschiedenes herausbrächten, und dieser Unterschied nicht aus einer Nachläßigkeit im Beobachten herrührte, daß alsdann in einer von beyden Abtheilungen des Randes ein Fehler enthalten seyn müsse, daß man also genöthigt sey, diesen Fehler aufzusuchen, ob er in der 90 oder 96 Theilung stecke u. s. w.

So erhellet, wie zwo dergleichen Abtheilungen auf dem Rande angebracht, einander wechselseitig zur Prüfung dienen. §. 99. 5

4. Nach-

4. Nachdem nun, vermittelst dieses Verfahrens, (2) ein gewisser Winkel am Mittelpunkte bestimmt worden, so kan man zum Ueberfluß, um sich noch mehr von desselben wahrer Größe zu versichern die Mikrometerschraube zu Hülfe nehmen, und nach §. 101. untersuchen, um wie viel beyde Indices der Verniere rechter Hand der nächsten Theilstriche des Randes hinausstehen. Gesetzt, die Mikrometerschraube zeigte, daß der Index des V. der 96 Theilung um 3′ 20″ über 50b oder 46° 52′ . 30″. hinaus stände, der Index des V. der 90 Theilung aber von dem Theilstriche des Randes, der zu 46° gehört, um 55′ 40″ entfernt wäre; so wäre im ersten Falle der Winkel am Mittelpunkte = 46° . 52′ . 30″ + 3′ . 20″ = 46° . 55′ . 50″. Im zweyten Falle = 46°. 55′. 40″. Das Mittel aus beyden = 46° 55′. 45″. Und so zeigte sich noch einmal, daß der Winkel am Mittelpunkte, der oben (2) vermittelst der Verniere = 46° 55′ . 30″ gefunden worden, wenig von der Wahrheit abweichen würde.

Das Fernrohr an dem Winkelmesser.

§. 104. Ist ein gewöhnlich astronomisches mit zweyen erhaben geschliffenen Gläßern. (Kästn. Dioptr. 89.) Wenn die Brennweite des Objektivs 1 Reinl. Fuß lang ist, so muß die Brennweite des Oculars = 0, 61 Zoll seyn, wenn das Fernrohr guten Effect leisten soll. Die Vergrößerung ist

dann

dann etwa 20 mahl. (S. Hugenii Dioptr. propositio LVI) woselbst auch eine Tabelle für die Brennweiten der Objektive und Oculare grösserer Fernröhre befindlich ist. Gewöhnlich arbeiten aber die Optici nicht nach dieser Tabelle, sondern nehmen grössere Oculare.

Sowohl das Objektiv als Ocular werden in zwo meßingene Röhren, XX, Y fig. LXVI. angebracht, wo man nach Gefallen die eine in die andere hineinschieben kan. An das Ende der Röhre des Objektivs XX wird ein Ring fig. LXVII angeschroben, der ein eben geschliffenes Glas umfasset, auf welchem zwo zarte auf einander senkrecht stehende Linien eingerissen sind, die sich im Mittelpunkte des Glaßes, und also in der Axe des Fernrohrs durchschneiden. Die Röhre des Objektivs XX wird alsdann in die Röhre des Oculars Y so weit hereingeschoben, bis man durchs Ocular die eingerissenen Linien cd, ef, auf dem Planglaße, sehr deutlich siehet. Wenn nun das Fernrohr auf die Alhidadenregel befestigt wird, §. 99. 18. so muß der Strich cd in einer auf der Alhidadenregel senkrechten Ebene liegen. Denn cd ist hier eben das, was der Faden Bb im Objecktivdiopter Fig. XLVIII vorstellet. Er bestimt nämlich die dioptrische Ebene, in der die Gegenstände die man durchs Fernrohr betrachtet erscheinen müssen.

Wie man übrigens diesen Strich in die gehörige Lage bringt; soll unten gezeigt werden.

May-

Mayers Recipiangle.

§. 105. Mein Vater Tob. Mayer, hat in den Commentar. Soc. R. Goett. T. II. p. 336, einen Winkelmesser angegeben, deswegen seiner Bequemlichkeit, bey Feldmessen gute Dienste leistet.

Dieses Werkzeug bestehet T. IV. Fig. L blos aus zweyen gleich langen meßingenen Regeln AB, CD, von denen AB um einen durch die Mitte gehenden stählernen konischen Zapfen P, über der CD beweglich ist, wie aus dem Profile Fig. LI deutlicher erhellet, wo P der stählerne Zapfen, ab ein Stück von dem Durchschnitt der Regel AB, cd ein Stück von dem Durchschnitt der Regel CD, und ef der Durchschnitt der runden Platte ist, an der sich der hohle Cylinder R befindet, der, wie gewöhnlich, auf den Zapfen einer Nuß gesetzet wird. Wie diese einzeln Theile des Werkzeugs durch die Schrauben r, r, t t, mit einander verbunden sind, ist ebenfalls aus dem Profile klar.

Auf die obere Regel AB wird, wie die Figur ausweiset, ein Fernrohr, parallel mit ihr, angebracht.

Das Linial AB endiget sich in zwo dünne Plättlein, in die sehr feine Punkte i, k, eingestochen sind; eben so sind auch auf der untern Regel CD, bey l, und m, ein paar sehr zarte Punkte eingestochen. Diese Punkte, i, k, l, m haben durchgehends

gehenden gleichen Abstand vom Mittelpunkte g, oder es ist gi = gk = gl = gm. Auch müssen k, und i, l, und m, genau in ein paar geraden Linien ik, lm liegen, die sich im Mittelpunkte g durchschneiden. Das Fernrohr ist eben so beschaffen, wie dasjenige, welches §. 99. 18. beschrieben worden ist, und kan innerhalb der Hülsen H, H, um eine Axe gewendet, und vermittelst der Schrauben w, w, nach Gefallen, in unverrückter Lage erhalten werden.

Es erhellet, daß hier die obere Regel AB, eine Alhidadenregel ist.

Wenn nun z. E. beyde Liniale einen gewissen Winkel igl mit einander machen, so wird solcher vermittelst seiner Chorde il bestimt. Hierzu ist aber ein geradelinigter Transporteur nöthig, dessen Einrichtung auf folgenden Gründen beruhet.

Der geradelinigte Transporteur.

§. 106. 1. Es sey fig. LII. lni ein gewisser Kreisbogen mit einem willkürlichen Halbmesser gi = gl beschrieben und li dessen Chorde. Man fälle aus dem Mittelpunkte g auf die Chorde li ein Perpendickel gw herab, so wird dadurch sowohl der Winkel igl als auch dessen Chorde il halbiret.

2. Also igw = ½ igl; iw = ½ il.

3. Man

3. Man nenne den Halbmesser gi = R, und den Winkel igl = α, so ist in dem rechtwinklichten Dreyecke igw.

gi : iw = sin tot : sin igw oder
R : iw = 10000000 : sin $\frac{1}{2}$ α

Mithin $iw = \frac{R \sin \frac{1}{2} \alpha}{10000000}$

4. Und die ganze Chorde il = $\frac{2 . R \sin \frac{1}{2} \alpha}{10000000}$

5. So ist also für jeden angenommenen Winkel igl, und den gegebenen Halbmesser gi, die Chorde dieses Winkels gefunden.

6. Man setze, der Halbmesser R oder gi sey in 1000 gleiche Theile getheilet, also R = 1000 so würde

$$il = \frac{2 . 1000 . \sin \frac{1}{2} \alpha}{10000000} = 2 . \frac{\sin \frac{1}{2} \alpha}{10000}$$

7. Das heist, man nehme den Sinus der Hälfte desjenigen Winkels α, dessen Chorde man suchen will, aus den Sinustafeln, dividire ihn mit 10000 oder schneide 4 Decimalstellen von der rechten Hand gegen die linke ab, und multiplicire mit 2, so hat man die Chorde des vorgegebenen Winkels für den Halbmesser = 1000 Exemp. Man sucht die Chorde von 20°. Hier ist also α = 20°; $\frac{1}{2}$ α = 10°. Nun ist sin $\frac{1}{2}$ α =

1736482.

1736482. Mithin $\frac{\sin \frac{1}{2}\alpha}{10000} = 173,6482$, also mit 2 multipliciret

$$\frac{2 \sin \frac{1}{2}\alpha}{10000} = 347,2964 = \text{der Chorde von } 20°.$$

9. Das will sagen, die Chorde von 20° hält 347 ganzer solcher Theile, dergleichen der Halbmesser 1000 hält, und noch etwas darüber, welches aber keinen ganzen solchen Theil beträgt. Man nimt daher nur blos 347 Theile von dem Halbmesser, so hat man die Chorde von 20° ohne beträchtlichen Fehler.

10. So kan man also für den Halbmesser 1000 eines jeden angenommenen Winkels Chorde berechnen.

Von 5 zu 5 Graden, wären die Chorden diese:

Grade	Chorden	Grade	Chorden	Grade	Chorden
5°	87	35°	601	65°	1074
10	174	40	684	70	1147
15	261	45	765	75	1217
20	347	50	845	80	1285
25	342	55	923	85	1351
30	516	60	1000	90	1414

So könte man leicht für jede einzeln Grade die Chorden finden.

11. Weil die Chorde von 60° dem Halbmesser gleich ist, so ist hier Chord. 60° = 1000.

12. Diese berechneten Chorden (10) pflegt man nun auf Linien zu tragen, und die mittlern nach Art des verjüngten Maasstabes zu bestimmen.

Man ziehe fig. LIII. eine gerade Linie AC, und durch A auf AC eine perpendiculäre AB, auf die man eine gewisse Anzahl gleicher Theile, z. E. hier in der Figur, 5 gleiche Theile absetze; durch B ziehe man mit AC eine parallele, und trage nun von einem tausendtheiligten Maasstabe, von A nach 5° die Chorde von 5°, also 87 Theile des Maasstabes. (10) Von B nach 10° setze man die Chorde von 10°, also 174 Theile des Maasstabes, von A nach 15° die Chorde von 15° also 261 Theile u. s. w. bis endlich von B nach 90° die Chorde von 90° also 1414 Theile des Maasstabes abgesetzt sind. Durch die Theilpunkte auf AB, ziehe man mit AC lauter parallellen, und hierauf die schiefen Linien von B nach 5° von 5° nach 10° u. s. w. So heist der Maasstab BC eine Chordenscale, oder ein geradelinigter Transporteur, weil man auf ihm die Chorden aller Winkel von 0 bis 90° vorfindet.

Denn weil in dem Dreyecke BA5°, die Seite AB in 5 gleiche Theile getheilet ist, so sind in diesem Dreyecke, die mit A5° parallelen Querstückgen

stückgen a1, b2, c3, d4, A5°, nach der Ordnung die Chorden von 1°, 2°, 3°, 4°, 5°. In dem Trapezio A5°B10° sind die Querstückgen A5° d6, c7 u. s. w., von A5° nach B10° heraufgerechnet, nach der Ordnung die Chorden von 5°, 6° 7°, u. s. w.

In dem Trapezio B10° A15° hat man von B10°, nach A15° herunter gerechnet, die Chorden von 10°, 11°, 12°, 13°, 14°, 15°.

Also würde ferner z. E. das Querstück von dem Theilpunkte b bis nach f, die Chorde von 42° seyn; und so hätte man alle Chorden der einzeln Grade von 0 bis 90°.

Dieses Verfahren, die mittlern Chorden durch Zeichnung zu bestimmen, hat offenbar mit der Verfertigung des verjüngten Maasstabes sehr viele Aehnlichkeit. Man siehet aber, wie ein kleines Nachdenken zeigen wird, sehr leicht, daß dabey die Voraussetzung, daß die Chorden von 5 zu 5 Graden gleichförmig wachsen, angenommen wird. Dieses gleichförmige Wachsthum gilt aber nur für kleine Winkel, und die Voraussetzung wird desto unrichtiger, je größer die Winkel sind. So z. E. erhellet aus obiger Chordentafel, daß die Chorde von 10°, 2 mahl so groß sey, als die Chorde von 5°, die von 15° dreymahl so groß, daß also von 5° bis 15° die Chorden ziemlich gleichförmig wachsen, oder daß wenigstens die Ungleichförmigkeit

nicht sichtbar ist, wenn man den Halbmesser nur in 1000 Theile theilt.

Man nehme aber z. E. die Unterschiede der Chorden von 65° und 70°, von 65° und 75°; Ersterer ist = 1147 — 1074 = 73, Letzterer 1217 — 1074 = 143.

Aus diesen Unterschieden erhellet offenbar, daß die Chorden von 65° bis 70°, und von 70° bis 75° ungleichförmig wachsen, weil sonst der Unterschied der Chorden von 65° und 70°, nur die Hälfte seyn müste von dem Unterschiede der Chorden von 65°, 75°; Es ist aber keineswegs 73 = $\frac{1}{2}$. 143.

Man siehet also, daß bey großen Winkeln das Wachsthum der Chorden von 5 zu 5 Graden nicht mehr gleichförmig geschiehet. Und aus dieser Ursache werden also die mittlern Chorden, wenn man sie nach der gewöhnlichen Art des verjüngten Maasstabes bestimmt, wo man auf AB *lauter* gleiche Theile absetzet, nicht mit völliger Genauheit gefunden.

Man ziehe durch α, wo sich die Sehne von 45° endiget, die Linie $\alpha\beta$ mit BA parallel, so ist β45° = A45° — B40° = dem Unterschiede der Sehnen von 40°, 45°; die mit β45° parallellen Querstückgen in dem Dreyecke $\alpha\beta$ 45° können aber nicht genau die Unterschiede der Chorden von 40°, 41°;

; von 40°, 42°, u. s. w. seyn. Wenn die ei
nten Querstückgen oder Unterschiede wachsen
ichförmig, weil auf BA, oder αβ lauter glei
Theile sind; dieses darf aber nicht seyn, weil
Unterschiede der Chorden von 40° bis 45°, als
großer Bogen, schon merklich ungleichförmig
chsen. So würde also z. E. das Querstückgen
nicht genau der Unterschied der Sehnen von
° und 42°, folglich auch die Linie von b nach f
cht genau die Sehne von 42° Grad seyn.

Man hat also auf dem geradelinigten Trans
rteur hier nur die Chorden von 5° zu 5° genau,
eil man sie unmittelbar aufgetragen hat, die Chor
n aber, die durch Zeichnung gefunden worden,
E. die von 42° sind insgesamt desto unrichtiger,
je größern Winkeln oder Bogen sie gehören.

13. Da also die Unterschiede der Chorden von
° zu 5°, sehr ungleichförmig wachsen, so thu
nan besser, wenn man für alle einzeln Grade die
Chorden berechnet, und sie unmittelbar, wechsels
weise auf die Linien AC, B90° aufträgt. Und da
die Chorden von einzeln zu einzeln Graden gleich
förmiger wachsen, als von 5 zu 5 Graden, so wird
man alsdann zu gleicher Zeit auch die Chorden sol
cher Bogen, die zwischen die einzeln Grade fallen,
mit erträglicher Zuverläßigkeit bestimmen können.

Z. E. Hätte man von A nach d die Chorde
von 41° von B nach α aber die Chorde von 40° ge

tragen, und hätte der Höhe BA, 5 gleiche Theile gegeben, so würden in dem Dreyecke αβδ, die parallellen Querstückgen, von α nach βδ herunter gerechnet, ohne merklichen Irrthum die Unterschiede der Chorden von 40° und 40° 12′, von 40° und 40° 24′ u. s. w. seyn. Z. E. lf würde der Unterschied der Chorden von 40° und 40° 24′, folglich die Weite bf die Chorde von 40° 24′ seyn. Und so hätte man bey einer solchen Einrichtung, ohne merklichen Fehler, alle Chorden von 12 zu 12 Minuten.

14. Hätte man der Höhe BA z. E. 20 gleiche Theile gegeben, so hätte man alsdann auf dem Transporteur, alle Chorden von 3 zu 3 Minuten. So findet sich in Leupolds Theatr. Geom. auf der XXV. Kupfertafel ein geradelinigter Transporteur für die Chorden von 5 zu 5 Minuten.

15. Gewöhnlich werden solchergestalt die geradelinigten Transporteure auf Meßing oder Elfenbein verzeichnet.

Gebrauch des geradelinigten Transporteurs.

16. Gesetzt, fig. LII. wolle man die Größe des Winkels igl bestimmen.

Weil nun auf dem geradelinigten Transporteur die Chorde von 60° der Halbmesser des Krei-

ises ist, zu dem diese Chorden gehören, so fas-
nan die Weite B60° fig. LIII. mit dem Hand-
el, setze die eine Zirkelspitze in den Scheitel
Winkel igl fig. LII. ein, und beschreibe mit
andern den Kreisbogen nl, fasse hierauf die
orde il, und trage sie auf den Transporteur,
em man die eine Zirkelspitze in einen Theil-
kt auf BA einsetzet und untersuchet, auf welchen
eilpunkt einer schiefen Linie, (wie z. E. ad)
andere hinfällt, so weiß man den Winkel igl,
dem die Weite il als Chorde gehört. Gesetzt,
Chorde il auf den geradel. Transporteur getra-
, gehe von b nach f, so würde der Winkel igl
42° seyn.

Der geradelinigte Transporteur für das Werkzeug §. 105. u. fig. L.

§. 107. Ist so eingerichtet, daß der Halbmes-
des Werkzeugs, fig. L. d. h. die Weite gl
= gk = gi = gm genau in 1000 gleiche Thei-
getheilt wird, und auf dem geradelinigten Trans-
rteur die Chorde von 60° abgiebt. Für diesen
albmesser gl sind auf einer metallenen Platte die
horden von einzeln zu einzeln Graden aufgetra-
n, und nach dem bisher gewiesenen Verfahren,
e mittlern von 10 zu 10 Minuten, durch Zeich-
ung gefunden. Man kan aber auch sehr leicht
och die Chorden von 3 zu 3 Min. nach dem Au-
enmaase bestimmen, wenn man nemlich der Hö-

he BA des Transporteurs, die eigentlich in 6 Theile getheilt ist, in Gedanken mehrere Theile giebt.

Wenn nun die beyden Liniale AB, CD, Fig. L einen gewissen Winkel igl mit einander machen, so wird die Chorde li, die zwischen den seinen Punkten l, i, enthalten ist, auf den geradelinigten Transporteur getragen, die Größe des Winkels lgi ohngefähr von 3 zu 3 Min. bestimmen, wenn man das Augenmaaß zu Hülfe nimmt.

Mein Vater bedienet sich aber einer besondern Art, mit diesem Werkzeuge zu messen, wodurch sich der Winkel igl noch weit genauer als bloß von 3 zu 3 Min. bestimmen läst. Ich werde von diesem Verfahren unten etwas erwähnen, und verweise meine Leser unterdessen auf den II Tom. d. Goett. Comm. p. 336, wo das Verfahren weitläuftig aus einander gesetzt ist.

Da man die beyden Regeln AB, CD zusammenlegen kan, so ist dieses Werkzeug sehr bequem, um es in der Tasche fortzutragen, zu gleicher Zeit ist man auch der Abtheilung eines Randes in 360 Grade überhoben, und die Verfertigung eines geradelinigten Transporteurs kostet nicht so viel Mühe.

Der Meßtisch.

§. 108. Dieses Werkzeug ist dasjenige, welches bey geometrischen Messungen von unendlichen

Ge-

brauche ist, sowohl weil man eine Figur auf
n Felde, mit allen ihren einzeln Bestimmun-
sogleich zu Papiere bringen kan, als auch we-
n der erträglichen Kosten, womit sich dieses
erkzeug anschaffen läst.

Die meisten Einrichtungen von Meßtischgen,
ren man sich aber bisher bedient hat, sind vielen
nvollkommenheiten unterworfen. Dergleichen
d z. E wenn das Werkzeug keinen gehörig festen
tand hat, sondern von jedem Winde leicht in
rschütterung gesetzt wird. Wenn nicht eine Vor-
chtung angebracht ist, wodurch man dem Werk-
uge außer den groben Bewegungungen auch
ie nöthigen sanften Wendungen verschaffen kan.
. s. w.

Die Art wie ich mir nach meiner Idee ein
Meßtischgen würde verfertigen lassen, mögte etwa
olgende seyn.

. Fig. LIV. Tab. IV stellet das Meßtisch-
gen im perspectivischen Aufrisse vor. A ist ein
gewöhnliches Reißbrett, auf welches Papier auf-
gespannet wird. Es wird von guten ausgetrock-
neten Lindenholze verfertiget, dergestalt, daß es
nicht aus einem einzigen zusammenhängenden
Brette bestehet, sondern aus mehreren Stücken
so zusammengesetzt ist, daß sich die Holzfasern be-
ständig durchkreuzen, damit sich das Meßtischgen
nicht werfe, oder Risse bekomme, wenn es der

Sonnenhitze ausgesetzt ist. Das Papier wird an die 4 schmalen Seitenflächen des Meßtischgens mit Mund- oder Tischerleim befestiget.

2. Das Stativ des Meßtischgens bestehet aus folgenden Theilen; Erstlich aus dem hölzernen Cylinder H Fig. LIV und Fig. LV der sich in ein dreyeckigtes Prisma endiget, an dessen Seitenflächen die Füße des Stativs F, F, F, um die Axen g, g, g, beweglich sind, und vermittelst der Schrauben r, r, r in einer unverrückten und festen Lage erhalten werden. Zweitens, aus der höltzernen Vorrichtung M Fig. LIV und Fig. LV die mit drey Armen c, c, c und mit einer starken höltzernen Schraube w versehen ist, die auf den Cylinder H aufgeschroben wird. Durch diese Arme gehen drey höltzerne, oder welches noch besser ist, messingene Schrauben, y, y, y, die man bis unter das Tischblatt A schrauben kan Sie dienen sowohl dem Tischgen zu einer Stütze, als auch dasselbe in eine genaue horizontale Stellung zu bringen.

3. Um nun dem Tischgen AA, die nöthigen horizontalbewegungen zu verschaffen, so dienet eine Vorrichtung, davon Fig. LVI das Profil darstellet, auf folgende Art.

αα ist der Durchschnitt einer runden meßingenen Platte a, welche man in Fig. LVII siehet, wo das Meßtischgen in umgekehrter Lage vorgestellet

ng ddd, davon dd Fig. LVI der Durchschnitt
dieser Ring wird durch 3 Schräubgen i, i,
die untere Fläche des Tisches AA befestigt.
e innere Fläche dieses Ringes, die die Platte
mgiebt, muß genau abgedrehet, und mit letz-
er in einander eingeschmiegelt seyn, damit sich
Ring ddd mit dem daran befindlichen Tisch-
tte AA, sanft um die Platte a herumwenden läst.

4. Die Platte αα bestehet mit dem Cylinder n
s einem Stück; dieser Cylinder n ist innerhalb
r Höhlung eines andern messingenen Cylinders
veglich), der sich in einer Nuß m endiget, die
) in einer ihr zugehörigen, sie scharf umfassen-
n Hülse, herumwenden läst, welche sich an ei-
r runden Platte hh befindet, die durch Schräub-
n auf die Vorrichtung M Fig. LIV befestigt ist.

Die Schraube x, welche durch den äusern Cylin-
r gehet, dienet den innern Cylinder n in einer
verrückten Lage zu erhalten.

5. An der runden Platte a Fig. LVII ist ein
ermlein V angelöthet; dieses trägt einen Ansatz e,
nd eben so hat auch das Tischgen AA einen dergle-
en bey o. Durch diese beyden Ansätze e, o,
ehet eine Stellschraube ze. Sie dienet, der Flä-
e des Meßtischgens eine sanfte horizontale Wen-
ung zu geben, wie sogleich erhellen wird.

6. Wenn

6. Wenn nun solchergestalt das Tischgen auf der bisherbeschriebenen Vorrichtung ruhet, und man Fig. LIV das Meßtischgen in eine horizontale Lage bringen will, so verrücke man erstlich die Beine des Stativs so lange bis ohngefähr nach dem Augenmaaße das Tischblatt AA eine horizontale Lage hat. Um aber die völlig genaue horizontale Stellung zu erhalten, so drehe man die Schrauben y, y, y, etwas herunterwärts, damit sie nicht hinderlich sind wenn man die Nuß an dem Meßtischgen, in ihrer Hülse herum wenden will.

Man wende alsdann die Nuß in ihrer Hülse so lange herum, bis eine auf das Tischblatt AA gestellte Wasserwaage (siehe unten §. 114) den wahren horizontalen Stand desselben angiebt. Hierauf schraube man die Schrauben y, y, y wieder sanft bis unter das Tischblatt, so wird sich dasselbe unverrückt in seiner horizontalen Lage erhalten lassen. Ja, wenn man nachher auf dem Tischgen handthieret, und sich dasselbe wieder etwas aus seiner Stellung verrücken solte, so kan man selbst durch diese Schrauben, die gegen die untere Fläche des Tischgens drücken, den horizontalen Stand sogleich wieder herstellen.

7. Hat auf diese Art das Meßtischgen eine horizontale Stellung, so wird es sich horizontal herumwenden lassen, wenn man Schraube x Fig. LVI löset. Alsdann nämlich wird der an der

Platte

tte aa beständliche Cylinder II in der Höhlung
ihn umgebenden äusern Cylinders beweglich
, und dem Tischgen A eine horizontale Wen-
g, als um eine Axe, verschaffen.

Außer dieser groben horizontalwendung, erhält
n aber eine sanfte, wenn man die Schraube x
der anziehet, und hierauf die Schraube ze Fig.
II herumwendet: Alsdann nämlich treibt diese
s Meßtischgen AA, mit dem daran befindlichen
nge ddd, sanft um die unbewegliche Platte a
um, und giebt also dem Tischgen eine sanfte
rizontale Wendung.

8. Dieses ist im ganzen die Zusammensetzung
nes zu Horizontalvermessungen brauchbaren Meß-
ches; und ich bin überzeugt, daß er alle nöthi-
n Bedingungen erfüllt, wenn die einzeln Theile
sselben, von dem Mechanico fleißig und gut
earbeitet sind, Die drey Schrauben y, y, y.
ebst der Nuß, worauf das Meßtischgen ruhet,
eben ihm einen sehr festen Stand, den es nicht
aben würde, wenn man die Schrauben y, y, y,
eglassen, und bloß wie gewöhnlich, das Tisch-
latt auf einer Nuß ruhen lassen wolte, die man
st, um Kosten zu ersparen, nicht einmal von der
nöthigen Größe und Stärke verfertigen läst.

9. Die ohngefähren Abmessungen der bisher
beschriebenen einzeln Theile mögten etwa folgende
seyn.

Das

Das Tischblatt AA	lang und breit		$1\frac{1}{2}$ Fuß
	=		18 Zoll
	dick =		1 Zoll
Der Arme c, c, c	Länge =		5 Zoll
	Dicke =		$1\frac{1}{4}$ Zoll
Des Cylinders H Durchmesser	=	etwa	3 Zoll
Der Platte a Durchmesser	=		$2\frac{3}{4}$ Zoll
Des Ringes ddd Durchmesser	=		3 Zoll
Des innern Cylinders n Länge	=		2 Zoll
Die ganze Höhe von αα, bis ans Ende der Nuß	=		$3\frac{1}{2}$ Zoll
Des an der Platte a befindlichen Aermleins V	Länge =		3 Zoll
Der Stellschraube ze	Länge =		$2\frac{1}{2}$ Zoll
	Dicke =		$1\frac{1}{2}$ Zoll

Die Schrauben y, y, y wenn sie von Holz sind, müssen einen Zoll im Durchmesser haben. Die Abmessungen der übrigen kleinern Theile, sind meistens willkürlich und es hängt von dem Mechanico ab, ihnen eine schickliche Größe und Stärke zu geben.

Noch einige andere Einrichtungen brauchbarer Meßtische.

Hrn. Marinoni Meßtisch.

§. 109. Hr. Marinoni in seinem Werke: de Re ichnographica, pag. 13. ertheilet die Beschreibung eines Meßtisches, den er zu geodätischen Messungen für sehr brauchbar hält.

Das

ch sich das Tischblatt in Nuthen hin und her-
eben läst, um einen gewissen Punkt auf dem
eßtischgen, sehr genau über einen Punkt auf
n Boden bringen zu können.

Im Grunde ist aber diese Einrichtung mit ei-
en Unbequemlichkeiten verbunden, und das
eßtischgen wird dadurch gar zu schwer. Es
bt andere Mittel, z. E. durch gehörige Verrü-
ng der Beine des Stativs, die Absicht des Hrn.
arinoni mit weit geringerer Mühe zu erreichen.

Hrn. Branders Meßtisch.

Er giebt die Beschreibung davon in einer klei-
zu Augspurg 1772 herausgekommenen Schrift.
nennet sein Werkzeug einen **Universalmeßtisch**
il er zugleich einen eingetheilten Winkelmesser
bey anbringt; auch dienet sein Werkzeug zu
öhenmessungen, und zu dieser Absicht ist an
schmalen Seitenfläche des Meßtischgens noch
eingetheilter verticaler Halbkreis angebracht.
s hat übrigens Hrn. B. Meßtisch auch alle die
orrichtungen die nothwendig sind, sowohl die
oben als sanften Bewegungungen hervorzubrin-
n. Statt der gewöhnlichen Diopterliniale be-
enet er sich der Fernröhre die mit sehr guten
lasmicrometern versehen sind.

Obgleich die ganze Einrichtung von Hrn. Br.
niversalmeßtisch sehr brauchbar ist, und zu ge-

nauen Messungen ohnstreitig sehr vieles beyträgt, so mögte aber dennoch der etwas hohe Preiß, für welchen Hr. Br. ohne Zweifel seinen Universalmeßtisch verkaufen muß, manchen abhalten, sich selbigen anzuschaffen, besonders diejenigen, die die Meßkunst nur zum Vergnügen ausüben.

Hr. Br. hat nachher 1774 einen zweiten Beytrag zu seinem Meßtische herausgegeben, und darinn die Beschreibung eines Spiegelsextanten, wie auch einer neuen Abänderung seines Meßtisches bekannt gemacht.

Hrn. Hogrevens Meßtisch.

Hr. Hogreve Ingen. Kap Lieut. in hannoverischen Diensten, hat 1773 eine Anleitung zur topographischen Vermessung eines ganzen Landes bekannt gemacht, und beschreibt in diesem Buche ebenfalls eine neue Einrichtung eines Meßtisches.

Da Hr. Hogr. gute theoretische Kenntniße besitzt, und mit seinem Meßtischgen selbst Vermessungen angestellet hat, so ist nicht zu zweifeln, daß sein Werkzeug zur topographischen Aufnahme eines Landes, alle nöthige Vollkommenheit habe.

Einige Bemerkungen über den Gebrauch und die Zurichtung des Meßtisches.

§. 110. 1. Der Meßtisch dienet eigentlich nur zu Horizontalvermessungen. Einige pflegen ihn aber,

r, indem sie das Meßtischgen in der Nuß her-
wenden, und es vertical stellen, auch zu Hö-
messungen zu gebrauchen. Allein, ich muß
tehen, daß das Meßtischgen zu dieser Absicht
r nicht gebraucht werden solte, weil viele Un-
quemlichkeiten damit verbunden sind, und man
durchs Meßtischgen eine Höhe erträglich genau
ssen kan. Höhenmessungen müssen eigentlich
t dem Astrolabio vorgenommen werden.

2. Das Reißbrett, welches zum Meßtischgen
braucht wird, soll nicht ein solches seyn, wo
an das Papier in einen Rahmen spannt, weil
f einem dergleichen Reißbrette nie das Papier so
nau aufliegt, als wenn es auf ein anderes Reiß-
ett ohne Rahmen, bloß an die schmale Seite
sselben mit Mund- oder Tischerleim angeklebet
rd.

3. Einige Schriftsteller z. E. Penther in seiner
nleit. z. pract. Geom. P. II. Cap. V. §. 424)
then das Papier auf das Meßtischgen vermit-
lst 4 meßingener Schraubstöckgen oder Zwingen
befestigen und anzuziehen. Ich weiß aber
icht ob diese Vorrichtung das Papier wohl so
enau in eine Ebene bringen würde als nothwen-
g ist.

Die dioptrische Regel für den Meßtisch.

§. 111. 1. Gewöhnlich bedienet man sich der
Diopterliniale, um auf dem Meßtischgen nach

Gegenständen hinzuvisiren. Ich habe das Wesentliche dieser Liniale schon im vorhergehenden §. 93. 94. 95 erkläret.

Fig. LXVIII Tab. VI stellet eine solche dioptrische Regel kürzlich dar. P ist ein Linial von Messing oder Birnbaumholz, an dessen beyden Enden die Ocular- und Objectivdioptern e, d, befestiget sind. Der Schlitz im Ocular-diopter e nebst dem ausgespannten Silberfaden im Objectivdiopter d müssen genau in einer auf der Ebene des Linials de senkrechten Fläche liegen; das Linial de muß so lang seyn, als das Meßtischgen, damit man längst der Schärfe ik des Linials über die ganze Fläche des Meßtischgens gerade Linien ziehen könne.

Dieses Diopterlinial ist aber so beschaffen, daß die Schärfe ik in der Ebene liegt, die man sich durch den Schlitz des Ocular-diopt und den Faden des Objectivdiopters gelegt vorstellet. Sind daher die Dioptern nach einem gewissen Gegenstande hingerichtet, so liegt eine längst ik gezogene gerade Linie mit diesem Gegenstande in einer und derselben Ebene.

2. Einige lassen ihre Diopterliniale so verfertigen wie sie Fig. LXIX vorstellet, dergestalt, daß der Schlitz mp, und der Faden ln, in einer Ebene liegen, die das Diopterlinial nach einer Linie np durchschneidet, die durch die Mitte des Linials

ials gehet, und mit der Schärfe ik desselben
rallel ist.

3. Wenn bey dieser letztern Einrichtung die
ioptern nach einem gewissen Objecte hingerichtet
d, und folglich das Object in der dioptrischen
bene In mp erscheinet, und man ziehet alsdann
ngst ik auf dem Meßtischgen eine gerade Linie,
wird diese zwar mit der nach dem Objecte zu-
ufenden Linie pn, oder mit der Visirlinie pa-
llel seyn, aber ki wird nicht nach dem Objecte
nzielen, sondern an demselben vorbeystreichen,
d daher werden solche Diopterliniale kleine Feh-
verursachen die sich ohngefähr aus Fig. LXX
rden beurtheilen lassen.

3. Gesetzt t Fig. LXX sey auf dem Meßtischgen
n gegebener Punkt P und Q ein paar Objecte,
d man wolle an dem Punkte t den Winkel PtQ
n beyde Objecte daselbst mit einander machen, be-
immen; so würde man nach dem gewöhnlichen
Verfahren, an den Punkt t das Diopterlinial kn
nlegen, es so lange herumwenden, bis das Ob-
ct P in der Visirlinie pn erschiene und dann
ngst der Schärfe ki, auf dem Meßtischgen durch
n Punkt t die gerade Linie ti ziehen.

Hierauf würde man die Regel um t herumdre-
en und die Dioptern nach dem Gegenstande Q
nrichten; Wenn nun Q in der Visirlinie πv er-
hiene, so würde man durch t längst des anliegenden

Linials die gerade Linie $t\eta$ ziehen; den Winkel $it\eta$, den man solchergestalt auf dem Meßtischgen erhielte, würde man für den Winkel annehmen, den beyde Objecte P, Q, an dem Punkte t mit einander machten.

Allein man siehet leicht, daß der Winkel $it\eta$ mit dem wahren Winkel PtQ nicht einerley seyn wird.

4. Um dieses deutlich zu übersehen überlege man folgendes.

$$\text{Es ist } PtQ = Pti + itQ$$
$$it\eta = itQ + Qt\eta$$
$$\text{Daher } PtQ - it\eta = Pti - Qt\eta$$

Es wird daher der erhaltene Winkel $it\eta$ auf dem Meßtischgen, nicht dem wahren Winkel PtQ gleich seyn, wenn nicht $Pti - Qt\eta = o$ d. h. wenn nicht der kleine Winkel Pti gleich ist dem kleinen Winkel $Qt\eta$.

5. Nun ist aber, weil pn mit ti, und $\pi\nu$ mit $t\eta$ parallel sind,

$$Pti = tPp$$
$$Qt\eta = tQ\pi$$

Man fälle also auf die Visirlinien pn, $\pi\nu$, von t die Perpendiculärlinien tw, to herab, so ist $tw = to =$ der halben Breite des Diopterlinials, und wenn man daher die halbe Breite des

Diopter-

iopterlinials = c, des Objects P Entfernung von
)der die Weite Pt = a, des Objects Q Weite
n t, oder Qt = b ſetzt, ſo wird in den recht-
nklichten Triangeln Ptw, Qto, für den Sinus
tus = 1

$$\text{fin } tPw = \frac{tw}{Pt} = \frac{c}{a}$$

$$\text{fin } tQo = \frac{to}{Qt} = \frac{c}{b}$$

Weil nun die Winkel tPw, tQo ſehr klein ſind, enn die Weiten Pt, Qt, in Abſicht der halben Breite der Regel ſehr groß ſind, ſo kan man hne merklichen Fehler ſetzen

fin tPw = tPw
fin tQo = tQo (Trig. S. VII)

Dies giebt alſo die kleinen Winkel

$$tPw = Pti = \frac{c}{a}$$

$$tQo = Qt\eta = \frac{c}{b}$$

Dieſe Quotienten $\frac{c}{a}, \frac{c}{b}$, als Maaße der klei-
nen Winkel tPw, tQo, geben dieſe kleinen Win-
kel in Decimaltheilen des Sinus totus oder Halb-
meſſers 1, will man alſo dieſe kleinen Winkel

sogleich in Seccunden haben, so muß man die Werthe $\frac{c}{a}, \frac{c}{b}$ noch mit der Zahl 206264″ multipliciren und dieses giebt in Secunden

$$tPw = Pti = \frac{c}{a} \cdot 206264''$$

$$tQo = Qt\eta = \frac{c}{b} \cdot 206264$$

$$\text{Mithin } Pti - Qt\eta = \frac{(b-a)}{ab} \cdot c \cdot 206264'' =$$

$PtQ - it\eta$ (4)

6. Dieses giebt also den Unterschied des wahren und falschen Winkels, $PtQ - it\eta$ sogleich in Secunden.

Exemp. Es sey

$Qt = b =$ 100 Fuß $=$ 1000 Zoll
$Pt = a =$ 50 Fuß $=$ 500 Zoll

die halbe Breite der Regel oder $c = \frac{1}{2}$ Zoll so wird

$$PtQ - it\eta = \frac{1000 - 500}{1000 \cdot 500} \cdot \frac{1}{2} \cdot 206264'' =$$

$\frac{1}{2000} \cdot 206264'' = 103'' = 1' 43''$. Also wäre der falsche Winkel $it\eta$ auf dem Meßtischgen von dem wahren PtQ um 1′ 43″ also beynahe um 2′ unterschieden.

7. Man

7. Man siehet hieraus, daß in diesem Exem-
l der Fehler, den man begienge, wenn man den
Winkel itη auf dem Meßtischgen für den wahren
Q annähme, freylich nur sehr wenig betragen,
d auf dem Meßtischgen, wo man die Linien ti,
gewöhnlich mit dem Bleystift ziehet, fast ganz
merklich seyn würde.

Indessen wäre es doch besser, man begienge
esen Fehler gar nicht;

8. Es erhellet ferner aus der gefundenen For-
el, daß $\frac{(b - a)}{ab} \cdot c \cdot 206264''$, also der Un-
rschied PtQ — itη = 0 seyn würde, wenn b = a, al-
die Objekte P, Q, gleich weit von t entfernt wären.

Je ungleicher aber der Objekte P, Q, Entfernungen
on t sind, desto größer wird der Fehler, und kan al-
erdings von einer solchen Beträchtlichkeit seyn,
aß man ihn nicht in allen Fällen für nichts gel-
en lassen darf.

Es sey z. E. das Objekt Q sehr weit von t, z. E.
m 10000 Zoll entfernt, das andere Objekt aber
ehr nahe bey t z. E. nur um 100 Zoll von t ent-
fernt; es sey also b = 10000; a = 100, und
wie vorhin c = $\frac{1}{2}$, so würde itzt der Fehler, oder
der Unterschied

$$PtQ - it\eta = \frac{10000 - 100}{10000 \cdot 100} \cdot \frac{1}{2} \cdot 206264''$$

= 1021'' = 17'. 1'' also über $\frac{1}{4}$ Grad.

Einen solchen Fehler kan man nicht in allen Fällen für o gelten lassen.

9. Will man also überhaupt solche Fehler nicht begehen, so muß man sich einer dioptrischen Regel von der erstern Gattung fig. LXVIII. bedienen, wo die Schärfe des Linials, ik, längst der man auf dem Meßtischgen die Linien ziehet, zugleich die wahre Visirlinie ist, oder sich in der dioptrischen Ebene (§ 93.) befindet.

10. Einige Schriftsteller, z E. Herr Hogreeve (Landesvermessungen §. 16) geben einige Bequemlichkeiten an, weswegen sie der dioptrischen Regel fig. LXIX. in Absicht der erstern, (fig LXVIII) einen Vorzug ertheilen. Ich würde aber doch in jedem Falle mich lieber der dioptrischen Regel fig. LXVIII. bedienen, da ihr Gebrauch vollkommen richtig ist, und keine Fehler verursacht, die Gegenstände, nach denen man visiret, mögen, in Absicht des Punktes auf dem Meßtischgen, liegen wie sie wollen.

Fernröhre statt der Diopterliniale beym Gebrauche des Meßtisches.

§. 112. Ich habe schon im vorhergehenden (§. 97) die Unbequemlichkeiten angegeben, die Kurzsichtige empfinden, wenn sie durch Dioptern nach sehr weit entlegenen Objekten hinvisiren wollen. Solche Personen müssen sich daher eines Augenglaßes bedienen, welches sie vor die Oculardiopter halten.

Wenn

Wenn man aber die Kosten anwenden will, so
rd freylich ein Fernrohr auf die Regel angebracht,
vohl mehr Richtigkeit verstatten, als auch Kurz-
htigen zuverläßiger zu gebrauchen seyn. Herr
irscher (coup d'oeil militaire. Berl. 1775.)
ebt am Ende seines Buches eine Beschreibung
nes neuen Meßtisches, wo er ebenfalls räth, sich
nes Fernrohrs statt der gewöhnlichen Dioptern
bedienen, und ich muß ihm vollkommen bey-
lichten, wenn er den Fernröhren große Vorzü-
ertheilet. Auch Hrn. Branders Meßtisch ist
it einem Fernrohre versehen.

Um die Kosten zu ersparen, brauchen die Röh-
n, in welche die Gläßer gefaßt werden, nicht
nmal von Meßing zu seyn, sondern man kan sie
loß von Holz verfertigen lassen. Und so würde
in solches Fernrohr nicht sehr viel höher kommen,
ls ein Diopterlinial, welches ganz von Meßing
äre.

Die Wasserwaage, wodurch man den horizontalen Stand des Meßtischgens erfähret.

§. 113. Da in der Feldmeßkunst die Winkel und Seiten einer Figur immer auf den Horizont reduciret werden müssen, so ist zu dieser Absicht nothwendig, daß man dem Meßtischgen eine horizontale Lage geben könne, damit die Winkel, die man auf demselben erhält, Horizontalwinkel sind.

Den horizontalen Stand einer Ebene erfähret man aber vermittelst einer darauf gesetzten Wasserwaage. Dieses Werkzeug bestehet fig. LXXI. aus einem cylindrischen Gefäße A, welches oben mit einem Glasdeckel bcd versehen ist, den man nach Gefallen ab- und anschrauben kan. Dieses Gefäß wird alsdann mit Wasser oder Weingeist angefüllet, und mit dem Glasdeckel fest verschlossen; durch den Boden dieses Gefäßes gehet ein kleines Schräubgen g. Dieses kan man herausschrauben, durch die entstandene Oefnung ein Tröpfgen Wasser aus dem angefüllten Gefäße herauslassen, und alsdann die Oeffnung wieder verschließen. Statt des herausgelassenen Tropfenwassers wird sich oben unter dem Glasdeckel ein Bläsgen zeigen;

Wenn nun der Glasdeckel mit der Grundfläche des cylindrischen Gefäßes parallel ist, und man setzt das Gefäß auf eine ebene Fläche, so wird das Bläsgen i unter dem Mittelpunkte des Glasdeckels erscheinen, wenn die ebene Fläche, auf der das Gefäß stehet, horizontal ist; denn alsdann wird diese ebene Fläche mit der Wasserfläche in dem Gefäße parallel seyn. (§ 9. §. 11.) Bey jeder andern gegen den Horizont geneigten Lage wird das Bläsgen nicht unter dem Mittelpunkte des Glasdeckels erscheinen.

Wenn also dieses cylindrische Gefäß A auf die Fläche des Meßtischgens gesetzt wird, und das Bläsgen bleibt nicht unter dem Mittelpunkte des

Glas-

lasdeckels stehen, so muß man das Meßtisch-
n so lange in der Nuß herumwenden, bis es
n horizontalen Stand hat, welchen es in dem
ugenblicke bekömmt, da sich das Bläsgen unter
n Mittelpunkt des Glasdeckels begiebt.

Wenn man hierauf die Schrauben y, y, fig.
IV. sanft bis unter das Tischblatt schraubt, so
ird man das Meßtischgen in der einmahl festge-
ßten Horizontallage unverrückt erhalten kön-
en. Auch selbst vermittelst dieser Schrau-
en wird sich eine kleine Verrückung aus der
orizontallage sogleich wieder herstellen las-
en. §. 108. 6. Die nothwendigen Erfordernisse einer
uten Wasserwaage sind folgende: Erstlich muß
ie Fläche des Glasdeckels mit der Grundfläche
es cylindrischen Gefäßes vollkommen parallel seyn.
Zweytens muß die Blase sehr empfindlich seyn,
das heißt, die geringste Neigung des Gefäßes
muß dem Bläsgen eine Bewegung mittheilen. Es
ist nicht gleichgültig, was das Bläsgen für eine
Größe habe; ist es gar zu klein, so wird es sel-
ten recht empfindlich seyn. Man muß die eigent-
liche Größe desselben bloß durch Versuche bestim-
men. Auch muß der Glasdeckel aus einem etwas
hohl geschliffenen Glase bestehen, damit die natür-
liche Ungleichheit des Glases der Bewegung und
Empfindlichkeit des Bläsgens kein Hinderniß ent-
gegensetze. Ferner muß man auch den Mittel-
punkt des Glasdeckels mit einem Zeichen bemerken.

Uebri-

Uebrigens mag die Weite sowohl als die Höhe des cylindrischen Gefässes etwa $1\frac{1}{2}$ Zoll betragen. Das Gefäß selbst wird von Meßing verfertigt. Man hat noch verschiedene andere Gattungen von Wasserwaagen. Die bisher beschriebene sollte aber am meisten gebraucht werden, da sie andern Einrichtungen, in Absicht ihrer Bequemlichkeit, vorzuziehen ist.

Der Erfinder des Meßtischgens.

§. 114. Ist Joh. Prätorius, ehemaliger Prof. der Mathematik zu Aldorff. Natürlicher Weise war das Meßtischgen anfangs sehr unvollkommen, wie man aus Schwenters pract. Geometrie. P. III. ersehen kan. Prätorius starb ums Jahr 1616.

Vortheile eines Meßtisches.

§. 115. Die Erfindung des Meßtischgens gehört ohne Zweifel zu den wichtigsten in der practischen Geometrie, weil zu geometrischen Vermessungen kein Werkzeug bequemer ist, als eben der Meßtisch. Denn dadurch, daß man eine Figur, die man in Grund legen will, sogleich unmittelbar aufs Papier bekömt, erhält man noch den Vortheil, sich ein weitläuftiges Diarium zu ersparen. Bey allen übrigen geometrischen Werkzeugen muß man beständig ein Diarium zu Hand haben, um die gemessenen Linien und Winkel anzumerken, und wenn man da keine gute Ordnung hält, so giebt es nachher beym Auftragen oft eine unendliche Verwirrung, besonders, wenn man sich

) nicht die Mühe giebt, die gemessenen Data einer
zur gleich zu Papiere zu bringen, so bald man
m Felde nach Haus kömt. Ja, viele Umstän-
einer Vermessung würden dem Gedächtnisse ent-
len, wenn man nicht den Vortheil hätte, sie
gleich aufs Meßtischgen zu bringen. So groß
er der Nutzen eines Meßtischgens ist, so ein-
schränkt ist dessen Gebrauch bey Vermessungen,
e sehr ins Große gehen: Ein mäßiges Dorf,
t dessen Gebäuden u. s. w. mag man wohl, ver-
ittelst des Meßtischgens, in Grund legen. Aber
ne ganze Landschaft z. E. von 6 und mehrerern
Meilen bloß mit diesem Werkzeuge genau verme-
n wollen, ist eine Unmöglichkeit; in solchen
ällen muß man ein gutes Astrolabium zu Hülfe
ehmen, und vermittelst desselben wenigstens die
auptpunkte oder das so genannte Gerippe der
andschaft bestimmen. Die übrigen Messungen
er einzeln Theile mag man mit dem Meßtischgen
errichten. Ich kan daher denenjenigen unmög-
ich beypflichten, die den Gebrauch des Meßtisch-
ens ohne Unterschied, sowohl auf große, als klei-
ne Vermessungen erstrecken, und die solches be-
haupten, müssen nie die unendlichen Schwürigkei-
ten erfahren haben, die sich bey der Aufnahme ei-
nes nur mäßig großen Distrikts vorfinden. Ich
könte, wenn es nöthig wäre, Beyspiele von eini-
gen großen Messungen anführen, die man bloß
mit dem Meßtischgen verrichten wollte, die aber
so unrichtig ausfielen, daß man die Arbeit liegen

lassen

lassen mußte, ehe sie kaum halb zu Ende war. Dieser Unrichtigkeiten und vergeblichen Arbeiten hätte man können überhoben seyn, wenn man den Hauptriß und die wesentlichsten Stücke vorher, vermittelst eines guten Astrolabii, bestimmt hätte. Es ist freylich der Gebrauch und die Behandlung des Astrolabii etwas zusammengesetzter, als die des Meßtischgens, und erfordert einen genauern Beobachter, der zugleich trigonometrische und andere Kenntnisse damit zu verbinden weiß. Mit einem Worte, das Astrolabium gehöret nicht für gemeine Feldmesser, deren Kenntnisse nicht weiter als bis zum pytagorischen Lehrsatz gehen. Aber solche Feldmesser solten sich nie an große Messungen wagen, wodurch sie sich oft die größte Schande zuziehen.

Die Meßscheibe.

§. 116. Dieses Werkzeug hat sehr viel Aehnlichkeit mit dem Meßtischgen, nur daß statt des viereckigten Reißbretes eine runde Scheibe angebracht wird.

Diese Scheibe wird von guten dauerhaften trockenen Holze verfertigt, und, wie das Meßtischgen, mit Papier überzogen. Um den Mittelpunkt wird eine bewegliche Alhidadenregel mit Dioptern, oder noch besser, ein Fernrohr angebracht.

Die Hauptsache bestehet darinnen, daß man längst der Alhidade der dioptrischen Regel, Linien

auf

ch den Umdrehungspunkt der Regel gehet, daß
n also an diesem Punkte die Winkel erhalte,
lche die Visirlinien nach den Objekten, mit
ander machen.

Den Vortheil, den man durch eine solche Schei-
zu erhalten glaubt, bestehet lediglich darinnen,
ß man die Winkel auf dem Felde sogleich unmit-
bar aufs Papier bekömt, ohne den Fehlern un-
worfen zu seyn, die man beym Astrolabio in
ihlung der Grade und Minuten u. s. w. begehen
n. Ferner, daß man das Papier von der Schei-
abnehmen, es auf ein anderes reines Blatt
apier aufkleben, und vermittelst eines Paralle-
lials, oder der recht winklichten Dreyecke §. 62. 12.
e auf dem aufgeklebten Papiere befindlichen Win-
l abtragen, und auf das untere reine Blatt Pa-
er an einen andern Punkt bringen kan. S.
ollmanns Geodäßie (Halle 1744) das. im
ten Kapitel §. 122. u. f §. Endlich, weil
an nicht nöthig hat, die runde Scheibe sehr groß
nzunehmen, und dieses folglich bey dem Werk-
euge eine Bequemlichkeit, in Absicht des Fort-
tragens von einer Stelle an die andere verschaft.
Da man nemlich die Winkel auf dem Felde alle
n dem Punkte erhält, um welchen sich die Alhi-
adenregel drehet, so braucht die Scheibe nur so
roß zu seyn, daß man die Schenkel dieser Wins
el auf dem Papiere längst der Alhidade mit einem

Bley-

Bleystifte bezeichnen kan. Und dazu braucht der Diameter der Scheibe etwa nur $\frac{3}{4}$ Fuß lang zu seyn.

Worinnen sich nun, ausser der runden Gestalt, und daß das Diopterlinial sich um ein festes Centrum drehet, die Scheibe von dem Meßtischgen unterscheide, sehe ich nicht ein. Kan man nicht auf dem Meßtischgen, wenn man will, ebenfalls alle Winkel an einem Punkte bekommen, das Papier abnehmen, und die Winkel, die sich darauf befinden, vermittelst eines Parallellinials auf ein anderes Blatt Papier bringen. Ueberhaupt läßt sich mit dem Meßtischgen eben die Messungsart vornehmen, die bey der Scheibe gebräuchlich ist. Im Grunde vermisset man aber bey ihr den Vortheil, den man eigentlich bey dem Meßtischgen hat, nemlich sich ein weitläuftiges Diarium zu ersparen, und eine ganze Figur gleich auf dem Papiere zu erhalten. Auf der Scheibe erhält man hingegen blos die Winkel einer Figur: Und in so fern soll doch wohl die Scheibe nur als ein Astrolabium dienen, nur, daß man die Winkel auf dem Papiere erhält, ohne die ihnen zugehörige Anzahl von Graden und Minuten zu wissen.

Mit einem guten Astrolabio kan man einen Fehler von 5 bis 6 Minuten gar wohl vermeiden, und so genau auf der Scheibe, wo man die Linien mit dem Bleystift ziehet, einen Winkel zu erhalten, und ihn nachher, vermittelst eines Parallellinials, an

einen

en andern Punkt zu bringen, [illegible]
ht. Ich sehe daher nicht ein, wie Zollmann
seiner Geodäsie behaupten kan, die Meßschei-
sey einem Astrolabio vorzuziehen. Ich muß
ch hiebey erinnern, daß sich der Gebrauch der
cheibe ebenfalls nur auf kleine Vermessungen er-
ecket. Oft, und meistens bey großen Vermes-
ngen, wo man Trigonometrie zu Hülfe nehmen
ß, ist es nothwendig, die eigentliche Größe
r gemessenen Winkel in Graden und Minuten zu
ssen, und dieses vermisset man bey der gewöhn-
hen Scheibe.

Zollmann hat dieses wohl eingesehen, und, da-
it man die Scheibe auch zu grössern Vermessun-
n gebrauchen könne, siehet er es als eine Ver-
sserung der Scheibe an, daß er einen besonders
ngetheilten Rand, mit einem Worte, ein Astro-
bium auf ihr anbringt. Zollmanns Geodäsie
, 102. u. f. Aus allem bisherigen schließe ich al-
, daß man die Scheibe in der Feldmeßkunst gar
ohl entbehren, und man statt ihr das bloße Meß-
lschgen gebrauchen könne.

Zollmann in seiner Geodäsie sagt, der Erfinder
er Scheibe sey unbekannt, man finde aber schon
Spuren davon in Specklings Festungsbau,
elcher 1608 herausgekommen, wie auch in Dil-
igs Kriegsbuch. P. I. lib. II. cap. 37.

Die eigentliche Messungsart mit der Scheibe
an man übrigens weitläuftig in Zollmanns Geo-

dasie lernen, auf welches Buch ich also meine Leser verweise. Eine Art eines Auszuges daraus ist; Ausführlicher Unterricht zur Feldmessungskunst, oder Scheibenmessung von Ch. H. W. (Langensalza, 1776. 8)

Gebrauch der Magnetnadeln in der Feldmeßkunst.

§. 117. Ehe wir hievon handeln, wird es nicht undienlich seyn, vorher einige Erklärungen und Lehnsätze aus der mathematischen Geographie hie beyzubringen, weil der eigentliche Gebrauch der Magnetnadeln, sich ohne einige Kenntniß der vornehmsten Zirkel auf unserer Erdkugel, und derselben Eigenschaften, nicht gut verstehen läßt.

Da wir ohnedem in der Folge einige Benennungen aus der mathematischen Geographie, zum Verständniß der ausübenden Feldmeßkunst, vonnöthen haben, so ist hie der gehörige Ort, kürzlich einige Begriffe davon mitzutheilen.

Einige Lehnsätze und Erklärungen aus der mathematischen Geographie.

I) Unsere Erde ist ein runder Körper, der einer Kugel ziemlich nahe kömt. In der Feldmeßkunst ist es aber verstattet, unsere Erde als eine völlige Kugel zu betrachten, ohne daß aus dieser Voraussetzung ein merklicher Fehler zu befürchten wäre.

Eigent-

Eigentlich ist die Gestalt unserer Erde ein zu-
mengedrucktes Sphäroid, eine Figur, die
gefähr entstehen würde, wenn man eine Kugel
einer weichen Materie, z E. von Thon, et-
s zusammendrückte; oder, wenn sich eine Ellipse
ihre kleine Axe herumdrehete.

Die Durchmesser unserer Erde sind also nicht
chaus von gleicher Größe: Man hat sowohl aus
eorie als Erfahrung gefunden, daß der klein-
Durchmesser der Erde zum größten sich verhält
178 : 179, welche letztere Verhältniß vom Hrn.
guer ist. Verschiedene Mathematikverständi-
geben diese Verhältniß = 202 : 203 andre wie
8 : 249. u. s. w. an.

Die Abmessungen verschiedener Grade auf der
dfläche haben die eigentliche Größe, des größ-
und kleinsten Durchmessers der Erde, finden
lehret, und sind in französischen Toisen z E.
ch Hrn. *Maupertuis* und *Bouguer* folgende:

	Größter Durchm.	Kleinster Durchm.
aupert.	6562480 Toisen.	6525600 Toiſ.
uguer.	6562026 " "	6525 77 " "

Man nimmt nun gewöhnlich ohne merklichen
rrthum, die Erde als eine vollkommene Kugel
, deren Durchmesser das Mittel zwischen dem
ößten und kleinsten Durchmesser der Erde wäre.
as gäbe also ihren Durchmesser = 6544040
oisen. Daraus kan man nun den ganzen Um-

kreis der Erde finden, und folglich auch die Länge des Grades eines größten Zirkels, welcher = 57107, 5 Toiſ. wird.

Eigentlich iſt dieſes nur die Länge eines Grades auf der Erde, wenn ſie als eine vollkommene Kugel betrachtet wird. Da aber die Erde ein zuſammengedrücktes Sphäroid iſt, ſo ſind die Grade nicht durchaus gleich lang. In de la Laude Aſtronomie §. 2691. findet ſich eine Tafel der Längen verſchiedener Grade, wie ſolche von berühmten Mathematikverſtändigen, durch unmittelbare Meſſung auf unſerer Erde gefunden worden ſind.

Man nennet den 15ten Theil eines Grades eines größten Kreiſes auf der Erdkugel eine deutſche, oder auch, wegen ihres häufigen Gebrauches in der math. Geographie, eine geographiſche Meile. In dieſem Verſtande ſagt man, daß 15 deutſche Meilen einen Grad ausmachen.

Da ein Grad auf der Erdkugel 57107,5 Toiſen hält, ſo kommen auf eine deutſche Meile 3807, 2 Toiſ. Da ferner eine Toiſe 6 pariſer Fuß hält, und das Verhältniß des pariſer Fußes gegen andere Fußmaaße, aus der Tabelle §. 14. zu erſehen iſt, ſo läßt ſich leicht berechnen, wie viel Fuſſe, eines andern Maaſſes, auf eine deutſche Meile kommen. So kommen z. E. auf eine deutſche Meile nach gehöriger Berechnung 23643 reinl. Fuß.

II) Der

II) Der Durchmesser der Erde, als Kugel be-
chtet, wäre 1720 deutsche Meilen. Bey einer
großen Kugel kan also ein kleines Stückgen ih-
Oberfläche, z. E. ein Distrikt von 5 bis 6 und
hreren Quadratmeilen ohne merklichen Fehler
eine Ebene angesehen werden.

III) Unsere Erde drehet sich täglich, um eine un-
änderliche Axe, die man die Weltaxe nennet. Die-
st eigentlich die kleinste der beyden Axen. (1) Die
den Punkte A, P, Fig. LXXII. Tab. VI. wo
Erdaxe in die Oberfläche der Erdkugel eintrift,
en Erdpole. Diese Punkte sind also bey Um-
hung der Erde um ihre Axe, unveränderlich,
l sie in der unveränderlichen Erdaxe AP liegen.
gegen, jeder andere Punkt der Erdfläche. z. E.
beschreibt bey Umdrehung der Erde einen gewis-
Kreis mn, dessen Ebene auf der Erdaxe senk-
t stehet. Je näher m beym Pole A, oder P,
t, einen desto kleinern Kreis beschreibet er;
Kreise, die aber auf der Erdkugel beschrieben
den, sind mit einander parallel, weil sie ins-
amt auf der Erdaxe AP senkrecht stehen. Man
net deswegen die erwähnten Kreise, Paral-
reise. Der größte Parallelkreis wird also der-
ge seyn, der von einem Punkte o beschrieben
d, welcher von beyden Weltpolen, A, P, um
° abstehet, oder wenn Ao = oP = 90° ist.
eser größte Kreis heist der Aequator.

A heist der Nordpol, wenn oAp die Halbkugel ist, in der wir Europäer wohnen. Der gegenüberstehende Pol P heist der Südpol.

IV) Wenn nun μ nach Gefallen ein Punkt auf der Erdfläche ist, so nennet man den größten Kreis AμP, den man sich durch den Ort μ, und die beyden Pole A, P gelegt, vorstellet, den Mittagskreis des Orts μ. Die Ebene dieses Kreises heist aber die Mittagsfläche.

So hat also jeder Ort auf der Erde seinen eigenen Mittagskreis: Alle Mittagsflächen durchschneiden sich aber in der Erdaxe AP.

Es sey ν ein anderer Ort und AνP dessen Mittagsfläche, so heist der Winkel, unter dem sich die beyden Mittagsflächen AμP, AνP einander durchschneiden, der Winkel oder der Unterschied beyder Mittagsflächen. Diesen Neigungswinkel beyder Mittagsflächen bestimmet man so: Man ziehe aus dem Mittelpunkte der Erdkugel C nach den Durchschnittspunkten, w, t, der Mittagskreise mit dem Aequator, die Halbmesser Cw, Ct so ist der Winkel wCt der gesuchte Neigungswinkel der Ebenen AμwP, AνtP, wie aus der Geometrie erhellet. (Man S. Kästn. Geom. 52 S. 1, 2, 3 Zus.)

V) Man stelle sich ein paar ebene Flächen vor, die die Erdfläche an denen Punkten μ und ν berühren, so sind dieses der Oerter μ, ν Horizontal-

achen, wenn sie auf den Halbmessern Ap
oder auf der Richtung der Verticallinien,
recht stehen. (§ 4) Die Mittagsflächen Aμp, Aνp,
den die nur gedachten Horizontalflächen, in
paar geraden Linien durchschneiden. Eine sol-
Durchschnittslinie der Mittagsfläche eines Orts
desselben Horizontalfläche, heißt des Orts
ittagslinie.

So hat also jeder Ort auf der Erdfläche seine
ene Mittagslinie.

Wenn man sich nun in der Ebene der Mittags-
chen ein paar gerade Linien gedenket, die die Mit-
gskreise an den Punkten μ, und, ν berühren,
werden diese Berührungslinien oder Tangenten,
Richtungen der Mittagslinien der Oerter μ
d ν darstellen.

Es erhellet, daß die Richtungen der Tangenten
den Punkten μ und ν, nicht mit einander pa-
llel seyn werden; Sie werden aber der parallel-
Lage unter folgenden Umständen sehr nahe kom-
en. Erstlich. Wenn die beyden Punkte μ, ν,
hr nahe am Aequator liegen. Zweitens. Wenn
e beyden Punkte μ, ν, nicht sehr weit von einander
tfernt sind. Diese beyden Sätze kan man völlig geo-
etrisch darthun, ich werde mich aber mit dem Be-
eise derselben hier nicht aufhalten können. Man kan
ese Sätze allenfalls sich sinnlich erläutern, wenn
an einen künstlichen Globum zu Hülfe nimmt.

Unter solchen Umständen, kan man also die Mittagslinien der Oerter μ, und ν, ohne merklichen Irrthum als parallel ansehen. Schon allein der zweyte Umstand, nemlich, wenn die Oerter μ, ν, nicht sehr weit von einander liegen, reichet in den meisten Fällen zu, die Richtungen ihrer Mittagslinien als parallel zu betrachten, wenn nur die Oerter μ und ν nicht gar zu nahe am Pole A liegen, oder vom Aequator owP gar zu weit abstehen.

VI) Der Bogen μw des Mittagskreises von dem Orte μ, bis an den Aequator, heist des Orts μ Breite. Sie ist nördlich, oder südlich, nachdem μ in der nördlichen oder südlichen Halbkugel lieget.

Folgerung aus dem bisherigen.

§. 118. 1. Es seyen die Punkte A, B, C, Fig. LXXIII. Oerter auf der Erdfläche, die nicht gar weit von einander liegen, und die durch diese Oerter gezogene gerade Linien gh, ik, lm, seyen die Mittagslinien dieser Oerter, so erhellet, wenn man nach Gefallen eine gerade Linie GH ziehet, diese die Mittagslinien, weil sie ohne großen Fehler parallel sind (Lehns. V.) insgesamt unter lauter gleich großen Winkeln durchschneiden wird.

2. Diese Betrachtung, daß die Richtung der Mittagslinien eine Reihe Parallellinien auf der Erde

ßfläche giebt, ist in der praktischen Geometrie
i vielen Nutzen; und dienet zu verschiedenen
chtigen Aufgaben.

Die Hauptfrage bestehet aber nun darinnen:

Die man an einem gewissen Orte auf der Erdfläche die Richtung der Mittagslinie bestimmen könne.

Diese Aufgabe aufzulösen, giebt es unterschie-
ne Mittel, die aber alle auf astronomischen
ründen bestehen, die ich wohl bey meinen we-
gsten Lesern zum voraus setzen kan.

Die leichteste Methode, vermittelst des Son-
nschattens, eine Mittagslinie zu ziehen, ist kürz-
h diese. Man beschreibe auf einer ebenen,
nbeweglichen genau horizontal gestellten
läche, aus dem Mittelpunkte g (Fig. LII.)
nen Kreis mit einem willkürlichen Halbmesser,
nd richte durch dessen Mittelpunkt g einen Stift
orthrecht auf. Ich setze nun, daß der erwähn-
e Kreis von der Sonne beschienen werden könne.
Man gebe also Acht, wenn Vormittags der Schat-
en des Stiftes, sich in dem Umfange des Krei-
es bey i endiget, folglich die Länge des Schattens
= gi ist, und bemerke auf dem Umkreise genau
en Punkt i. Eben so bemerke man bey l genau
en Punkt, wenn Nachmittags sich der Schatten
es Stiftes abermahls in dem Umkreise endiget,
olglich zum 2ten mahle dem Halbmesser des Krei-

ses gleich ist. Dann halbire man bey n den Bogen inl, und ziehe durch den Mittelpunkt g eine gerade Linie gn, so wird diese beynahe die wahre Mittagslinie seyn, die man sofort nach Gefallen verlängern kan.

Man kan aber die Mittagslinie noch weit genauer finden, wenn man nämlich aus dem Mittelpunkte g, eine ganze Reihe concentrischer Kreise ziehet, und bemerket, wo in jedem Umkreise, sich Vor- und Nachmittage der Schatten des Stiftes endiget, alsdann allemal den Bogen zwischen den Endpunkten zwener gleich langer Schatten halbiret; denn alle Linien die solchergestalt in die Mitte zwischen zweenen gleich langen Schatten fallen, werden Mittagslinien seyn, und müssen solcherstalt in eine einzige gerade Linie zusammenfallen, wenn nicht kleine Fehler der Beobachtung vorgefallen sind.

Dieses Verfahren ist einigen geringen Fehlern unterworfen, wenn man nicht eine Zeit nahe um den längsten Tag herum wählet. Indessen zum gewöhnlichen Gebrauche in der practischen Geometrie mag dieses Verfahren zureichend genau seyn. Ferner müssen die Beobachtungen der Schatten, nicht zu weit vom Mittage entfernt seyn, weil sonst der Halbschatten ein Hinderniß abgiebt, die Gränze des wahren Schattens, auf den gezogenen Umkreisen, genau zu bestimmen.

Statt

Statt eines durch g[illegible]
tiftes kan man sich auch eines senkrechten Kegels
n Bley oder festem Holze bedienen, den man auf
e horizontale Fläche, worauf die concentrischen
reise gezogen sind, so setzt, daß der Mittelpunkt
r Grundfläche desselben, genau in den Mittel-
unkt, der concentrischen Kreise zu liegen komme.
ann bemerkt man wo auf den erwähnten Krei-
n Vor- und Nachmittage, der Schatten von
er Spitze des Kegels hintrift, und verfährt wie
orhin.

Mehrere Methoden Mittagslinien zu ziehen,
ndet man in astronomischen Büchern. Z. E.
e la Lande Astronomie (Paris 1771) §. 155.
60 §. 2579. Cassini elemens d'Astron. Hrn.
. Kästners Astron. Abh. 1 Saml. 3te Abhandl.
. 68. Rostens astron. Handbuche u. s. w.

3. Meistens bedienet man sich in der Feld-
meßkunst der Magnetnadeln, die ohngefähren
Richtungen der Mittagslinien anzugeben.

Es lehret nähmlich die Erfahrung folgendes:

Wenn man eine stählerne Nadel, mit einem
Magnete bestreicht, und sie so einrichtet, daß sie
sich frey auf einem Stifte herumdrehen kan, so
begiebt sie sich von selbst in eine Richtung welche
mit den Mittagslinien solcher Oerter, die nicht
gar weit von einander liegen, beynahe einerley

Win-

Winkel macht. Gesetzt Fig. LXXIII sey Aα die Richtung der Magnetnadel an dem Orte A, so wird solche mit der Mittagslinie hg dieses Orts einen gewissen Winkel αAg machen. Bringt man die Magnetnadel an den Ort B, der von dem A nicht gar zu weit entfernt ist, so wird ihre Richtung Bβ mit der Mittagslinie ik des Orts B, einen Winkel βBi machen, der so groß ist als der, welchen sie mit der Mittagslinie des Orts A machte.

Und eben so wird an dem Orte C, der Winkel γCl = βBi = αAg, wenn Cγ die Richtung der Magnetnadel ist.

4. Dieses lehret die Erfahrung, und läst sich durch Versuche bestätigen, wenn man an verschiedenen, nicht weit von einander liegenden Oertern vermittelst astronomischer Methoden wie (2) Mittagslinien ziehet, und die Winkel misset, die die Richtung der Magnetnadel mit den Mittagslinien macht. — In Göttingen macht die Richtung der Magnetnadel mit der Mittagslinie einen Winkel von $16\frac{1}{2}$ Grad. Eben den Winkel, wird ohne merklichen Irrthum, die Magnetnadel, mit den Mittagslinien solcher Oerter machen, die nicht gar weit von Göttingen entfernt sind.

5. Wenn man also an einem gewissen Orte z. E. A, den Winkel αAg, der Magnetnadel mit der Mittagslinie weiß, so kan man sogleich an einen

n andern von A nicht sehr weit entferntem
e B eine Mittagslinie ziehen. Man darf
daselbst eine Linie Bi ziehen, welche mit der
htung der Magnetnadel Bβ einen Winkel βBi
cht, der so groß ist, als der welchen die Rich-
g der Magnetnadel mit dem Orte A macht, so
Bi des Orts B Mittagslinie.

5. Eine andere wichtige Folge aus (3) ist diese:
Weil an solchen Oertern, B, C, A, die nicht
weit von einander liegen, die Winkel αAg,
i, γCl einander gleich sind, und die Mittags-
ien Ag, Bi, Cl ohne merklichen Fehler als pa-
lel angenommen werden, so werden auch die
chtungen Aα, Bβ, Cγ einander parallel seyn.
ieser Satz daß also die Richtungen der Ma-
netnadel gleichlaufend sind, giebt ein leich-
s Mittel, an solchen Oertern wie A, B, C, so
eich Parallellinien zu ziehen. Man darf nur
uf die Richtungen der Magnetnadel daselbst acht
aben, und sie gehörig verlängern. Dieser Nu-
en den man solchergestalt, durch die Magnet-
adeln erhält, nämlich daß sich vermittelst ihrer
Richtungen an jedem Orte sogleich Parallellinien
iehen lassen, ist weit wichtiger, als der (5)
o solche zu Ziehung der Mittagslinien dienten.
Denn Mittagslinien zu ziehen kömt in der Feld-
neßkunst so gar oft nicht vor, und aus verschie-
enen Ursachen, läst sich die Magnetnadel nicht
nit grosser Zuverläßigkeit hierzu gebrauchen. Im

Ge-

Gegentheil wird aber die Folge zeigen, daß man in Entwerfung der Landschaften, sich der Parallinien oft mit sehr großem Vortheile bedienen könne.

8. Da in der Feldmeßkunst sehr häufig die Frage vorkömt, was eine gewisse Linie z. E. GH Fig. LXXIII mit den parallelen Richtungen der Magnetnadel für einen Winkel machet, so dienet dazu folgendes Werkzeug.

Die Boussole.

§. 119. Ich werde dieses Werkzeug hier nicht in seiner Vollständigkeit beschrieben: Wer dessen umständlichere Einrichtung kennen lernen will, dem können folgende Schriftsteller nähern Unterricht ertheilen. Leupolds Th. Geom. §. 437. Hrn. Vollimhaus Anweisung zum Landmessen mit Stäben und der Kette, nebst dem Gebrauche der Boussole. Hannover u. Lemgo 1776 Zollmanns Geodäsie u. s. w. Die Hauptsache bestehet im folgenden.

Man schließet die Magnetnadel ik Fig. LXXIV in ein rundes cylindrisches Gehäuse von Messing lpq ein, welches oben mit einem Glasdeckel versehen ist, um die Nadel vor den Wind sicher zu halten. Das Gehäuse lpq wird auf eine viereckigte Platte fmno, welche mit der dioptrischen Regel PQ aus einem Stücke bestehen kan, befestiget. Senkrecht über der Platte fmno erhebt sich in dem

Mittelpunkte des Gehäuses ein spitziger Stift
auf dem die Magnetnadel frey spielen, und
aller Orten hinwenden kan. Damit die Ma-
nadel nicht von dem Stifte herabfalle, so ist
ey c mit einem sogenannten Hütgen versehen,
hes auf den Stift zu ruhen kömt. An der
rn Seitenwand des Gehäuses wird in einiger
fernung von dem Boden, parallel mit der
ne finno ein Ring befestigt, der in seine 360°
eilet wird, und mit der Magnetnadel ik in
r Ebene liegt. Indem nun die Magnetnadel
ich um c als um eine Axe horizontal herum-
det, so weiset die Spitze i, die Abtheilungen
dem Ringe. Da bekantermaaßen eine Spitze
Magnetnadel sich beständig ohngefähr gegen
rden, folglich die andere gegen Süden hin-
tet, so kan man um beyde bequem von einan-
zu unterscheiden den südlichen Theil der Na-
welcher hier z. E. k seyn mag, stumpf lassen,
n nördlichen Theil i aber, der auf dem Ringe
Abtheilungen weiset, mit einer sehr scharfen
pitze versehen.

Endlich die Visirlinie vt des Diopterlinials PQ
uß mit dem Durchmesser des eingetheilten Rin-
s, welcher durch 0° und 180° gehet, parallel
yn, damit wenn die Spitze i der Nadel 0°
eiset, die Visirlinie tv mit der Richtung der
agnetnadel gleichlaufend sey.

Die

Dieses ist im ganzen die wesentliche Einrichtung der sogenannten Boussolen. Einzelne Vorrichtungen aber z. E. vermittelst eines Schiebers die Magnetnadel von dem Stifte abzuheben, und sie unter den Glasdeckel zu drücken, damit sie, wenn die Boussole hin und her getragen wird keinen Schaden leide, die Art die Boussole auf ein Stativ zu setzen u. s. w. kan man bey oberwähnten Schriftstellern beschrieben finden.

Einige Erinnerungen über die Beschaffenheit der Nadeln.

§. 120. 1. Man giebt der Nadel wenigstens eine Länge von 5 Zollen. Kleinere Nadeln zu gebrauchen, giebt nicht viel Richtigkeit; Größere aber würden zu schwer ausfallen, und auf dem Stifte, auf dem sie sich herumdrehen, zu viel Friction verursachen.

2. Die Nadel selbst wird von dem besten und reinsten Stahle verfertiget, und man läst sie gewöhnlich blau anlaufen Die Art wie man den Nadeln, vermittelst eines Magnets, die magnetische Kraft mittheilet, ist allen Mechanicis bekant, und es würde überflüßig seyn hie davon zu reden.

3. Man hat Magnetnadeln die durchgehends von einerley breite sind, oder die Gestalt eines dünnen Parallellepipedi haben. Anstatt einer

Spitze

Spitze die auf dem Ringe die Abtheilungen weiset, haben solche Nadeln, längst ihrer Mitte, eine eingeschnittene Linie, die durch den Umdrehungspunkt der Nadel gehet, und ihre Richtung anzeiget. Solche durchaus gleich breite Nadeln sollen vermöge der Erfahrung, die magnetische Kraft besser bey sich behalten, als solche die sich in Spitzen endigen. Allein sie sind etwas schwerer, und verursachen daher auf ihrem Stifte eine desto stärkere Friction, welches ihrer Empfindlichkeit nachtheilig ist, und sehr leicht den Stift unbrauchbar macht.

Das Hütgen der Magnetnadel, wird von einigen aus einer Vermischung von Kupfer und Zinn, verfertiget. Man kan aber nur bloßes Meßing dazu nehmen. Ich habe Boussolen gesehen, wo das Hütgen der Magnetnadel von Glas war, und diese Nadeln waren auf ihrem Stifte sehr beweglich Die wesentlichsten Erfordernisse des Hütgens sind. 1) Daß die innere Höhlung desselben sehr glatt poliret sey, und conisch in eine sehr kleine Kugelfläche zulaufe. 2) Daß die Axe der innern kegelförmigen Höhlung des Hütgens, auf die Ebene der Nadel senkrecht sey.

Der Stift auf dem das Hütgen ruhet, muß genau auf der Grundfläche des Gehäuses senkrecht stehen.

4. Die wesentlichste Vollkommenheit einer Magnetnadel, bestehet darinnen, wenn sie sich auf ihrem Stifte sehr sanft und gleichförmig beweget, oder nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche, wenn sie nicht faul ist.

Ob eine Nadel faul sey erfähret man so: Man stelle die Boussole an einen Ort, in dessen Nähe sich kein Eisen befindet, und lasse die Magnetnadel in Ruhe kommen: Alsdann nähere man sich ihr mit einem Stückgen Eisen, z. E. mit der Spitze eines Messers: Sogleich wird sie aus ihrer Ruhe kommen, und eine oscillirende Bewegung von der rechten gegen die linke Hand anfangen. Beschreibt sie nun immer kleinere und kleinere Bogen, bis sie wieder in Ruhe kömt, so ist sie hurtig. Kömt sie aber plötzlich zur Ruhe, ohne immer kleinere und kleinere Bogen zu beschreiben, so ist sie faul, und daher nicht zu gebrauchen.

Eine andere Methode, zu erfahren ob die Nadel faul ist, beruhet darauf, daß man bemerket, welchen Grad die Magnetnadel auf dem eingetheilten Ringe weiset, wenn sie ruhet, hierauf die Boussole nur um etwas weniges herumwendet: Verläst nun die Magnetnadel auch bey der geringsten Herumdrehung der Boussole, sogleich den Theilstrich, den sie bey ihrer Ruhe auf dem Rande wieß, so ist sie hurtig. Kan man aber die Boussole wohl um einige Grade herumdrehen,

ohne

ohne daß solches die Nadel empfindet, so ist sie faul und unbrauchbar.

5. Gewöhnlich, wenn solchergestalt eine Nadel faul befunden wird, liegt der Fehler in dem Stifte auf dem sie ruhet; wenn solcher etwa stumpf geworden ist, oder sich Unreinigkeiten in dem Hütgen gesammlet haben. Unterweilen liegt aber die Faulheit einer Nadel auch darinnen, wenn ihr die magnetische Kraft nicht gehörig mitgetheilet worden.

6. Man nennet Fig. LXXIII den Winkel $\propto$ Ag, den die Magnetnadel mit der Mittagslinie macht, die **Abweichung der Magnetnadel**, diese wäre also für Göttingen, und alle umliegende Oerter $16\frac{1}{2}$ Grad.

Gesetzt nun, man habe die Boussole Fig. LXXIV in eine solche Lage gebracht, daß die Magnetnadel ik, wenn sie zur Ruhe gekommen, $0°$ Grad wiese, so würde in dieser Lage die Richtung der Magnetnadel ik mit vt, folglich auch mit der Schärfe rs des Diopterlinials parallel seyn; (Vorausgesetzt daß rs mit vt parallel ist, welches gewöhnlich angenommen wird): zöge man also längst rs eine gerade Linie, so würde diese die Richtung der Magnetnadel seyn. Da nun für Göttingen die Abweichung der Magnetnadel $16\frac{1}{2}°$ ist, und die Richtung der Magnetnadel auf der westlichen Seite der Göttingischen Mittagslinie liegt, so setze man an rs eine Linie ab, die mit rs nach Osten zu einen Winkel rab $= 16\frac{1}{2}°$ macht, so wird ab die Mittags-

linie von Göttingen seyn. So erhellet also, wie man auf einer ebenen Horizontalfläche an einem gewissen Orte vermittelst der Boussole eine Mittagslinie ziehen könne, vorausgesetzt, daß man an dem Orte selbst, oder für einen ihm benachbarten Ort, die Abweichung der Magnetnadel weiß, und ob dieselbe östlich oder westlich ist.

7. Bey dieser Aufgabe, und überhaupt wo man Magnetnadeln braucht, darf kein Eisen oder Stahl in der Nähe seyn, denn weil diese Metalle bekantermaaßen die wahre Richtung der Magnetnadel verändern, so würde das ganze Verfahren unnütz, und die angewandte Mühe eine Mittagslinie zu ziehen, vergeblich seyn.

Diese Vorsicht alles Eisen und Stahl zu entfernen ist desto nöthiger, je empfindlicher die Magnetnadel ist. Aus dieser Ursache müssen an denen Werkzeugen, wo man Magnetnadeln anzubringen pflegt, alle Schrauben, und übrige Vorrichtungen nicht aus Eisen oder Stahl, sondern aus andern Materien verfertigt werden.

8. Es lehret die Erfahrung, daß die Abweichung der Magnetnadel ihre periodischen Veränderungen habe, d. h. daß die Richtung der Magnetnadel, mit der Mittagslinie eines gewissen Orts, nicht beständig einen und denselben Winkel machet. So hat man z. E. in Paris beobachtet, daß vom Jahre 1699 bis 1716 also in 17 Jahren die

die Abweichung der Magnetnadel um 4° 10′ zugenommen habe. Wenn man diese 4° 10′ mit 17 dividiret, so kommen auf die jährliche mittlere Veränderung etwa 14′. Um so viel hätte nämlich jedes Jahr die Abweichung der Magnetnadel zunehmen müssen, wenn das Wachsthum der Abweichung gleichförmig wäre. Allein selbst die jährliche Veränderung ist nicht für alle Jahre und für alle Orte einerley. Ja man hat beobachtet daß unterweilen selbst innerhalb einiger Tage sich die Abweichung der Magnetnadel merklich verändert.

Diese Veränderlichkeit der Richtung der Magnetnadel, das eigentliche Gesetz, nach welchem sie geschiehet, hängt von vielen Umständen ab, davon die meisten uns noch zur Zeit unbekannt sind.

Eine wichtige Folge für den Feldmesser ist hieraus diese.

Daß er solche Messungen, wobey die Magnetnadel gebraucht wird, so viel als möglich in kurzer Zeit verrichte, damit man während dieser Zeit, wenigstens keine merkliche Veränderung der Magnetnadel zu befürchten habe.

Ich kan daher diejenige Messungsart, wo man das Meßtischgen bloß nach der Magnetnadel richtet, und davon ich in der Folge etwas reden werde, nicht billigen, als bloß in solchen Fällen, wo die Messung keine lange Zeit dauert. Eine solche

Messungsart ist daher bey der topographischen Aufnahme eines ganzen Landes, die oft viele Jahre dauert, nicht mit großer Zuverläßigkeit zu gebrauchen. Es giebt aber, ausser der erwähnten Ursache, noch verschiedene andere, warum ich nie zu einer solchen Messungsart rathen wolte.

Gebrauch der Magnetnadeln auf dem Meßtische.

§. 121. Um auf dem Meßtischgen die Richtung der Magnetnadel, mithin auch, wenn man will, eine Mittagslinie angeben zu können, so pflegt man auf dem Diopterliniale Fig. LXVIII. LXIX., ein länglicht viereckigtes Kästgen hg anzubringen, worinnen sich eine Magnetnadel auf ihrem Stifte herumdrehet. Das Kästgen wird mit einem Glasdeckel versehen, damit die Nadel keinen Schaden leide. Auf dem Boden des Kästgens ist, parallel mit der Schärfe ik des Diopterlinials, eine gerade Linie gezogen, damit, wenn die Magnetnadel über dieser Linie stehet, längst ik auf dem Meßtischgen eine gerade Linie gezogen werden könne, die mit der Richtung der Magnetnadel gleichlaufend ist.

Der weitere Gebrauch hievon wird sich in der Folge zeigen.

Kurze

urze Theorie geometrischer Werkzeuge mit Spiegeln.

§. 122. Alle die bisher beschriebenen Werkge, Winkel zu messen, erfordern Stative, wor- man sie setzt, und ihnen die gehörigen Bewegen giebt: Nun können aber in der Feldmeßst oft Fälle vorkommen, wo man gar kein Stas gebrauchen kan. Z. E. wegen Mangel und bequemlichkeit des Platzes, wenn man sich f einem Thurme befände, wo man mit einem tative nicht nahe genug ans Fenster kommen nte, oder das Fenster nicht weit genug wäre, r viele Winkel am Horizonte herum, messen zu nnen, u. s. w. In diesen und ähnlichen Fällen sten solche geometrische Werkzeuge, wobey man piegel anbringt, oft sehr gute Dienste. Ich ill hier das Wesentlichste eines solchen Winkelessers kürzlich beschreiben.

I) Es sey AB Fig. LXXV. Tab. VII der Rand des Werkzeugs, auf dem sich ein aus dem Mittelunkte c gezogener Viertelszirkel oder Quadrant a befindet, der also am Mittelpunkte c einem Winkel oca = 90° zugehört.

II) Den Bogen oa theile man aber, nicht wie gewöhnlich in 90°, sondern in 180 gleiche Theile, aus einer Ursache, die sobald erhellen wird. Bey o sey der Anfang der Theilung. Die Abtheilungen auf oa mögen aber bloß durch Punkte ange-

geben seyn, wenn man keinen Vernier, sondern bloß die Micrometerschraube gebrauchen will.

III) Um den Mittelpunkt c sey die Alhidadenregel P beweglich, beynahe auf eine ähnliche Art, wie im vorhergehenden bey Beschreibung des Winkelmessers §. 99 gelehret worden, auch sey sie mit einem Alhidadenhalter und einer Micrometerschraube versehen. Diese beyden letztern Stücke habe ich hier in der Figur weggelassen, um Verwirrung zu vermeiden.

IV) Am Ende der Alhidadenregel ist eine viereckigte Oeffnung oder ein so genanntes Fenstergen angebracht, in welchem nach der Richtung des Halbmessers ein zarter Silberfaden fn ausgespannt ist, der bey Herumdrehung der Alhidadenregel über den Abtheilungen des Randes wegstreicht, und solchergestalt die Grade abschneidet. Befindet sich dieser Faden zwischen zweenen Theilpunkten des Randes, so kan man seinen Abstand von dem nächsten Theilpunkte, vermittelst der Micrometerschraube, finden, nach §. 101. Diesen Faden fn werde ich den Index der Alhidadenregel nennen.

V. Um den Mittelpunkt ist aber noch eine andere Regel LM beweglich, auf der, parallel mit ihr, ein Fernrohr angebracht ist. Auch muß eine Vorrichtung angebracht seyn, vermittelst der sich die Regel LN in jeder Lage an den Rand AB festhalten läßt.

VI)

VI) Senkrecht auf die Ebene der Regel LM, bey p ein kleiner ebener Spiegel befestiget, der ne polirte Fläche il dem Objectivglasse des Fern- rs zukehrt. Die Stellung dieses Spiegels ß aber so beschaffen seyn, daß ein Strahl, der s dem Mittelpunkte c nach der Richtung cp auf Spiegel fiele, nach der Richtung pk, nemlich rallel mit der Axe des Fernrohrs reflektiret wür-

Es darf daher der Spiegel il nicht senkrecht f der Axe des Fernrohrs kp stehen, sondern muß t ihr einen gewissen Winkel kpi machen, den nachher bestimmen werde.

Ferner muß der Spiegel il nicht so groß seyn, ß er alle Strahlen aufhält, die von einem ge- issen Gegenstande auf das Objectivglas wr des ernrohrs fallen würden, sondern es muß so viel aum übrig bleiben, daß bey dem Spiegel vor- ey, auch noch einige Strahlen, auf das Objektiv- laß fallen können.

Man kan daher dem Spiegel eine solche Breite geben, daß er etwa $\frac{2}{3}$ von denen Strahlen, die uf das Objectivglas wr fallen würden, aufhält, ie übrigen aber bey sich vorbeystreichen, und auf as Objectivglas fallen läst, damit man auch urch das Fernrohr das Objeckt noch sehen könne.

VII) Ferner ist auch senkrecht auf die Alhida- denregel ein zweiter Spiegel ed angebracht, dessen Richtung ed durch den Mittelpunkt c des Werk-

zeugs gehet, seine polirte Fläche dem Spiegel il zukehret, und eine solche Stellung haben muß, daß, wenn die beyden Regeln ML, P, einen rechten Winkel mit einander machen, ed und il ohngefähr parallel sind.

VIII) Die Spiegel selbst können blos von Glas seyn, noch besser ist es aber wenn sie von Metall sind, wegen der doppelten Bilder, die gläserne Spiegel verursachen.

IX) Endlich ist im Brennpunkte des Fernrohrs ein eben geschliffenes Glas angebracht, worauf zwo, sich in der Axe des Fernrohrs senkrecht durchschneidende Linien, eingerissen sind, von denen die eine auf der Ebene der Regel LM senkrecht stehen muß, nach §. 104.

Dies ist im Ganzen die Beschreibung der wesentlichsten Stücke eines solchen Werkzeugs mit Spiegeln, die übrigen einzeln Vorrichtungen, mögen dem Mechanico überlassen seyn. Ich will itzo kürzlich den Gebrauch und die Vortheile des bisher beschriebenen Werkzeugs zeigen. Vorher überlege man aber folgendes.

Bilder im Brennpunkte des Objektivs.

§. 123. 1. Es sey Fig. LXXVI wr das Objectivglas des Fernrohrs und mk dessen Axe. il der sich vor dem Objectiv befindende, und ed der

auf

f der Alhidadenregel P (§. 122 VI. VII) beſe-
gte Spiegel.

2. Das Fernrohr km ſey nach einem ſehr ent-
genen Gegenſtande z. E. nach der Spitze eines
hr entfernten Thurms gerichtet, ſo kan man die
trahlen Qc, Qv, die von demſelben auf die
orderfläche des Spiegels ed, und des Objek-
oglaßes wr fallen ohne merklichen Fehler als
arallel anſehen.

3. Die Strahlen Qv die ſolchergeſtalt bey dem
Spiegel il vorbey, mit der Axe des Fernrohrs
:k parallel, auf das Objectiv wr fallen, wer-
en daſelbſt nach der Richtung vμ gebrochen, und
ereinigen ſich in der Axe in einem Punkte μ, wel-
her das Bild des entlegenen Objekts ſeyn wird.
Dieſes Bild μ werde ich das dioptriſche Bild
des entlegenen Gegenſtandes nennen.

4. Die mit mk parallelen Strahlen Qc, die
aber bey c unter dem Winkel Qcd auf den Spie-
gel ed fallen werden nach den bekanten Geſetzen
der Katoptrik, unter eben dem Winkel ecp, nach
der Richtung cp auf den Spiegel il zurückgeſandt,
und fallen unter dem Winkel cpl auf den Spiegel
il, von da werden ſie durch eine abermahlige Re-
flexion unter dem Winkel qpi = cpl, nach der
Richtung pq auf das Objektivglas wr geworfen.
Dieſe mit pq parallellen Strahlen, werden hierauf
von dem Objektivglaſe gebrochen, und in einen
Punkt

Punkt π hinter dem Glase vereinigt, dergestalt daß bey π abermahls des entlegenen Gegenstandes Bild entstehen wird. Um den Ort dieses Bildes, oder den Vereinigungspunkt π zu finden, so ziehe man durchs Mittel des Objektivglasses m, mit dem einfallenden Strahle pq eine Linie $m\pi$ parallel, und mache $m\pi = m\mu$ (3) so wird π der Vereinigungspunkt der mit pq parallelen Strahlen seyn (*). Dieses Bild π entstehet also von Strahlen, die erst von den Spiegeln reflektirt und dann von dem Glaße wr gebrochen werden, daher nenne ich π das Katoptrischdioptrische Bild des Gegenstandes Q.

5. Das Auge bey k, würde also hier durchs Ocularglas, in dem Fernrohre zwey Bilder μ, π sehen; das erstere μ welches von Strahlen Qv herrühret die gerade zu, aufs Objektiv fallen, das zweite π, welches von den reflektirten Strahlen entstehet.

6. Ich suche nun den Winkel $\pi m\mu$, den die beyden Bilder π, μ, am Mittelpunkte m des Objektivglases mit einander machen.

7. Aufl. Man ziehe durch c mit dem Spiegel il die parallele Linie cg, so ist der Winkel ecg = dem Winkel unter welchen sich die verlängerten Richtungen ed, il, der beyden Spiegel durchschneiden würden. Man setze den Winkel ecg

*) S. H. Hofr. Kästners Dioptrik. 35. 36. 37

$= y$, den Winkel Qcd oder ecp, unter welchem mit der Axe des Fernrohrs parallelen Strahl Qc auf den Spiegel ed fallen $= x$; endlich Winkel ipm, den die verlängerte Axe des rnrohrs mit dem Spiegel il macht $= \alpha$, so d

8. Weil cg parallel mit il ist

$gcp = cpl$; aber

$gcp = ecp - ecg = x - y$ (7)

o $cpl = x - y$

9. Wegen der Reflexion ist aber $ipq = cpl$

ithin auch $ipq = x - y$

10. Folglich $qpm = ipm - ipq = \alpha - x + y$

11. Aber weil $m\pi$ mit pq parallel gezogen orden ist, so ist $\pi m\mu = qpm$, daher

$\pi m\mu = \alpha - x + y$

12. Ferner ist wenn man Qc verlängert, der Winkel $gcf = ipm$, weil cf mit pm und cg mit i parallel ist.

13. Folglich $gce + ecf = \alpha$; aber $gce = y$, nd Qcd als Scheitelwinkel $= ecf$, auch Qcd $= ecp = x$

Mithin $\alpha = x + y$

14. Diesen Werth in (11) statt α gesetzt giebt

$\pi m\mu = 2 . y = 2 . ecg$

das

das will sagen, der Winkel $\pi m \mu$ ist zweymahl so groß als derjenige, unter welchem sich die verlängerten Richtungen der beyden Spiegel durchschneiden.

15. Wenn $\pi m \mu = o$ seyn soll, das heist, wenn die beyden Bilder π, μ, in dem Fernrohre zusammenfallen, oder sich decken sollen, so muß auch $y = o$ seyn; die Richtungen ed, il, werden also in diesem Falle mit einander parallel seyn, weil der Winkel y unter dem sie sich schneiden $= o$ ist.

16. Dies giebt also ein leichtes Mittel die beyden Spiegel ed, il in eine parallele Lage zu bringen.

Man richte die Axe des Fernrohrs nach einem sehr weit entlegenen Gegenstande, bis das dioptrische Bild des Gegenstandes in dem Durchschnittspunkte der beyden Linien erscheinet, die auf dem Planglaße eingerissen sind, welches in dem Brennpunkte des Objektivglasses befindlich ist §. 122. IX Hierauf wende man die Alhidadenregel P so lange herum bis erst beyläufig auch das katoptrischdioptrische Bild des Gegenstandes in dem Fernrohre erscheinet, befestige hierauf die Alhidadenregel P an den Rand, und drehe dann die Micrometerschraube herum, so wird man dadurch dem Spiegel ed eine sanfte Bewegung geben, und das katoptrischdioptrische Bild völlig genau an das dioptrische brin-

gen können. In dem Augenblicke, da sich e beyden Bilder decken, höre man auf zu auben, und die beyden Spiegel ed, il, wer- parallel seyn (15).

17. Da nach §. 122 VII von dem Mechanico Einrichtung so gemacht seyn muß, daß, wenn n die beyden Regeln LM, P, ohngefähr in ei- rechten Winkel bringt, auch die Spiegel ed, beynahe eine parallelle Lage erhalten, so kan n gleich anfangs ehe man die Operation (16) nimt, die beyden Regeln LM und P in einen hten Winkel stellen, so wird man alsdann die hidadenregel P wenigstens nicht sehr viel ver- ken dürfen, um das katoptrischdioptrische Bild Fernrohr zu bringen.

18. Man kan auch um die Spiegel ed, il pa- lel zu stellen, die Alhidadenregel P an den and befestigen, und dann die Regel LM herum- nden, bis die beyden Bilder in dem Fernrohre sammenfallen.

19. Anmerk. Das Auge bey k siehet eigent- h das katoptrischdioptrische Bild π Fig. LXXVI cht eher, bis π innerhalb der Röhre des Fern- hrs fällt. Denn obgleich das Bild π, wegen r Reflexion der Spiegel allemahl entstehet, so n doch der Winkel $\pi m \mu$ so groß seyn, daß π ußerhalb der Röhre des Fernrohrs fällt, und lso dem Auge k vor dem Ocularglase unsichtbar ist.

ist. Also siehet man eigentlich in dem Fernrohre beyde Bilder zugleich nicht eher, als bis man die beyden Spiegel il, ed, in eine Lage gebracht hat, die der parallelen nahe kömt; denn alsdann wird in der Formel (14) der Winkel y, folglich auch $\pi m \mu$ klein, so daß π innerhalb der Röhre des Fernrohrs fallen kan.

Diese Erläuterung hielte ich noch für nöthig, hie beyzubringen.

20. Es wird gut seyn, vermittelst eines sehr weit entlegenen Objekts ein für allemahl genau die Stellen auf dem eingetheilten Rande BA Fig. LXXV zu bestimmen, an die man in jedem Falle die Alhidadenregel und die Regel des Fernrohrs LM bringen muß, um sogleich die parallele Lage der Spiegel zu erhalten.

Diese Stellen zu bestimmen kan man so verfahren.

21. Man bringe den ausgespannten Faden In der Alhidadenregel P genau über den Punkt o wo sich auf dem Rande BA die Abtheilungen anfangen, befestige die Alhidadenregel in dieser Lage, und bringe dann die Regel des Fernrohrs LM mit P ohngefähr in einen rechten Winkel, so sind beynahe die beyden Spiegel parallel (17).

Um aber die völlig genaue parallele Lage zu erhalten, so richte man das Werkzeug, wie hier die

figur ausweiset, nach dem entlegenen Objecte
wende und drehe hierauf sowohl das ganze
kzeug als auch die Regel LM, so lan-
bis in dem Fernrohre beyde Bilder des
ekts Q erscheinen, und sich in der Axe des
nrohres, oder in dem Durchschnitte der beyden
uzlinien (§. 122. IX.) decken. Sobald dieses
hiehet, befestige man die Regel des Fernrohrs
, und beyde Spiegel ed, il, werden genau
einander parallel seyn (15. 16).

2. Hierauf reisse man bey v längst der Schärfe
Regel LM genau eine zarte Linie in den einge-
lten Rand, so hat man auf dem Rande ein
allemal die beyden Stellen o, v, an die man
smahl den Faden fn der Alhidadenregel, und
Schärfe LM der Regel des Fernrohrs bringen
f, um sogleich die parallele Lage der beyden
iegel ed, il, zu bekommen.

Wie man vermittelst des Werkzeugs Fig. LXXV. einen Winkel messen könne?

§. 124. 1. Gesetzt Q, R seyen auf dem
lde ein Paar sehr weit entlegene Objekte, de-
n Winkel QcR am Mittelpunkte des Werkzeugs
an finden wolte.

2. Um dieses zu leisten, bringe man vorher
yde Spiegel ed, il, in eine parallele Lage;
imlich den Faden fn der Alhidadenregel bringe

man genau über den Punkt o der Eintheilung, die Regel LM aber an den Punkt v, so ist ed mit il parallel (§. 123. 22).

3. Hierauf halte man bey g das Werkzeug mit der linken Hand, und wende das ganze Werkzeug so lange herum, bis das Fernrohr genau nach dem Objekte Q hingerichtet ist, und Q in der Axe des Fernrohrs erscheinet.

4. Dieses Bild von Q, welches das Auge im Fernrohre siehet, ist eigentlich ein doppeltes Bild; weil die beyden Spiegel ed, il, parallel sind, und bey dieser Lage der Spiegel eines entlegenen Objekts, dioptrisches und katoptrisch-dioptrisches Bild in der Axe des Fernrohrs sich decken, oder zusammenfallen, und folglich im Grunde nur ein Bild ausmachen. (§. 123. 15)

5. Man löse nun die Alhidadenregel P. So bald man diese anfängt herumzudrehen, so wird das Katoptrisch-dioptrische Bild des Objekts Q, das dioptrische im Fernrohre verlassen, weil die Spiegel aus ihrer paralleten Lage kommen, und man wird bey fernerer Herumwendung der Alhidadenregel, blos das dioptrische Bild von Q, im Fernrohre behalten.

6. Man halte also bey g das Werkzeug so viel als möglich unverrückt, damit man des Objekts Q dioptrisches Bild nicht aus dem Fernrohre verliere, und wende die Alhidadenregel so lange herum, bis

man das Katoptrischdioptrische Bild des Ge-
standes R ins Fernrohr bekömt: Dieses wird
hehen, wenn der Spiegel ed eine solche Lage
ömt, daß die Strahlen Rc die von R auf den
iegel ed fallen, von ihm zurück, auf den Spie-
il, und von da ferner ins Fernrohr geworfen
den können.

7. So hat man alsdann zwey Bilder im Fern-
re, das Dioptrische von dem Gegenstande Q,
h welchem das Fernrohr gerichtet ist, und das
toptrischdioptrische von R.

8. Sobald man nun das Bild von R nur erst
läufig im Fernrohre hat, so befestige man die
hidadenregel f an den Rand, und drehe die
icrometerschraube herum, so wird diese dem
piegel ed eine sanfte Bewegung ertheilen, und
n wird machen können, daß beyde Bilder von
und R, sich genau in der Axe des Fernrohrs
cken. In dem Augenblicke, da auf diese Art
yde Bilder zusammentreffen, höre man auf zu
rauben.

9. Dann untersuche man, um wie viel Theile
s Randes sich der Index fu der Alhidadenregel,
n seiner erstern Stelle (2) wo er nämlich über
stand, entfernt hat. Gesetzt der Index fu habe
f dem Rande, den Bogen oh z. E. 20 Theile
s Randes durchlaufen, so wird der Winkel QcR
er beyden Objekte = 20° seyn. Stünde fu zwi-

schen zweenen Theilpunkten des Randes z. E. zwischen den 20ten und 21ten, so muß man dessen Abstand von dem 20ten vermittelst der Micrometerschraube finden §. 101.

10. Auf solche Art wird also mit dem bisher beschriebenen Werkzeuge auf dem Felde ein Winkel gemessen; der Beweiß des gewiesenen Verfahrens ist aber folgender

11. Bew. I) Nachdem man vermittelst des Verfahrens (2) beyde Spiegel ed, il Fig LXXVII in eine parallele Lage gebracht hat, so würden sowohl das dioptrische als katoptrischdioptrische Bild des Objekts Q bey μ in der Axe des Fernrohrs zusammentreffen, und die Axe des Fernrohrs $m\mu$, würde mit Qc parallel seyn, weil ich den Gegenstand Q sehr weit entfernt annehme. Daß aber bey μ nicht zugleich des Objekts R Bild seyn könne, erhellet daraus, weil wegen der ungleichen Winkel Rcd, ecp, der auf den Spiegel ed fallende Strahl Rc, nicht nach der Richtung cp, und folglich auch nicht nach der Richtung $pm\mu$ ins Fernrohr reflecktiret werden kan. Den cp ist der reflecktirte Strahl von Qc, daher der Winkel Qcd = ecp. aber Rcd < Qcd also auch Rcd < ecp. d. h. cp kan nicht der reflecktirte Strahl von Rc seyn.

II) Da also bey der jetzigen parallelen Lage der beyden Spiegel, der einfallende Strahl Rc nicht nach cp, und folglich nach $p\mu$ reflecktirt werden kan,

, so muß man offenbar die Lage des Spiegels
verändern, wenn der Gegenstand R, nach den
htungen Rcpμ ins Fernrohr reflecktirt wer
soll.

III) Man halbire den Winkel pcR vermittelst
Linie cγ, und setze auf cγ eine Perpendiculär-
e εδ, so wird εδ die Lage des Spiegels ed seyn
ssen, wenn der einfallende Strahl Rc nach der
chtung cp, und folglich nach pμ ins Fernrohr
nmen soll. Denn wegen pcγ = γcR ist auch
δ = εcp, oder der Einfallswinkel dem Refle-
nswinkel gleich, folglich wenn itzt Rc auf den
piegel εδ fällt, so wird er nach der Richtung
zurückgeworfen, und von da nach pμ ins Fern-
r gesandt, wo er bey μ, in der Axe desselben,
s Objekts R katoptrischdioptrisches Bild machen
rd.

IV) Das Auge bey k wird alsdann, in dem
rnrohre, bey μ der beyden Objekte Q, R, Bil-
r sich decken sehen; denn bey μ ist auch das
optrische Bild des Objekts Q, weil die Axe des
nrohrs nach Q hingerichtet ist.

V) Ich suche nun den Winkel dcδ oder ecε,
n welchen man den Spiegel ed aus seiner mit
parallelen Lage hat herausbringen müssen, um
s Gegenstandes R katoptrischdioptrisches Bild, in
e nach dem Objekte Q hingerichtete Axe des Fern-
hrs zu bringen.

VI) Diesen Winkel dcd finde ich so:

Es ist

$$Qcd = pce \quad (I)$$

oder $QcR + Rcd = pcs + sce$

VII) Auch ist $Rcd = pcs$ (III) oder

$$Rcd + dcd = pcs$$

VIII) Diesen Werth von pcs substituire man in die Gleichung (VI) so wird

IX) $QR = dcd + sce$ aber $dcd = sce$ also

$$QcR = 2 . sce \text{ oder}$$

$$sce = \tfrac{1}{2} QcR$$

das will sagen, der Winkel um den man die Lage des Spiegels ed hat verändern müssen, beträgt genau die Hälfte des Winkels QcR den die Objekte Q, R am Punkte c, welcher in Fig. LXXV zugleich des Werkzeugs Mittelpunkt ist, mit einander machen.

X) Nun befindet sich der Spiegel ed auf der Alhidadenregel l'; folglich verändert sich die Stellung des Spiegels ed, um eben den Winkel, um den man die Alhidadenregel herum drehet. Es ist also der Bogen oh auf dem Rande das Maaß des Winkels och, um den die Alhidadenregel herumgedrehet, und des Spiegels ed Lage verändert worden ist. Folglich ist des Bogens oh

) das Maaß des halben Winkels QcK dessen
össe man finden wolte. (IX)

XI) Wäre nun auf dem Werkzeuge Fig. LXXV
Quadrant oa wie gewöhnlich in seine 90° ge-
lt, so würde man allemal den Bogen oh dop-
nehmen müssen, um des auszumessenden
nkels QcK Maaß zu bekommen. Um sich
e Arbeit zu ersparen, theilet man den Qua-
nten nicht in 90 sondern in 180 gleiche Theile,
alsdann jeder Theil eigentlich einen halben Gr.
eutet. Der auszumessende Winkel QcK hält
dann so viele würkliche Grade, so viel halbe
ade, oder Theile auf den Bogen oh gehen.

Und so zeigt also das bisherige den Grund,
rum man den Quadranten in 180 Theile thei-
§. 122. II. Den Halbmesser des Quadranten kan
n etwa 8 Zoll lang nehmen, und dann fallen die
eile auf dem Rande doch noch ziemlich groß aus.

Wegen der Micrometerschraube nun ist noch
gendes zu erinnern.

Wenn ihre Schraubengänge so beschaffen wä-
, daß 6 Revolutionen, den Faden fn an der
hidadenregel um einen Theil des Randes, also
gentlich um einen halben Grad fortschöben, so
men auf eine Revolution 5′ und auf $\frac{1}{10}$ Revolut.
Minute. Wenn nun z E. der Faden fn zwi-
en den 20ten und 21ten Theil des Randes stünde,

so wende man die Micrometerschraube herum, bis der Faden auf den 20ten Theilpunkt fortgerückt ist, und zähle ihre Umwendungen.

Gesetzt man habe sie $3\frac{1}{10}$ mahl herum wenden müssen, so würde der eigentliche Abstand des Fadens von dem 20ten Theilpunkte $= 3\frac{1}{10} \times 5'$ also $15\frac{1}{2}'$ gewesen seyn; bey Ausmessung des Winkels QcR muß man aber allemal das doppelte hievon nehmen, weil wenn sich der Faden fn auf dem Rande um einen gewissen Winkel verschiebt, sich der Winkel QcR um doppelt so viel verändert. Wenn man also bey dem Verfahren (9) den Abstand des Fadens fn von dem 20 Theilstriche des Randes $= 3\frac{1}{10}$ Revolut. gefunden hätte, so wäre der auszumessende Winkel QcR nicht $20° + 15\frac{1}{2}'$ sondern $20° 31'$

Bestimmung des Winkels ipl Fig LXXV den die Axe des Fernrohrs kfp mit dem Spiegel il muß, damit ein Strahl der nach der Richtung ifp auf il fiele, von dem Spiegel il nach dem Mittelpunkte c reflecktirt würde.

§. 122. VI.

§. 125. Es muß also der Winkel ipl = lpc seyn, nach den Gesetzen der Katoptrick.

Nun ipl + lpc + cpl oder 2. ipl + fpc = 180°

daher $ipl = \frac{180° - fpc}{2} = 90° - \frac{1}{2}\ fpc.$

Nun

Perpendickel cf, so kan man in dem rechtwink-
tem Dreyecke cpf, aus den gegebenen cp, cf,
Winkel cpf berechnen, und es ist für den Si-
s totus = 1

$$\text{sin spc} = \frac{cf}{cp}.$$

und cp sind aber Grössen die man messen kan;
t man solchergestalt den Winkel spc so hat man
ch den Wiukel ipf = 90° — ½ spc.

Anmerkungen über das bisherige.

§. 126. 1) Da das wesentliche bey Ausmes-
ng eines Winkels mit diesem Werkzeuge nur
rauf ankömt, das katoptrischdioptrische Bild
s einen Objekts R, und das dioptrische des Ob-
ckts Q beyde genau in die Axe des Fernrohrs zu
ringen (§. 124 8) und dieses geschehen kan,
enn man bloß das Werkzeug bey g mit der lin-
en Hand hält, mit der rechten aber die Alhida-
enregel P herumführet, so erhellet, daß ein Sta-
iv bey einem solchen Werkzeuge mit Spiegeln,
ntbehrlich sey. Und dieses ist Ursache warum
nan auch solche Werkzeuge auf Schiffen braucht,
o Stative wegen der schwankenden Bewegung
es Schiffes, ganz unnütz sind.

Daher können also solche Werkzeuge auch auf
em lande mit Vortheil gebraucht werden, wo sich

wegen der Unbequemlichkeit des Platzes u. s. w. keine Stative hinsetzen lassen.

11) Ein anderer Vortheil ist, daß sich mit einem bloßen Quadranten an einem solchen Instrumente, Winkel bis auf 180° messen lassen, weil man den Spiegel ed, oder die Alhidadenregel P nur um 90° verrücken darf, wenn gleich der auszumessende Winkel QcK = 180° wäre.

So gebraucht man in der Astronomie, und Schiffart sogenannte Octanten, Sextanten u. s. w. oder bloß Bogen von 45°, 60°, um Winkel bis auf 90°, 120° zu messen. Man s. *Bouguer traité de la Navigation.*

Man kan aber auch ohne Spiegel zu gebrauchen, mit einem kleinen Bogen große Winkel messen; dergleichen Methode ist in Longomontans *Astronom. Danic. sphaeric. Lib. II. cap.* 7. (*Amstel.* 1640) angegeben, wo gezeigt wird wie man mit einem bloßen Sextanten einen Winkel von 150° messen könne.

Man sehe auch von diesem Verfahren in *Petr. Horrebowii Op. math.* (*Havniae* 1741) *Tom. III.* §. 253.

Zu geodätischen Messungen hat auch Herr Brander ein Werkzeug mit Spiegeln angegeben, dessen Einrichtung man aus seiner Beschreibung

eines

hen kan.

Schluß dieses Kapitels.

§. 127. Das bisherige mag zureichen, Anfängern von den Einrichtungen neuerer geometrischer Werkzeuge Begriffe zu geben, und wer das bisherige wohl verstanden hat, der wird mit leichter Mühe sich in solche Werkzeuge finden können, die etwa von verschiedenen Künstlern angegeben werden.

Ich habe so viel mir möglich war, die einzeln Theile geometrischer Werkzeuge deutlich darzustellen gesucht, da die Kenntniß derselben zur Erleichterung der Ausübung und der mit diesen Instrumenten vorzunehmenden Operationen, unumgänglich nothwendig ist.

In sehr vielen, ja fast in den meisten Anleitungen zur practischen Feldmeßkunst vermisset man fast gänzlich die Beschreibung der Werkzeuge, deren sich die Verfasser bedienen. Es ist auch kein Wunder, wenn sie solche weglassen da die Beschreibung eines Instruments gar nicht unter die angenehmsten Beschäftigungen zu rechnen ist. Allein aus solchen Büchern wird ein Anfänger auch nie eine erträgliche Einsicht in die Ausübung erlangen.

Aeltere Werkzeuge deren man sich zu geodätischen Arbeiten sonst bedienet hat, findet man in Leupolds oft angeführten Th. Machinarum. Bions math. Werkschule ꝛc. Dergleichen sind z. E. der Jacobsstab, das geometrische Quadrat, *Kircheri Pantometrum*, Leonhard Züblers Instrument zum Grundlegen einer Landschaft, Kimplers Instrument, Züblers Scheibeninstrument u. a. m. Man bedienet sich aber dieser Werkzeuge heut zu Tage nicht mehr, und können auch wenigstens zu beträchtlichen Messungen, nicht mit Zuverläßigkeit gebraucht werden.

Noch muß ich eines Werkzeugs erwähnen, welches Hr. Mech. Brander erfunden hat, und zu geometrischen Messungen gebraucht werden kan. Er nennt es einen dioptrischen Secktor, und man findet die Beschreibung davon in Hrn. Lamberts Anmerk. über die Branderschen Glasmicrometer. Augsp. 1769.

Auch in Hrn. Helfenzrieders Geodäsie kommen noch unterschiedene geometrische Instrumente vor, die in solchen Fällen mit Nutzen zu gebrauchen sind, wo keine große Genauigkeit nöthig ist, oder verlangt wird.

Endlich findet man in den Abh. d. Churf. Bayerischen Acad. d. Wissens. 1. Band. II. Th. p. 113. noch einen Winkelmesser von Herrn

von

von Osterwald beschrieben, welches Werkzeug ebenfalls zum geographischen Landmessen mit Vortheil gebraucht werden kan. Nach meiner Meinung ist aber dieses Instrument etwas zusammengesetzt, und die Verfertigung desselben, erfordert einen geschickten und sorgfältigen Mechanicum, wenn sich die Winkel bis auf 5 Sekunden, wie am angef. Orte versprochen wird, genau damit sollen messen lassen. Es werden nämlich die kleinern Abtheilungen vermittelst Schraubenmicrometer bestimmt, die in feine Schraubengewinde eingreifen, welche an dem Umfange der runden Platte, worauf sich die Abtheilungen des Randes befinden, eingeschnitten sind; diese Schraubengewinde durch den ganzen Umfang der Platte, durchaus von gleicher Weite zumachen, halte ich, soviel mir von mechanischen Arbeiten bekant ist, nicht für gar zu leicht. — Dieses Werkzeug dienet auch besonders an solchen Orten, wo sich keine Stative bequem anbringen lassen.

VIII. Kapitel.

Von Ausmessung der Winkel auf dem Felde besonders mit dem Meßtischgen, dem Astrolabio, der Boussole, u. s. w. nebst denen dabey nöthigen Bemerkungen.

---

§. 128.

Aufgabe.

Die Grösse eines vorgegebenen Winkels auf dem Meßtischgen zu bestimmen.

Auf l.

1) Es sey Tab. VII. Fig. LXXVIII. C ein Punkt auf dem Felde, durch welchen man sich eine Horizontalfläche gelegt vorstelle. P und Q seyen ein paar Punkte oder Objekte, die nach Gefallen über der Horizontalfläche erhaben sind. Nun gedenke man sich durch P, Q ein paar Verticallinien Pp, Qq, die bey p, q in die Horizontalfläche eintreffen, und nach p, q die Linien Cp, Cq, hingezogen, so werden die beyden Linien Cp, Cq, Horizontallinien seyn, und der Winkel pCq, wird der Neigungswinkel seyn, den ein Paar Verticalflächen PpC, QqC, durch den Punkt C und die Objekte, P, Q gelegt, mit einander machen.

Man

einen Winkel angeben, der dem Horizontalwinkel pCq gleich ist.

II) Um dieses zu leisten bringe man das Meßtischgen Fig. LIV über den Punkt C Fig. LXXVIII eröfne die Beine des Stativs so weit, bis das Meßtischgen eine bequeme Höhe über dem Horizont hat, und gebe dem Tischblatt A, in dem man es in der Nuß herumwendet, und die Schrauben y, y, y zu Hülfe nimt (§. 108. 6) vermittelst einer darauf gesetzten Wasserwaage (§. 113) eine genaue horizontale Stellung.

III) Es stelle also das Viereck abgd Fig. LXXVIII das Meßtischgen vor, so wie es horizontal, über dem Punkte C stehet, dann wird die Ebene des Tischgens abgd mit der Horizontalfläche pCq parallel seyn.

IV) Man nehme auf dem Meßtischgen einen Punkt h an, der lothrecht über C liegt. Um dieses zu bewerkstelligen bedienet man sich sehr bequem einer sogenannten Gabel Fig. LXXIX. Diese Vorrichtung bestehet aus zweenen Armen, oder hölzernen Stäben rs, tv, die durch den Querleisten sv mit einander verbunden sind, und so die Gestalt einer Gabel bilden. Die Längen rs, tv, mögen etwa die halbe Breite des Meßtischgens betragen; am Ende des untern Armes vt, wird ein Faden mit einem Lothe herabgehänget.

get. Will man nun auf dem Meßtischgen den Punkt h finden, der vertical über C liegt, so schiebt man diese Gabel an das Meßtischgen, bewegt sie hin und her, so daß rs die obere Fläche des Tischblatts, und tv die untere Fläche desselben beschreibt, und giebt ihr eine solche Lage, daß das an dem Arme vt befindliche Loth, gerade über den Punkt hängt, so wird der Endpunkt r des Schenkels sr auf dem Meßtischgen den Punkt h bestimmen der vertical über C liegt.

V) In diesen Punkt h schlägt man eine sehr subtile Nehnadel ein, und legt die Schärfe ik des Fig. LXVIII und §. 111. 1. beschriebenen Dioptrelinials an diese Nadel.

VI) Visiret alsdann durchs Ocular diopter, wendet und drehet das angelegte Diopterlinial so lange um die Nadel herum, bis z. E. das Objekt gerade hinter dem im Objektivdiopter ausgespanten Verticalfaden erscheinet, und ziehet hierauf längst der an der Nadel liegenden Schärfe des Linials, mit einem wohl zugespitzten Bleystift eine gerade Linie her. Während daß dieses geschiehet muß man die Regel in unverrückter Lage erhalten, und sie daher so lange etwas andrücken. Noch besser ist es wenn man von einem Gehülfen die Linie ziehen läst, so kan man unterdessen immer das Auge vor der Ocular diopter behalten, nach dem Objekte P visiren, und so die Regel desto sicherer in unverrückter Lage erhalten.

VII)

durch den Punkt h gezogene Linie, so wird hn in der Verticalfläche CpP liegen, die man sich durchs Objekt P, und den Punkt C einbildet. Denn der Punkt h auf dem Meßtischgen liegt vertical über C (IV) und folglich in der Verticalfläche CpP. Weil nun die Ebene des Meßtischgens horizontal gestellet worden, und der Schlitz im Oculardiopter nebst dem Faden des Objektivdiopters auf der Ebene des Diopterlinials, und folglich hier auf der horizontalen Ebene des Meßtischgens senkrecht stehen, so werden der Schlitz und der Faden beyde in einer Verticalfläche liegen, und zwar in der Verticalfläche hCpl' wenn die Dioptern nach dem Objekte l' hingerichtet sind. Solchergestalt ist also hn die Durchschnittslinie der Verticalfläche hCPp, mit der horizontalen Ebene des Meßtischgens, und hn muß mit Cp parallel seyn.

VIII) Sobald nun die Linie hn gezogen worden, so richtet man die Dioptern eben falls nach dem Objekte Q hin, und ziehet abermahls auf dem Meßtischgen, nach der Richtuug der an der Nadel liegenden Schärfe des Linials eine gerade Linie hc, so wird eben so hc in der Verticalfläche hCQq liegen, und hc wird parallel mit Cq seyn müssen.

IX) Während daß man aber die Dioptern nach Q hinrichtet, muß man wohl davor sorgen, daß das Meßtischgen sich nicht verrücke, und folglich

die zuerst gezogene Linie hn nicht aus ihrer wahren Richtung komme.

X) Solchergestalt erhält man also auf dem Meßtischgen einen Winkel nhc, dessen Schenkel hn, hc, sind mit den Schenkeln Cp, Cq, des Winkels pCq gleichlaufend, und daher muß nhc = pCq seyn. (S. Hrn. Hofr. Kästners Geometr. 46 Satz 2 Zus.)

Man hat also auf dem Meßtischgen den Horizontalwinkel nhc = pCq oder Neigungswinkel der beyden Verticalflächen CphP, CqhQ, welchen man finden wollte.

Zusatz.

§. 129. Gewöhnlich hat man beym Gebrauche des Meßtischgens blos die Absicht den Horizontalwinkel pCq auf dem Felde, zu Papiere zu bringen. Wolte man aber übrigens auch zugleich die wahre Grösse dieses Winkels pCq, in Graden und Minuten bestimmen, so müste man die Grösse des gefundenen Winkels nhc auf dem Meßtischgen, etwa vermittelst des geradelinigten Transporteurs §. 106. 16 ausfindig machen. Allein selten pflegt man diese Absicht bey dem Meßtischgen zu haben; wenn man den Winkel zu Papiere gebracht hat, so ist der Endzweck erfüllt, und will man den Winkel pCq in Graden und Minuten bestimmen, so ist zu dieser Absicht das Astrolabium sicherer zu gebrauchen.

Zusatz

Zusatz.

§. 130. Es pflegt meistens zu geschehen, daß auf dem Meßtischgen eine Linie hv, und ein Punkt h, in ihr schon gegeben ist, man soll den Winkel pCq, auf dem Meßtischgen verzeichnen, so daß der gegebene Punkt h die Spitze des Winkels, und die gegebene Linie hn den einen Schenkel desselben abgiebt: In diesem Falle verfähret man so:

Man bringt erstlich das Meßtischgen in eine horizontale Lage, und den gegebenen Punkt h, vertical über C nach §. 128 II. IV., und legt hierauf die Schärfe des Diopterlinials an die gegebene Linie hv sehr genau an.

Nun muß die Linie hv in die Vertica'fläche hCPp eingerichtet worden. Dieses geschiehet so:

Man löset an dem Meßtischgen die Schraube x Fig. LVI, so kan man nach (§. 108. 7) der Ebene des Tischblatts eine horizontale Wendung geben. Man lasse also an der vorgegebenen Linie hv das Diopterlinial unverrückt liegen, und wende das Tischblatt horizontal herum, bis das an die Linie hv angelegte Diopterlinial in eine solche Lage hn kömt, bey der der Faden des Objektivdioptersden Gegenstand P bedeckt. In dem Augenblicke da solchergestalt hv in die Lage hn kömt ziehe man die Schraube x wieder an.

Während daß aber dieses geschiehet, kan sehr leicht das Objekt P sich wieder etwas aus dem Faden des Objektivdiopters verrücken. Um also die genaue Stellung wieder zu erhalten, bediene man sich der Stellschraube ze Fig. LVIII. diese giebt bekantermaaßen dem Tischgen eine sanfte horizontale Bewegung (nach §. 108. 7.) und es wird sich daher vermittelst dieser Vorrichtung der Faden des Objektivdiopters wieder genau nach dem Objekte P hinrichten lassen.

Wenn nun auf diese Art die gegebene Linie hv durch Herumwendung des Meßtischgens genau in die Lage hn gebracht, also in die Verticalfläche hCPp eingerichtet worden, dann läst man die Ebene des Tischgens in unverrückter Lage, wendet das Diopterlinial herum, und richtet es nach dem Objekte Q, so kan man alsdann den andern Schenkel hc des Winkels auf dem Meßtischgen bestimmen. § 128. VIII. Und so ist also an die gegebene Linie hv, nachdem sie nämlich in die Richtung hn gebracht worden, und an den gegebenen Punkt h, ein Winkel nhc = pCq verzeichnet worden.

Anmerkung.

§. 131. 1) Es ist nothwendig, daß, wenn man mit dem Bleystift neben dem Diopterliniale herziehet, die gezogene Linie genau durch den Punkt h gehe. Den Bleystift muß man daher beständig geschärft halten, und mit ihm sehr genau

hau längst der an dem Punkt h liegenden Seite des Linials herfahren.

II) Anfängern, die noch nicht geübt sind, ist es freylich bequem, in den Punkt h eine Nadel einzustecken, und um sie das Diopterlinial herum zu wenden. Es ist aber besser und richtiger, wenn man sich gar keiner Nadel bedienet, sondern das Diopterlinial blos an den Punkt legt. Es wird freylich Ungeübten etwas schwer vorkommen, das Diopterlinial ohne eine eingesteckte Nadel, in eine solche Lage zu bringen, daß es sowohl nach dem Objekte hingerichtet ist, als auch daß die Schärfe desselben zu gleicher Zeit durch den Punkt h geht. Allein ich kan versichern, daß man durch wenige Uebung gar leicht hierin eine Fertigkeit erlangen kan. Ich pflege mich nie einer Nadel zu bedienen, um die ich das Diopterlinial drehe, und dennoch bringe ich dasselbe ohne den geringsten Zeitverlust, gar bald in die gehörige Lage.

Die Ursache, warum ich mich aber nicht gerne einer Nadel bediene, ist, weil die Dicke derselben oft ein Hinderniß abgiebt, daß die gezogene Linie nicht genau durch den wahren Punkt h gehet, sondern an ihm etwas vorbeystreicht, welches bey zusammengesetzten Messungen zu Fehlern Gelegenheit geben kan.

III) Es verstehet sich, daß unter dem bisher gebrauchten Worte Objekt, vielmehr nur ein

gewisser bestimmter Punkt desselben verstanden werden muß. Wären daher z. E. die Objekte P, Q ein paar Thürme, so muß man beym Feldmessen nicht gerade zu, bloß nach den Thürmen visiren, sondern vielmehr nach bestimten Punkten oder Linien z. E. nach den Spitzen derselben.

IV) Es geschiehet oft daß die Objekte P, Q sehr hoch oder tief liegen, dergestalt, daß man sie durch die Dioptern nicht sehen, folglich den Faden des Objektivdioptrers auch nicht in die Verticalflächen CpP, CqQ einrichten kan.

In diesem Falle muß man in die erwähnten Verticalflächen CpP, CqQ erst Stäbe einsetzen. Dann braucht man nur nach diesen die Dioptern hinzurichten. Es verstehet sich aber daß man alle Vorsichten gebrauchen müsse, die Meßstäbe genau in die Verticaiflächen einzusetzen, weil sonst auf dem Meßtischgen die Linien hn, hc, wenn sie nach den Stäben hinzielen, nicht zugleich in den Verticalflächen CpP, CqQ liegen würden.

V) Wenn man sich auf dem Meßtischgen der dioptrischen Regel Fig. LXIX bedienet, bey welcher die Visirlinie durch die Mitte des Linials gehet, so muß man Sorge tragen, beym Visiren nach verschiedenen Objekten, immer eine und dieselbe Schärfe des Linials an den Punkt, oder an die Nadel zu legen, weil sonst Fehler zu besorgen sind, wenn man bald eine bald die andere Seite

des

des Linials anlegte, und man nicht überzeugt wäre, daß beyde genau unter sich, und mit der Visirlinie, parallel laufen.

VI) Während daß man Fig. LXXVIII das Diopterlinial aus der Lage hn, in die Lage hc bringt, und die Linie hc ziehet, muß das Meßtischgen in unverrückter Lage erhalten werden, damit hn nicht aus ihrer Richtung komme. Nun kan es aber leicht geschehen, daß durch einen Zufall sich das Meßtischgen etwas verrücket. Um also, nachdem man hc gezogen hat, zu untersuchen, ob hn noch in ihrer gehörigen Richtung ist, so legt man das Diopterlinial wieder genau an die Linie hn; decket alsdann der Faden des Objektivdiopters noch genau den Gegenstand P, so hat sich das Tischgen nicht verrücket: erscheinet im Gegentheil das Objekt P nicht genau hinter dem Faden, so ist eine kleine Verrückung des Tischgens vorgefallen, und man muß daher die Linie hn wieder einrichten, und hierauf noch einmal nach dem Objekte Q hinvisiren, um die wahre Richtung hc auf dem Meßtischgen zu bekommen.

Diese Methode um den unveränderten Stand des Meßtischgens zu erfahren ist ohnstreitig die beste und zuverläßigste.

VII) Einige aber bedienen sich der Magnetnadel zu dieser Prüfung, und verfahren so: Gleich anfangs ehe sie nach den Objekten P, Q hinziehlen,

ziehen sie auf dem Meßtischgen die Richtung der Magnetnadel. Sie wenden nämlich das Diopterlinial so lange, bis die Magnetnadel genau über der Linie einspielet, die auf dem Boden des Magnetkästgens eingerissen ist, und ziehen hierauf längst des Diopterlinials eine gerade Linie auf das Meßtischgen, die also die Richtung der Magnetnadel darstellet. (§. 121) Nun wird nach denen Objekten P, Q hinvisiret, und auf dem Meßtischgen, hn, hc gezogen. Um nun zu erfahren, ob während dieser Arbeit sich der Stand des Meßtischgens verändert hat, so legen sie das Diopterlinial wieder genau an die gleich anfangs gezogene Richtung der Magnetnadel, und lassen die Nadel in Ruhe kommen; bleibt nun die Nadel wieder genau über der Linie auf dem Boden des Magnetkästgens stille stehen, so hat sich das Meßtischgen nicht verrücket, im Gegentheil aber hat sich dessen Lage verändert, und man muß daher hn, hc wieder von neuen bestimmen.

Diese Methode aber, den Stand des Meßtischgens zu erforschen, ist bey weiten nicht so richtig als die erstere. (VI) Denn es kan nur eine sehr geringe Verrückung des Meßtischgens vorgefallen seyn, so, daß eine Magnetnadel, wenn sie nicht sehr hurtig ist, solche kaum empfindet; ferner können auch selbst bey der Beobachtung ob die Nadel über der erwähnten Linie auf dem Boden des Kästgens einspielet, kleine Fehler vorfallen,

beson-

besonders wenn man das Auge etwas seitwärts, und nicht gerade über der Linie hält; und endlich können überhaupt sehr viele andere Ursachen auf die Richtung der Magnetnadel Einfluß haben, so daß ich wohl nicht rathen mögte, sich bey Stellung des Meßtischgens völlig auf die Magnetnadel zu verlassen, sondern sich lieber der erstern Methode zu bedienen, wenn etwas genaues geleistet werden soll, und es sonst andere Umstände zulassen.

VIII) Eine dritte Methode, um den Stand des Meßtischgens, oder überhaupt eines geometrischen Werkzeugs zu prüfen, bestehet in dem Gebrauche der sogenannten **Versicherungsdioptern**. Diese Vorrichtung bestehet in ein paar Dioptern, die man an die untere Fläche des Meßtischgens befestigen und ansetzen kan, und werden um den Stand des Tischgens zu prüfen, auf folgende Art gebraucht.

Man untersuche, wenn man durch die Versicherungsdioptern visiret, was in dem Faden des Objektivdiopters derselben, in der Ferne etwa für ein kenntlicher Gegenstand erscheinet, nachdem man dem Tischgen die gehörige Stellung gegeben hat: oder wenn in dem Faden nicht gerade ein kenntliches Objekt erscheinet, so setze man in einiger Entfernung einen Stab ab, so daß er von dem Faden des Objektivdiopters bedeckt wird. Dann erhellet, wenn man in der Folge den Stand des Tischgens prüfen will, daß man nur nöthig habe

durch die Versicherungsdioptern zu visiren; sind sie noch genau auf den in der Ferne abgesteckten, oder auf den bemerkten Gegenstand gerichtet, so hat, während daß man auf dem Tischgen handthierte, sich dasselbe nicht verrücket. Im Gegentheil aber ist eine Verrückung vorgefallen, so bald man bemerket, daß der Stab von dem Faden des Objektivdiopters nicht mehr bedeckt wird: und so kan man sich in jedem Augenblicke von dem richtigen Stande des Meßtischgens versichern.

Zu eben dem Endzwecke und auf eine ähnliche Art werden auch **Versicherungsfernröhre** gebraucht, und besonders bey Astrolabiis angebracht, wo man sie an die untere Fläche der Platte, worauf sich die Abtheilungen des Randes befinden, durch Schrauben befestigt. Es verstehet sich daß solche Fernröhre in ihrem Brennpunkt ebenfalls einen ausgespannten Faden, oder ein ebenes Glas mit zwo eingerissenen Kreuzlinien haben müssen, um sie nach bestimten Punkten entfernter Objekte hinrichten zu können.

Dieser Gebrauch der Versicherungsdioptern und Fernröhre, ist sehr sicher und bequem, und ich wolte rathen, an einem guten geometrischen Werkzeuge, allemal dergleichen Vorrichtungen anzubringen, wodurch sich desselben Stand untersuchen und prüfen läst.

Aufga-

Aufgabe.

§. 132. Einen Winkel auf dem Felde vermittelst des Astrolabii auszumessen.

Aufl. Es seyen Fig. LXXX. Tab. VII, P und Q wieder ein paar Gegenstände auf dem Felde. C ein gegebener Punkt und Pp, Qq Perpendickel auf die Horizontalfläche, man verlangt die Größe des Horizontalwinkels pCq, oder des Neigungswinkels der beyden Verticalflächen CpP, CqQ.

I) Ich werde also zeigen, wie man, vermittelst des §. 99. angegebenen Werkzeugs die Grösse des Winkels pCq in Graden und Minuten ꝛc. bestimmen könne Die Art, wie nun die daselbst §. 99. angegebenen einzeln Theile des Winkelmessers zu dieser Absicht gebraucht werden, bestehet kürzlich in folgenden.

II) Nachdem man das Werkzeug Fig. LIX. auf die Nuß Fig. LXIV. und diese auf den Zapfen S des Stativs Fig. LXV. gesetzt hat, so bringe man das ganze Werkzeug über den Punkt C des auszumessenden Winkels pCq, Fig. LXXX, so, daß der Mittelpunkt des eingetheilten Randes lothrecht über C zu liegen komme, und gebe dem Stativ zugleich eine bequeme Höhe.

III) Man bringe hierauf die Indices oder Anfangsstriche der beyden Verniere §. 103. I. genau an die Theilstriche des Randes, wo sich die Abtheilungen

lungen anfangen, und befestige die Alhidadenregel in dieser Lage an den Rand, indem man die untere Schraube x (§. 99. 9.) anziehet.

Solten sich während, daß man die Alhidadenregel solchergestalt an den Rand befestiget, die Indices wieder etwas verrücken, so kan man, vermittelst der Micrometerschraube, sie wieder genau an die ersten Theilstriche des Randes stellen.

IV) Auch ziehe man die Schraube U Fig. LXIV an, wodurch die Nuß auf den Zapfen S des Stativs befestigt, und unbeweglich erhalten wird.

V) Und gebe hierauf dem Werkzeuge, indem man es in der Nuß herumwendet, eine genaue horizontale Stellung, vermittelst einer auf den Rand gesetzten Wasserwaage. Befestige alsdann auch die an der Nuß befindliche Schraube H Fig. LXIV. damit das Werkzeug in seiner horizontalen Stellung unverrückt erhalten werde.

VI) Nach dieser Vorbereitung löse man nun die Schraube L. §. 99. 16, und Fig. LIX. so wird sich das Werkzeug auf dem Zapfen der Nuß horizontal herumwenden lassen, und man wird das Fernrohr, ohne daß man die Alhidadenregel besonders herumwendet, dennoch nach jedem Objekte hinrichten können.

VII) Man wende also das ganze Werkzeug so lange herum, bis man durchs Fernrohr, das

Ob-

Objekt Q Fig. LXXX. erblicket. So bald dieses geschiehet, ziehe man die (VI) erwähnte Schraube L wieder an, damit der Rand des Werkzeugs in eine unverrückte Lage komme, und wende alsdann die Stellschraube Wz Fig. LVIII § 99. 12 herum, so wird diese der ganzen Ebene des eingetheilten Randes eine sanfte horizontale Bewegung ertheilen, und man wird dadurch in den Stand gesetzt werden, das Fernrohr völlig genau nach dem Objekte Q hinzurichten, so daß Q in der Verticallinie erscheinet, die auf dem in dem Brennpunkte des Fernrohrs eingesetzten Planglase eingerissen ist.

VIII) Es stelle also lλnc Fig. LXXX. den eingetheilten Rand des Winkelmessers vor, und h dessen Mittelpunkt lothrecht über C, or das nach Q gerichtete Fernrohr, und ln die Alhidadenregel, mit ihrer Vernierplatte vs.

In dieser Lage der Alhidadenregel liegen also die beyden Indices der Verniere noch immer genau an denen ersten Theilpunkten des Randes;

IX) Man löse nun die Schraube x des Alhidadenhalters, (§. 99 y) wende die Alhidadenregel ganz sanft herum, damit die Ebene des eingetheilten Randes nicht die geringste Verrückung leide, und bringe sie in die Lage λc, bey welcher man durchs Fernrohr den Gegenstand P erblickt. Ziehe hierauf die erwähnte Schraube x wieder an, und bringe, vermittelst Umwendung der Micrometer-

schrau-

schraube, wodurch man der Alhidadenregel, mithin auch dem Fernrohre eine sanfte Bewegung ertheilet, das Fernrohr in eine solche Richtung, bey der das Objekt P völlig genau von der Verticallinie im Brennpunkte bedecket wird.

X) Wenn nun solchergestalt das Fernrohr genau nach dem Objekte P hingerichtet worden, so untersuche man auf beyden Abtheilungen des Randes die Bogen, welche beyde Indices der Verniere beschrieben haben, indem man die Alhidadenregel aus der erstern Lage ln in die zwote λc brachte, so findet man nach der §. 103. gegebnen Anleitung den Winkel lhλ, um welchen die Alhidadenregel herumgedrehet worden. Eben dieser Winkel lhλ ist dem Verticalwinkel chn, mithin auch dem gesuchten Winkel pCq gleich. Und so ist die vorgelegte Aufgabe, den Neigungswinkel zweyer Verticalflächen CpP, CqQ vermittelst des Astrolabii zu messen, aufgelöset.

Anmerkung.

§. 133. I) Weil, während daß die Alhidadenregel aus der ersten Lage ln, in die zwote λc gebracht wird, die Ebene des eingetheilten Randes in unverrückter Lage erhalten werden muß, so erhellet, daß ein Versicherungs Fernrohr § 131. VIII. bey diesem Geschäfte ebenfalls fast unentbehrlich ist, besonders, wenn man aus den nemlichen Stande C noch mehrere Winkel zu messen hätte.

II) Man

II) Man kan solchergestalt mit einem Winkelmesser, dessen Rand aus einem ganzen Kreise bestehet, aus einem einzigen Stande C so viel Winkel am Horizonte herum messen, als man will, ohne daß man nöthig hat, das Werkzeug von neuem zu stellen.

Wäre z. E. R ein drittes Objekt, und Rϱ eine Verticallinie auf die Horizontalfläche. so braucht man nur, so bald der Winkel pCq, auf dem Werkzeuge bestimmt worden, die Alhidadenregel weiter herumzudrehen, das Fernrohr nach dem Objekte R hinzurichten, und dann eben so die durchlaufenen Bogen auf dem Rande des Werkzeugs untersuchen, so hat man den Horizontalwinkel qCϱ, vorausgesetzt, daß die Ebene des Werkzeugs aus ihrer anfänglichen Lage, wo das Fernrohr nach Q hingerichtet war, nicht verrücket worden ist.

Auch hätte man alsdann, wenn man wolte, den Winkel $pC\varrho = qC\varrho - qCp$.

III. Hat man auf diese Art aus einem einzigen Stande viele Winkel zu messen, so muß man in dem Diario, wo man die gemessenen Dinge aufschreibt, sich folgende Umstände bemerken.

Erstl. Die Nahmen der Objekte P, Q, R etc. Zweytens. Was die Indices der beyden Verniere, nachdem das Fernrohr gehörig nach den Objekten hingerichtet worden ist, auf den Ab-

thei-

theilungen des Randes für Grade und Minuten weisen. Und endlich

Drittens. Um wie viel Revolutionen der Micrometerschraube, der Index des Vernier, bey jeder Richtung des Fernrohrs, von dem nächsten Theilstriche des Randes abstehet. Dieses letztere ist indessen nur nöthig, wenn man die einzeln Minuten, die die Vernierabtheilungen angeben, genauer prüfen, und die Fehler, die bey Beobachtung des Zusammentreffens der Theilstriche des Vernier mit denen des Randes vorgefallen seyn möchten, schätzen will. (§. 103. 3)

IV) **Exemp.** Bey der anfänglichen Richtung des Fernrohrs nach dem Objekte Q standen beyde Indices der Vernierabtheilungen, genau an denen ersten Theilstrichen des Randes, und zeigten also auf beyden Abtheilungen des Randes $0°. 0'. 0''$.

Ich will nun setzen, nachdem das Fernrohr nach dem Objekte P hingerichtet worden, wiese der Index des V. der 90 Theilung $46°. 56'$. Der Index des V. der 95 Theilung aber $50\,b + \frac{2}{3\frac{1}{2}}\,b$. (§. 102. II. u. §. 103. 2.) Vermittelst der Micrometerschraube aber fände man, daß der Index des V. der 90 Thl. von dem Theilstriche des Randes der zu $46°$ gehört, um $7\frac{22}{30}$ Revolutionen der Micrometerschraube abstände (§. 101. 7), so

würden

würden diese Data etwa auf folgende Art ins Diarium zu stehen kommen.

Objekte	n. d. 90 Th.	n. d. 96 Th.	n. d. Micr. schr.
Q	0°. 0′. 0″	0 . 0 . 0	0 . 0 .
P	46°. 56′. 0″	50 b + $\frac{2}{12}$ b	46° + $\frac{22}{30}$ Rev.

Solchergestalt hätte man für den Winkel qCp, und soauch für jeden andern Winkel, 3 Angaben, die man demnächst unter einander vergleichen, und daraus etwa ein arithmetisches Mittel, wenn man es für gut befindet, nehmen kan. (§. 103. 4)

Wie man den Kreuzlinien im Brennpunkte des Fernrohrs §. 104. eine solche Lage giebt, daß eine davon in einer auf der Alhidadenregel senkrechten Ebene liege.

§. 134. Es wird bey Ausmessung eines Winkels, den zwo Verticalflächen auf dem Felde mit einander machen, offenbar zum vorausgesetzt, daß die Linie im Brennpunkte des Fernrohrs, in der die Gegenstände erscheinen müssen, in einer Ebene liege, die auf der Alhidadenregel oder auf der Ebene des eingetheilten Randes senkrecht stehet, damit, wenn die Ebene der Alhidadenregel, oder des eingetheilten Randes horizontal gestellet worden, die erwähnte Linie in einer Verticalfläche liege.

Um nun dieser Linie ihre gehörige Lage zu geben, so bringe man die Ebene des eingetheilten Randes in eine horizontale Stellung, und lasse in einiger Entfernung an einem Faden ein Loth herabhängen.

Hierauf löse man die Schraube des Alhidadenhalters, wende die Alhidadenregel herum und richte das Fernrohr nach diesem Lothe:

Wenn nun die erwähnte Linie mit der Richtung dieses Lothes zusammenfällt, so hat sie ihre gehörige Stellung.

Geschiehet dieses nicht, so löse man Fig. LXVI die Schräubgen d, d, die das Fernrohr in dessen Hülse K festhalten; dann wende man das Fernrohr in seiner Hülse herum, bis die erwähnte Linie im Brennpunkte des Fernrohrs mit der Richtung des Loths zusammenfällt.

Sobald dieses geschiehet, ziehe man die Schrauben d, d, wieder an, so wird alsdann die erwähnte Linie in ihrer gehörigen Lage seyn, und unverrückt darin erhalten werden können.

Diese Prüfung und Berichtigung der erwähnten Linie, muß man auf diese Art allemal vorher anstellen, ehe man zur würklichen Ausmessung der Winkel schreitet.

Tob. Mayers Methode (*comment. Soc. R. Goett. T. II*) einen Winkel auf dem Felde sehr genau auszumessen, wenn gleich der Winkelmesser, dessen man sich hierzu bedient, merkliche Fehler in der Theilung des Randes u. s. w. hätte.

§. 135. Diese Methode kan mit Nutzen auf dem Felde gebraucht werden, wenn man die Grösse eines Winkels zu einer gewissen Absicht sehr genau wissen will, und beruhet kürzlich auf folgenden.

I) Es sey der Winkel PgQ Fig. LXXXI Tab. VII, den ich x nennen will, auszumessen.

Um dieses zu leisten, muß man nach der Ordnung folgende Operationen vornehmen.

Erste Operation.

II) Man stelle den Mittelpunkt des Werkzeugs über die Spitze g des auszumessenden Winkels PgQ, bringe die Indices der Verniere genau an die ersten Theilstriche des Randes (§ 132. III) und wende das ganze Werkzeug horizontal herum wie in §. 132. VI. VII.) bis das Fernrohr in genau nach dem Objekte Q hingerichtet ist

III) In dieser Lage des Fernrohrs sind also bey l die Anfangspunkte beyder Abtheilungen des Randes, an denen zugleich die Indices der Verniere anliegen.

IV) Nun löse man die Schraube des Alhidadenhalters, wende bloß das **Fernrohr** herum, so aber daß die Ebene des eingetheilten Randes nicht die geringste Verrückung leide, und bringe das Fernrohr in die Lage λc, nämlich in die Richtung nach dem Objekte P.

V) So wird der Bogen lλ, den während Herumdrehung des Fernrohrs, der Index des Vernier auf dem Rande durchlaufen hat, das Maaß des Winkels lgλ oder PgQ seyn.

Zweite Operation.

VI) Man braucht aber den Bogen lλ als das Maaß des Winkels PcQ oder x nicht zu untersuchen, sondern fängt sogleich eine neue Operation an die der erstern völlig ähnlich ist. Nämlich man läßt das Fernrohr, oder vielmehr den Index des Vernier unverrückt an der Stelle des Randes, wo er am Ende der ersten Operation stand, und wendet nun wieder bloß das **ganze Werkzeug** herum, so daß das Fernrohr λc welches in Fig. LXXXI nämlich am Ende der ersten Operation nach dem Objekte P hinzielte, in die Lage λc Fig. LXXXII oder in die Richtung nach dem Objekte Q hinkomme.

VII) Solchergestalt kömt aber, weil die Richtung des Fernrohrs vermöge der Wendung des ganzen Werkzeugs geschah, die Linie ln Fig. LXXXI in die punktirte Richtung ln Fig. LXXXII

und

und so ist zwar itzo das Fernrohr wieder nach Q gerichtet, aber der Index des V. welcher sich bey λ befindet, wird von dem Punkte l wo sich auf dem Rande die Abtheilungen anfangen, um den Bogen lλ oder um das Maaß des Winkels x abstehen.

VIII) Man lasse nun das Werkzeug oder die Ebene des Randes unverrückt, wende blos das Fernrohr, und richte es zum zweitenmahle nach dem Objekte P.

IX) So wird, indem das Fernrohr aus der Lage λc in die Lage λ′ c′, gebracht wird, der Index des Vernier, auf dem Rande abermahls den Bogen λλ′ als das Maaß des Winkels PgQ beschreiben, und daher ist am Ende dieser zweiten Operation, der Index des Vernier bey λ′, und stehet von dem Punkte l, wo sich auf dem Rande die Abtheilungen anfangen, um den Bogen, lλλ′ oder um den Winkel 2x, ab.

Dritte und fernere Operat.

X) Wenn man solchergestalt die Arbeit fortsetzt, und immer wechselsweise, erst mit Wendung des ganzen Werkzeugs das Fernrohr nach dem Objekte Q, und dann durch die bloße Herumdrehung der Alhidadenregel das Fernrohr nach dem Objekte P hinrichtet, so wird z. E. am Anfange der dritten Operation, zwar das Fernrohr wieder nach dem Objekte Q Fig. LXXXIII

gerichtet seyn, und der Index des Vernier von dem Punkte I noch um den Bogen $I\lambda\lambda' = 2x$ abstehen aber am Ende der dritten Operation, wird, nachdem das Fernrohr in die Richtung $\lambda''c''$ gebracht worden, sich der Index des Vernier bey λ'' befinden, und abermahls den Bogen $\lambda'\lambda''$ bey Herumdrehung der Alhidadenregel beschrieben haben, dergestalt, daß er alsdann um den Bogen $I\lambda\lambda'\lambda''$ oder um den Winkel $3x$, von dem Punkte I wo sich auf dem Rande die Abtheilungen anfangen, abstehen wird.

Man siehet hieraus leicht, daß am Ende der 4ten 5ten 6ten u. s. Operationen, der Index nach der Ordnung um folgende Bogen oder Winkel $4x$, $5x$, $6x$, u. s. w. von dem Punkte I abstehen wird.

XI) Und so wird überhaupt am Ende der nten Operation, der Index des Vernier auf dem Rande einen Bogen beschrieben haben, der des Winkels $n \cdot x$ Maaß seyn wird.

XII) Wenn auf diese Art die Operationen einige mahl wiederhohlet worden sind, so untersuche man die Anzahl von Graden und Minuten, die am Ende einer gewissen Operation der Index des Vernier auf dem Rande weiset, so hat man den Bogen, der das Maaß des Winkels $n \cdot x$ ist; dieser Bogen heisse A so hat man

$$A = n \cdot x$$

Mithin $\frac{A}{n} = x$.

d. i. die Grösse des Bogens durch die Anzahl der Operationen dividiret, giebt den Winkel x oder PgQ dessen Grösse man finden wolte.

Exemp. Am Anfange der ersten Operation stand der Index des Vernier bey l und zeigte also auf dem Rande $0^{\circ}.0'$.

Gesetzt nun am Ende der dritten Operation stünde der Index auf dem Rande bey dem Punkte λ'' Fig. LXXXIII und der Bogen $l\lambda\lambda'\lambda''$ wäre $285^{\circ}+20'$, so wäre die Anzahl der Operationen oder $n=3$; $A=285^{\circ}+20$ mithin

$$x=\frac{285^{\circ}+20'}{3}=95^{\circ},6'40''$$ also

so groß der Winkel PgQ

XIII) In diesem Exempel ist am Ende der dritten Operation der Bogen A auf dem Rande kleiner als 360° oder der ganze Umkreiß. Es kan aber, wie ein kleines Nachdenken zeigt, bey oftmahliger Wiederhohlung der Operationen, der von dem Index durchlaufene Bogen A gröſſer als 360° werden, ja er kan selbst die ganze Peripherie einigemahl enthalten.

So z. E. ist Fig. LXXXIV. λ'' c'' die Lage des Fernrohrs beym Anfange der vierten Operation, und der Bogen $l\lambda\lambda'\lambda''$ das Maaß des Winkels 3x. Wenn nun die Alhidadenregel herumgedrehet, und das Fernrohr abermahls nach P gerich-

tet, also aus der Lage λ'' c'' in die Lage λ''' c''' gebracht wird, so ist am Ende dieser 4ten Operation der Index des Vernier bey dem Punkte λ''', und hat solchergestalt vom Anfange der ersten Oper. bis ans Ende der 4ten den ganzen Umkreiß $l\lambda\lambda'\lambda''l$ und noch überdem den Bogen $l\lambda'''$ durchlaufen, und daher ist itzt

A = dem Bogen $l\lambda\lambda'\lambda''\lambda''' = 360° + l\lambda'''$

Es habe also überhaupt vom Anfange der ersten Operation bis ans Ende der letzten, der Index des Vernier den ganzen Umkreiß des Winkelmessers m mahl, und noch überdem den Bogen a durchlaufen, so ist überhaupt

$$A = m \cdot 360° + a$$

Und daher

$$x = PgQ = \frac{m \cdot 360° + a}{n}$$

Ex. Gesetzt bey Ausmessung eines gewissen Winkels PgQ habe man 10 Operationen gemacht, der Index des Vernier habe vom Anfange der ersten, bis ans Ende der letzten Operation, nicht nur den ganzen Umkreiß 2 mahl, sondern auch noch überdem einen Bogen von 20° durchlaufen, so würde der auszumessende Winkel x oder

$$PgQ = \frac{2 \cdot 360° + 20°}{10} = 74°$$ seyn.

Weil

Weil nämlich bey diesem Exempel in obiger Formel $n = 10$; $m = 2$ und $a = 20°$ ist.

XIV) Dieses ist meines Vaters Methode, die Grösse eines Winkels auf dem Felde sehr genau zu finden; er bedienet sich derselben beym Gebrauche des von ihm erfundenen Recipiangle; nur muß wegen der Natur dieses Werkzeugs noch eine kleine Abänderung in dem bisher gewiesenen Verfahren gemacht werden, die man in dem angeführten II Theil der göttingschen Comment. p. 336 ersehen kan. Im wesentlichen ist aber das daselbst beschriebene Verfahren, mit dem bisherigen einerley.

Ich will nun noch kürzlich zeigen, warum das bisher beschriebene Verfahren, die Grösse eines Winkels auf dem Felde dennoch sehr genau giebt, wenn gleich Fehler in der Theilung des Werkzeugs vorhanden wären.

XV) Es erhellet nämlich aus der gefundenen Formel (XIII) daß man (1) die Zahl n der Operationen, (2) die Zahl m, wie oft nämlich der Inder des Vernier den ganzen Umkreiß durchlaufen hat, und (3) die Grösse des Bogens a, oder die Anzahl von Graden und Minuten, die der Inder des V. am Ende der letzten Operation auf dem Rande zeigt, wissen müsse, um die Grösse des Winkels x zu erfahren.

Die Werthe von m, und n, können nun in jedem Falle sehr leicht, und ohne Fehler angegeben werden, wenn man nur nicht vergißt, am Ende einer jeden Operation etwa ein Zeichen ins Diarium zu machen, und die Anzahl der von dem Index des Vernier vollbrachten Umlaufe gehörig zu zählen und anzumerken.

Es wird also nur der Bogen a, dessen Genauigkeit von der Theilung des Werkzeugs, und der Sorgfalt des Beobachters abhängt, den Werth des Winkels x unsicher machen können. Allein es wird sich leicht zeigen, daß, wenn auch in der Bestimmung des Bogens a, ein merklicher Fehler enthalten wäre, solcher dennoch auf den Winkel x keinen merklichen Einfluß haben würde, besonders wenn n oder die Anzahl der Operationen groß ist: Gesetzt in dem Exempel XIII wäre der Bogen a um 5′ zu klein angegeben, oder der eigentliche wahre Werth von a wäre 20° + 5′, so bekäme man

$$PgQ = \frac{2.360° + 20° + 5'}{10} = \frac{2.360° + 20°}{10} + \frac{5'}{10}$$

$= 74°0'.30''$. also PgQ um 30″ grösser als in XIII d. h. ein Fehler von 5′ den man in der Bestimmung des Bogens a begangen hätte, würde in dem ausgemessenen Winkel PgQ selbst, nur einen Fehler von 30″ oder $\frac{1}{2}$ Minute hervorbringen, wenn nämlich $n = 10$ wäre, oder man 10 Operationen gemacht hätte.

Es sey überhaupt der Fehler im Bogen a = μ', so würde dieses bey n Operationen in dem Winkel PgQ, nur einen Fehler von $\frac{\mu}{n}$ Minuten verursachen, wo also $\frac{\mu}{n}$ desto kleiner ist, je grösser n oder die Zahl der wiederholten Operationen ist.

Man siehet daher, wie man vermittelst dieser Methode, die Grösse eines Winkels PgQ dennoch sehr genau finden kan, wenn man gleich wegen der Fehler in der Theilung des Werkzeugs den Bogen a auf dem Rande, nicht sehr zuverläßig hätte.

Anmerkungen über das bisherige Verfahren.

§. 136. 1) Die nöthigste Vorsicht bey der bisher beschriebenen Methode ist diese, daß, so oft bey einer jeden Operation das Fernrohr nach dem Objekte P hingerichtet wird, die Ebene des Werkzeugs unterdessen keine Verrückung leide; man muß daher, wenn man etwas genaues leisten will, entweder mit ausserordentlicher Vorsicht zu Werke gehen, oder an dem Werkzeuge ein Versicherungs Fernrohr §. 130. VIII. haben, um den jedesmaligen Stand des Winkelmessers zu prüfen, und die etwanige Verrückung desselben wieder zu verbessern. Eben dieses erinnert auch Hr. Hofr. Käst-

Käſtner in den Aſtronom. Abhandl. Zweite Samml. pag. 179.

II) Auſſer den Fehlern, die in Beſtimmung des Bogens a, vorfallen, und daher auf die Gröſſe des Winkels x §. 135. XIV. Einfluß haben, ſind auch noch diejenigen in Betrachtung zu ziehen, die beym Viſiren ſelbſt vorfallen können, und ihren Grund in unſerm Auge haben, welches beſtimmte Punkte entfernter Objekte nur alsdann deutlich ſiehet, wenn ihr Sehewinkel nicht allzu klein iſt. Ich habe hievon ſchon im 85 §. geredet: Wenn man nemlich mit bloſſen Augen viſiret, ſo kan man an einem entfernten Objekte nur diejenigen Punkte deutlich ſehen, die ohngefähr unter einen Winkel von 1′ bis 2′ ins Auge fallen. Wenn man daher durch bloße Dioptern viſiret, ſo kan der Faden des Objektiv-Diopters einen gewiſſen Punkt eines entfernten Objekts noch ſo genau zu decken ſcheinen, und man bleibt doch innerhalb 2′ ungewiß, ob man die Dioptern nicht noch um etwas mehr rechts oder links verrücken ſoll. Und ſo entſtehen daher allemal Fehler im Viſiren, (Errores collimationis) die deſto größer ſind, je unvollkommenere Augen man hat.

Bedienet man ſich aber der Fernröhre an dem Winkelmeſſer, ſo werden dieſe Fehler im Viſiren ſehr vermindert, und deſto unbeträchtlicher, je mehr das Fernrohr vergröſſert, und entfernte Gegenſtände deutlich darſtellet. Mein Vater hat folgendes

Täflein

Täflein berechnet, woraus man sogleich ersehen kan, wie groß etwa der Fehler im Visiren bey einer gegebenen Länge des Fernrohrs seyn mag.

Länge d. Fernrohrs in Pariser Maas.	Fehler im Visiren.
$\frac{1}{2}$ Fuß.	15″
1	10″
2	7″
3	6″
6	4″
12	3″
20	2″
30	1,″5

Anstatt, daß man also beym Visiren mit blossen Augen, den Faden eines Objektivdiopters nur höchstens bis auf 2′ genau nach einem Punkte eines entfernten Objekts richten könte, so würde man hingegen die Verticallinie in dem Brennpunkte eines Fernrohrs, dessen Länge einen Fuß betrüge, so genau nach dem entfernten Punkte richten können, daß man höchstens nur einen Fehler von 10″ zu befürchten hätte.

So klein nun diese Fehler an sich sind, so erhellet doch, daß bey dem Verfahren, einen Winkel durch wiederholte Operationen zu messen, solche Fehler auch oft vorfallen. Indessen ist aber doch nicht zu befürchten, daß die öftere Wiederholung dieser Fehler, der Richtigkeit, in Bestim-

mung

mung des gemessenen Winkels, sehr nachtheilig seyn solte. Denn solche Fehler im Visiren liegen bald auf der einen, bald auf der andern Seite, und heben sich daher bey wiederholten Operationen meistens auf.

III) Da vermittelst der im vorhergehenden §. angegebenen Methode, ein Winkel auf dem Felde demohnerachtet sehr genau ausgemessen werden kan, wenn gleich die Theilung des Werkzeugs unvollkommen ist, so lassen sich auch, vermittelst dieser Methode umgekehrt die Fehler in der Theilung eines Winkelmessers entdecken; wie ich selbst den Versuch an einem Werkzeuge gemacht habe, von dessen unrichtig abgetheilten Rande, ich sonst auch auf andere Art überzeugt war; doch hievon werde im folgenden Theile dieses Buchs mehreres beybringen.

Aufgabe.

§. 137. **Einen Winkel PgQ Fig. LXXXI. vermittelst der Boussole §. 119. auszumessen.**

Aufl. Man bringe die Boussole, nachdem man sie auf ein zugehöriges Stativ gesetzt hat, über die Spitze g des auszumessenden Winkels PgQ, und gebe ihr eine horizontale Stellung. Hierauf wende man das ganze Werkzeug herum, bis man durch die Dioptern den Gegenstand P erblicket. In dieser Lage der Dioptern, lasse man die Magnetnadel zur Ruhe kommen, und wenn

dieses

geschehen ist, bemerke man, was auf dem eingetheilten Ringe die Spitze der Magnetnadel für Grade und Minuten weiset: die Minuten muß man bey der gewöhnlichen Einrichtung der Boussole freylich nur nach dem Augenmaße schätzen. Ich will setzen, die Magnetnadel wiese 30° 18′.

Alsdann wende man die ganze Boussole weiter herum, bis man durch die Dioptern den Gegenstand Q erblicket, warte hierauf noch einige Augenblicke, bis die Nadel wieder zur Ruhe gekommen ist und bemerke abermals, was die Nadel für Grade und Minuten weiset. Ich will annehmen, sie wieße jetzt 65° 20′.

Von der zuletzt gefundnen Anzahl von Graden und Minuten ziehe man die erstere ab, so hat man den Winkel PgQ beyder Objekte; also wäre hier

$$PgQ = 65°.\,20' - 30°.18' = 35°.2'$$

Der Beweis dieses Verfahrens ist sehr leichte, denn die zuerst gefundenen 30° 18′ zeigen an, daß die Linie oder der Schenkel Pg des Winkels PgQ mit der unveränderlichen Richtung der Magnetnadel einen Winkel von 30° 18′ macht.

Hingegen die zuletzt gefundenen 65° 20′ geben den Winkel des andern Schenkels gQ mit der Richtung der Magnetnadel; daher muß der Unterschied 65° 20′ — 30° 18′ = 35° 2′ den Winkel PgQ geben, den die Schenkel Pg, gQ für sich, mit einander machen.

An-

Anmerkung.

§. 138. I) Eigentlich kan man wohl nicht verlangen, mit der Boussole solchergestalt einen Winkel sehr genau zu messen, da man die Minuten, nur nach dem Augenmaaße bestimmen muß, und sich keine Vorrichtung, die Minuten anzugeben, z. E. ein Vernier oder eine Micrometerschraube, bequem anbringen lässet. Indessen giebt es doch oft in der Feldmeßkunst Fälle, wo man nur eine ohngefähre Bestimmung verlangt, und dazu leistet die Boussole vortrefliche Dienste. Wir werden selbst in dem folgenden Theile dieses Buchs, unterschiedene Aufgaben auflösen, wobey man sich mit Vortheil der Boussole bedienen kan. Ich werde daselbst auch die übrigen nöthigen Bemerkungen beym Gebrauche dieses Werkzeugs beybringen, und will daher hier weiter nichts mehr davon erwähnen.

II) Das bisherige mag zureichen, allgemein zu übersehen, worauf es bey Ausmessung eines Winkels auf dem Felde, hauptsächlich ankomme; ich habe soviel als möglich das praktische Verfahren davon deutlich gewiesen: Es verstehet sich allerdings, daß man hierin ebenfalls, wie in allen Geschäften, durch fleißige Uebung eine Fertigkeit erlangt. Ich wolte daher rathen, daß jeder der sich mit der ausübenden Geometrie beschäftigt, sich nicht eher an zusammengesetzte Messungen wage, als bis er es in Ausmessung gerader Li-

nien

nien und Winkel zur gehörigen Vollkommenheit gebracht hat.

Wer übrigens das bisherige wohl verstanden hat, und bey der Ausübung den gegebenen Regeln Fuß für Fuß folgt, dem wird es ein leichtes seyn, auch ohne mündliche Anweisung, nicht nur die bisherigen Werkzeuge, sondern auch andere, deren er sich etwa bedienen will, gehörig zu behandeln.

Ich will nun noch zum Schlusse dieses Kapitels, etwas von der Methode beybringen, deren sich einige Feldmesser bedienen, bloß vermittelst der Meßkette, die Grösse eines Winkels auf dem Felde zu bestimmen.

III) Dieses Verfahren beruhet blos auf den Satz §. 106 die Grösse eines Winkels vermittelst seiner Chorde zu erfahren, und wird auf dem Felde auf folgende Art bewerkstelliget.

Es sey Fig. LII Tab. IV, PgQ der auszumessende Winkel.

Man spanne in die Richtung gQ, mit aller möglichen Sorgfalt von g nach i die Länge einer Meßkette aus, und bemerke den Punkt i vermittelst eines Zeichenstäbgens. Hierauf lasse man den einen Kettenstab, unverrückt bey g stehen, und begebe sich mit der ausgespannten Kette aus der Richtung gi, in die gl, so daß gl genau in der geraden Linie gP ausgespannt werde, so hat man von g bis l abermahls

eine Kettenlänge', und weil gi = gl gemacht worden, so ist die Weite li des Winkels igl oder QgP Chorde.

Man messe also genau die Weite li, so wird sich daraus des Winkels PgQ Grösse bestimmen.

Gesetzt es sey die gebrauchte Kettenlänge = 5° = 5000''' die gemessene Chorde li = w, und der zu bestimmende Winkel PgQ = α;

So kan man li = w, als Chorde des Winkels α für den Halbmesser gi = 5000''', betrachten. Man setze den Halbmesser gi = R so ist aus der Gleichung §. 106. 4. die Chorde il oder

$$w = \frac{2.R \sin \frac{1}{2}\alpha}{10000000}$$

Also umgekehrt

$$\sin \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{w.10000000}{2.R}$$

Mithin wegen R = 5000'''

$$\sin \tfrac{1}{2}\alpha = w.1000$$

d. h. die Anzahl von Linien die auf die gemessene Chorde w gehen, mit der Zahl 1000 multiplicirt giebt den Sinus des halben Winkels PgQ; daraus hat man folglich auch den ganzen Winkel PgQ.

Ex. Gesetzt die gemessene Chorde iw = w sey 4650 Linien gefunden worden, so würde

$$\sin \tfrac{1}{2}\alpha = 4650.1000 = 4650000$$

Mit-

Mithin aus den Sinustafeln

$\frac{1}{2}\alpha = 27° . 42' +$ also

$\alpha = 55° . 24' +$

die Sekunden nicht mitgerechnet, auf die man sich bey dieser Methode, doch nicht genau verlassen kan.

Damit man nicht nöthig habe in jedem Falle erst die Berechnung anzustellen, so kan man ein für allemal sich für eine gegebene Kettenlänge, eine Chordentafel berechnen; alsdann braucht man nur die gemessene Chorde in der Tafel aufzusuchen, und man hat sogleich den zugehörigen Winkel.

In verschiedenen Büchern findet man dergleichen Tafeln schon berechnet z. E. in Hrn. Branders Beschreibung seines amphidioptrischen Goniometers. Hrn. Mag. Eberhards Beschreibung einer neuen Meßtafel. Hrn. Fr. Christ. Jetze, gemeinnützige Praxis auf dem Felde und Papier ohne Winkelinstrumente alle Winkel zu messen, und überzutragen. Bresl. und Leipzig 1776.

In diesem letztern Werke ist besonders die Aufgabe vermittelst der Meßkette die Winkel zu bestimmen, weitläuftig auseinander gesetzt, und auf verschiedene Fälle in der practischen Geometrie angewandt.

Auch handelt hievon Fr. Ch. Müllers Beschreibung einer neuen und vollkommenen Art Plans aufzunehmen und zu verzeichnen. Frankf. 1775.

In Wilkens Landesvermessungen §. 24. findet man ebenfalls diese Aufgabe auseinander gesetzt.

Im Grunde kan aber das gewiesene Verfahren auf dem Felde nur da mit Zuverläßigkeit ausgeübt werden, wo man eine Ebene hat. In bergigten Gegenden, würde sich vermittelst dieser Methode so gar viel genaues nicht leisten lassen.

Ueberhaupt erhellet auch daß man alle mögliche Sorgfalt bey dieser Art Winkel zu messen, zu beobachten habe, sowohl in Absicht der genauen Ausspannung der Meßkette, als auch in gehöriger Einsetzung der Kettenstäbe, und Bestimmung der Chorde. Man hat daher besonders beym Visiren und Einsetzen der Kettenstäbe, die §. 33 und 46 angegebenen Vorsichten genau zu befolgen.

IX. Kapitel.

Noch einige Methoden die Winkel aufs Papier abzutragen, und zu verzeichnen.

---

§. 139. Ich habe schon im vorhergehenden §. 106 die Einrichtung des geradelinigten Transporteurs erklärt, und gezeigt wie man vermittelst desselben auf dem Papiere sowohl einen Winkel verzeichnen, als auch messen könne.

Diesem Verfahren kan man nun noch folgende Methoden beyfügen.

I. Jeder tausendtheiligte Maaßstab ist zugleich ein geradelinigter Transporteur.

Denn man kan vermittelst desselben, wenn man nur Sinustafeln bey der Hand hat, ebenfalls die Grösse eines vorgegebenen Winkels auf dem Papiere sowohl verzeichnen als messen.

Erstl. Einen Winkel zu verzeichnen:

Gesetzt man solle Fig. LII an den Punkt g und an die Linie glP einen Winkel igl von 66° 30′ verzeichnen.

Aufl. Man fasse mit einem Handzirkel auf dem tausendtheiligten Maaßstabe, genau die Weite von 1000 Theilen, oder nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche der Feldmesser, eine Weite von 10° 0′ 0″; setze die eine Zirkelspitze in g ein, und beschreibe mit der andern einen Kreisbogen lni, dergestalt daß also des Bogens lni Halbmesser gl genau 1000 Theile des Maasstaabes hält.

Nun halbire man die vorgegebene Grösse 66° 30′ und suche für den Halbmesser 1000, aus den Sinustafeln den Sinus von 33° 15′ (§. 106. 4) dieser findet sich = 548, 2932; das doppelte hievon giebt für den Halbmesser 1000 die Chorde von 66° 30′. Also ist

Chord. 66° 30′ = 1096, 5864

oder die Decimalbrüche weggelassen

Chord. 66° 30′ = 1096.

d. i. die Chorde von 66° 30′ hält 1096 Theile des tausentheiligten Maaßstabes; man fasse also von dem Maaßstabe eine Weite von 10° 9′ 6″, setze sie als Chorde von l nach i, und ziehe hierauf gi, so wird der Winkel lgi = 66° 30′ seyn.

Zweitens. Den auf dem Papiere vorgegebenen Winkel lgi zu messen.

Aufl. Man beschreibe wieder mit dem Halbmesser 1000, dessen Grösse man von dem Maaßstabe abnimmt, den Bogen lni zwischen die

Schen-

Schenkel des vorgegebenen Winkels, fasse hierauf mit dem Zirkel die Chorde li und trage sie auf den tausendtheilichten Maasstab; gesetzt, man fände li = 3°4'6" oder li = 346 Tausendtheilgen des Maasstabes; die Hälfte hievon 173 ist der Sinus des halben Winkels lgi, für den Halbmesser oder Sinustotus = 1000. Man multiplicire also 173 mit 10000, so hat man den Sinus des halben Winkels lgi für den Sinus totus = 10000000, d. h. für den Halbmesser der Sinustafeln. Also ist

$$\sin \tfrac{1}{2} \text{ lgi} = 1730000$$

daher aus den Sinustafeln

$\frac{1}{2}$ lgi = 9° 57' + Mithin der Winkel

lgi = 19° . 54' +

Anmerk. Ist der Winkel lgi stumpf, so kan man auch, wenn man will, seinen Nebenwinkel messen, und solchen von 180° abziehen, um lgi zu erhalten. Dieses letztere Verfahren ist in manchen Fällen bequemer und sicherer.

Man könte auch so verfahren:

Zwischen den Schenkeln des stumpfen Winkels beschreibe man, mit dem Halbmesser = 1000, einen Kreisbogen, und trage den Halbmesser, als die Sehne von 60°, so oft auf diesen Bogen als es angehet, bis ein Bogen, den ich a nennen will, übrig bleibt, der kleiner als 60° ist. Man messe

die Chorde dieses Bogens, und bestimme daraus dessen Grösse. Hierauf addire man zu dem gefundenen Bogen a so oft 60°, als man den Halbmesser auf den Bogen, der dem stumpfen Winkel zugehört, getragen hat, so hat man die Grösse des auszumessenden stumpfen Winkels. Gesetzt, in Fig. LXXXII. sey der stumpfe Winkel cgc' zu messen. Mit dem Halbmesser gc = 1000 sey also der Kreisbogen clc' beschrieben; der Halbmesser gc passe z. E. nur einmahl auf den Bogen clc', nämlich von c nach l; und es bleibe der Bogen c'l < 60° übrig. Man fasse die Chorde c'l, trage sie auf den tausendtheiligten Maasstab, und bestimme daraus, wie gewiesen worden, den Bogen c'l oder den zugehörigen Winkel lgc'; Ich will setzen, man habe lgc' = 49° 54', gefunden; hierzu addire man den Winkel cgl = 60°, so hat man cgc' = 109° . 54'.

II. Noch eine andere Methode, die Winkel zu messen, und zu verzeichnen.

In einem rechtwinklichten Dreyecke ACG Fig. XIV. Tab. I. ist AC die Tangente des Winkels CGA, wenn man CG für den Sinum totum annimt. Nimt man hingegen die Hypothenuse AG für den Sinum totum an, so ist AC der Sinus des Winkels AGC. CG aber der Kosinus desselben.

Dieses

Dieses giebt folgende Methode zu finden, wie viel Grade und Minuten ein auf dem Papiere vorgegebener Winkel CGA enthält.

Nemlich von einem tausendtheilichten Maasstaabe nehme man 1000 Theile ab; und trage sie von G nach A, auf den einen Schenkel des vorgezeichneten Winkels. Von A fälle man auf den andern Schenkel CG das Perpendickel AC herab, und untersuche, wie viel Tausendtheile eben desselben Maasstabes das Perpendickel AC hält. Dann suche man in den Sinustafeln einen Sinus auf, dessen erste Ziffern, wenn man die vier letztern abschneidet, mit der gefundenen Grösse des Perpendickels AC übereinkommen, so hat man den Winkel CGA, der dem Sinus AC zugehört.

Ex. Gesetzt, man habe auf dem tausendtheiligten Maaßstabe gefunden AC = 173 Theilen. Wenn man nun in den Sinustafeln den Sinus von 9° 58′ aufsucht, so findet man, daß nach Weglassung der letztern 4 Ziffern, dessen erste drey Ziffern mit der für das Perpendickel AC gefundenen Zahl 173 übereinkommen; daher wird der Winkel G = 9° 58′ seyn.

Wolte man umgekehrt an den Punkt G einen Winkel von 60° 55′ verzeichnen, so ziehe man durch G eine gerade Linie GC, und mache solche so viel Theilen des tausendtheiligten Maasstabes gleich, so viel die Zahl angiebt, welche man nach

Weglassung der letzten 4 Ziffern für den Kosinus von 60°55′ erhält. Also ist in den Tafeln Col 60° 55′ = 4860812, hievon die letztern 4 Ziffern weggelassen, giebt die Zahl 486. So viel Tausendtheilgen des Maasstabes trage man also von G nach C. Durch C errichte man hierauf ein Perpendickel CA, und trage auf CA so viel Theile des Maasstabes, als die Zahl andeutet, wenn man von dem Sinus von 60° 55′ die letztern vier Ziffern weglässet. Nun ist Sin 60° 55′ = 8739136 daher nehme man CA = 873 Theilen des Maasstabes, und ziehe demnächst die Linie AG, so wird der Winkel G = 60° 55′ seyn.

Man könte auch GC = 1000 Theilen des Maasstabes nehmen, und dann auf das Perpendickel CA so viel Theile setzen, als nach Weglassung der letzten 4 Ziffern für die Tangente von 60° 55′ stehen bleiben; so würde ebenfalls CGA = 60°55′.

Diese letztere Methode, wobey man sich der Tangente bedient, ist aber nicht zu gebrauchen, wenn der zu verzeichnende Winkel nahe an 90° kömt, weil alsdann die Tangente desselben gar zu groß wird. Solchergestalt findet man, vermittelst des bisher beschriebenen Verfahrens den Winkel CGA zwar nicht völlig genau in einzeln Minuten, aber doch wenigstens bis auf 4 oder 5 Minuten genau, so lange der Winkel CGA nicht über 50° ist. Die Ursache liegt darinnen, weil für grössere Winkel

die

die ersten drey Ziffern eines jeden Sinus, einerley sind, wenn die zugehörigen Winkel auch gleich um 5 und mehrere Minuten von einander unterschieden wären. Z. E. Die ersten drey Ziffern des Sinus von 65° als auch von 65° 5′ sind 906. Ja, wenn die Winkel nahe an 90° kommen, so kan sich der Winkel wohl um einen ganzen Grad ändern, ohne daß die erstern drey Ziffern der Sinusse von einander unterschieden wären. Z. E. Sin 88° = 999307; Sin 89° = 9998477, wo also die ersten drey Ziffern der Sinusse 999 sind, obgleich die Winkel um einen ganzen Grad von einander unterschieden sind.

In Hrn. Lamberts Beyträgen zur Mathematik II Theil p. 170 befindet sich ein Werkzeug beschrieben, welches ebenfalls sowohl zur Verzeichnung als zur Ausmessung der Winkel auf dem Papiere dienet. Die Einrichtung desselben beruhet auf der Methode, die Winkel durch ihre Tangenten zu bestimmen, und besteht bloß in einem gleichschenklichten rechtwinklichten Dreyecke von Holz, Elfenbein oder Metall, auf dessen Katheten die Tangenten der Winkel von 0° bis 45° nach einem tausendtheilichten Maasstabe verzeichnet sind; so daß jeder Kathete 1000 Theile des Maasstabes enthält; das weitere hievon kan man a. a. O. selbst nachlesen.

III) Man kan sich auch des Verfahrens §. 83. 1. zur Ausmessung eines Winkels auf dem Papiere bedie-

bedienen. Es wird nemlich das dortige Verfahren nur auf Kreisbogen angewandt, die den auszumessenden Winkeln zugehören. Gesetzt also, es sey Fig. LXXXII. der Winkel cgl auszumessen; Um nun dieses, der §. 83. 1. gegebenen Methode gemäß, zu leisten, beschreibe man mit einem willkürlichen Halbmesser einen Halbkreis clλ, so ist der Bogen clλ ein bekannter Bogen $=$ 180°. Weiß man nun das Verhältniß der beyden Bogen lc, clλ, so hat man auch die Größe des Bogens lc folglich des zugehörigen Winkels lgc. Man trage also nach §. 83. den Bogen lc auf den Halbkreis clλ so oft es angehet; Ich will setzen lc $=$ a passe auf clλ $=$ 180°, m mahl, und es bleibe noch ein Stückgen $=$ α übrig, so hat man die erste Gleichung.

I) $ma + \alpha = 180°$.

Ferner trage man das übergebliebene Stückgen α auf den Bogen a so oft es angehet. Z. E. n mahl und es bleibe das Stückgen β übrig, so ist

II) $n \cdot \alpha + \beta = a$

passete eben so das übergebliebene Stückgen β auf α, r mahl, und es bliebe nun das Stückgen γ übrig, so ist

III) $r \cdot \beta + \gamma = \alpha$

Auf diese Art setze man die Arbeit so lange fort, bis man endlich auf einen so kleinen Bogen komt, der

der sich mit dem nächstvorhergehenden bequem nach dem Augenmaaße vergleichen läßt. Ich will setzen, γ sey dieser kleine Bogen, der sich mit dem nächstvorhergehenden bequem nach dem Augenmaaße vergleichen ließe; Es sey also endlich

$$\text{IV)}\quad \gamma = \frac{\varphi}{\psi} \cdot \beta.$$

so kan man aus den gefundenen Vergleichungen, es mögen ihrer so viel seyn, wie man will, die Größe des Bogens $lc = a$ berechnen. Hier würde z. E. (aus der Gleichung IV. den Werth von γ in die III gesetzt,) sich folgendes ergeben,

$$r \cdot \beta + \frac{\varphi}{\psi} \cdot \beta = \alpha$$

$$\text{also } \beta = \frac{\alpha\psi}{r\psi+\varphi};$$ dies in II gesetzt gäbe

$$n\alpha + \frac{\psi}{r\psi+\varphi} \cdot \alpha = a, \text{ also } \alpha = \frac{r\psi+\varphi}{(r\psi+\varphi)n+\psi} \cdot a,$$

und dies endlich in I gesetzt gäbe

$$m \cdot a + \frac{(r\psi+\varphi)a.}{(r\psi+\varphi)n+\psi} = 180^\circ \text{ Mithin}$$

$$\frac{(r\psi+\varphi)n+\psi}{((r\psi+\varphi)n+\psi)m+r\psi+\varphi} \cdot 180^\circ = a = cl.$$

Er-

Ex. Für $m = 2$, $n = 1$; $r = 1$, $\varphi = 2$, $\psi = 3$; würde der Bogen lc oder

$a = \frac{8}{21} \cdot 180° = 68°.34'$, also so groß auch der Winkel lgc.

IV) Der Gebrauch des gewöhnlichen Transporteurs in der praktischen Geometrie ist sehr unsicher, und ich wolte nie rathen, sich desselben zu bedienen, wo einige Genauigkeit verlangt wird.

Ende des ersten Theils.

Druckfehler.

Seite 6. Zeile 2 statt, findet ließ findet man
S. 53 Z. 17 statt Wheigts l. Weights.
S. 60 Z. 3 von unten, statt log. x. l. x.
S. 61 Z. 1 von unten, statt 6 L. l. 9 L.
S. 65 Z. 5 von unten, statt, Quadratlin Quadratzolle.
S. 75 Z. 20 ist das Wort, wenigstens auszustreichen. ien l.
S. 85 Z. 1 ist das Wort, wegen einmahl wegzustreichen.
S. 114 Z. 14 statt E l. C.
S. 149 Z. 7 ist das Wort durch einmahl auszustreichen.
S. 157 Z. 8 statt nähren l. nähern.
S. 173 Z. 12 statt, die man l. die man bey.
S. 221 Z. 16 statt 37 l. 27, und Zeil. 17 statt 57 l. 47.
S. 224 Z. 6 von unten, statt 37 l. 27.
S. 231 Z. 22 statt :a. l. l:a.
S. 236 muß sich die 15te Zeile mit $\frac{2}{8}$ b und die 17te mit $\frac{4}{8}$ b endigen.
S. 319 Z. 5 statt Fig. LVII, IAAA l. Fig. LVIII, AAA.
S. 359 Z. 5 statt nl l. inl.
S. 361 Z. 13 statt Bewegungungen l. Bewegungen.
S. 388 Z. 8 statt de la Laude l. de la Lande.
S. 424 Z. 19 statt, muß l. machen muß.
S. 432 Z. 18 muß vor dem Worte gerade der Buchstabe P stehen.
S. 435 Z. 15 statt worden l. werden.

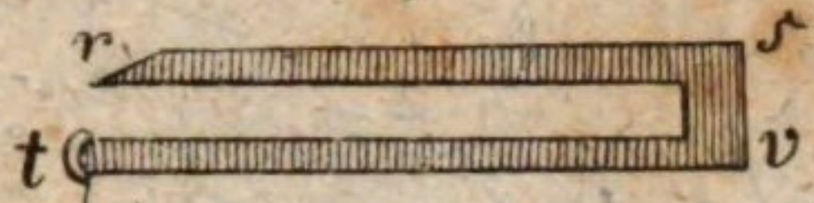

Fig LXXIX

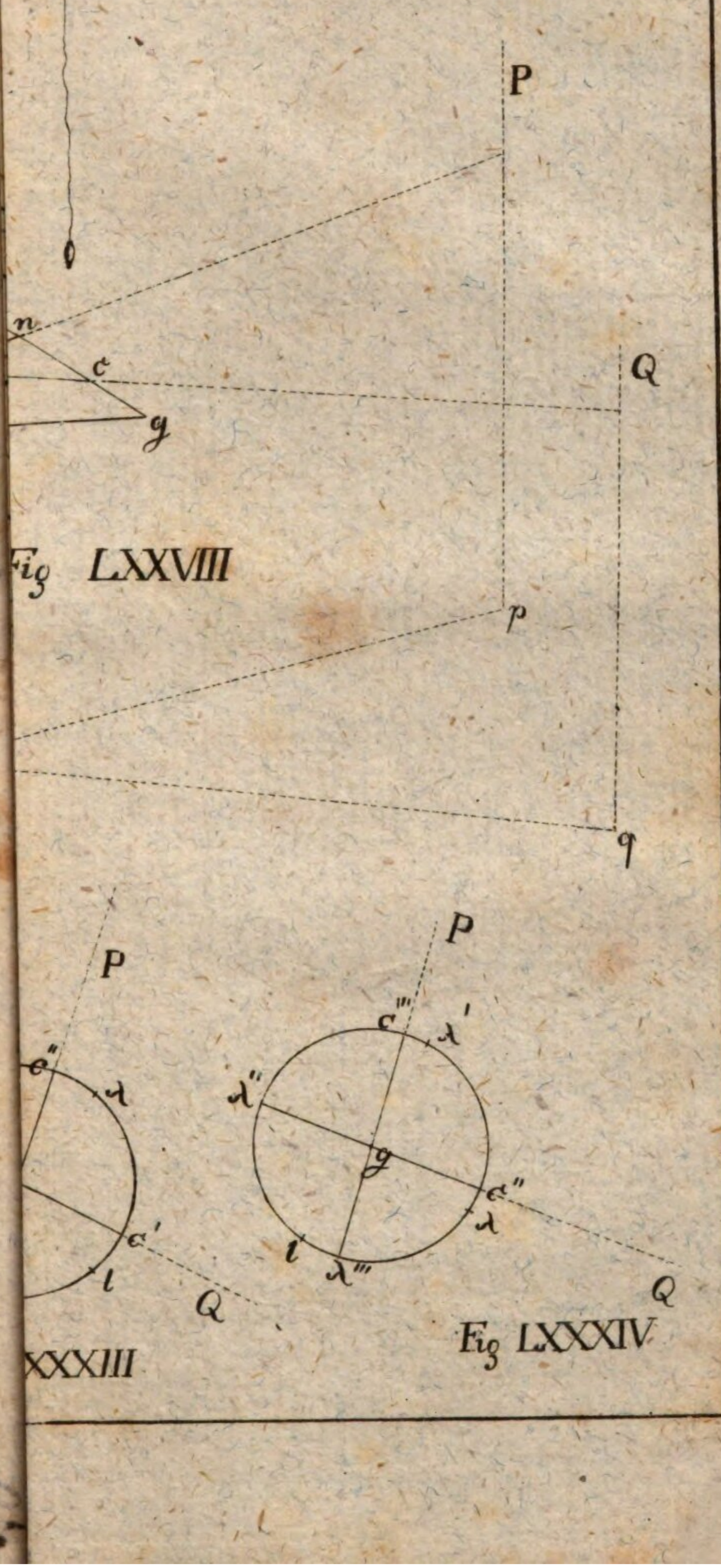

Fig LXXVIII

Fig LXXXIV

XXXIII

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Mayer, Johann Tobias, 1752-1830

Gründlicher und ausführlicher Unterricht zur praktischen Geometrie ... mit 7 Kupfertafeln

Bd.: 1

Göttingen 1777

Math.p. 338-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082381-1
VD18 90031199